

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
”КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
”КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Недашківська Надія Іванівна

УДК 519.816, 681.518.2

ДИСЕРТАЦІЯ
МЕТОДОЛОГІЯ ТА ІНСТРУМЕНТАРІЙ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ
РІШЕНЬ НА ОСНОВІ ІЄРАРХІЧНИХ ТА МЕРЕЖЕВИХ МОДЕЛЕЙ

Спеціальність 01.05.04 – Системний аналіз і теорія оптимальних рішень

Галузь знань – (12) Інформаційні технології

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ Н.І. Недашківська

Науковий консультант
Панкратова Наталія Дмитрівна
доктор технічних наук, професор,
член-кор. НАН України

Київ – 2018

АНОТАЦІЯ

Недашківська Н.І. Методологія та інструментарій підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.04 «Системний аналіз і теорія оптимальних рішень». – Інститут прикладного системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, 2018.

У дисертаційній роботі вирішена важлива науково-технічна проблема розробки методологічного і математичного забезпечення для підвищення достовірності розв’язків задач підтримки прийняття рішень в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей. Ускладнення процесу прийняття рішень, складність взаємозв’язків між факторами, що впливають на вибір того чи іншого варіанту рішення, збільшення ризиків та ціни за неправильно прийняте рішення, недостатність детермінованої інформації для прийняття рішень зумовлюють актуальність теми роботи.

В дисертаційній роботі розроблено методологію підтримки прийняття рішень (ППР) для підвищення достовірності розв’язків задач ППР в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей. Методологія охоплює всі етапи оцінювання ієрархічних та мережевих моделей ППР від отримання і аналізу вхідної експертної інформації у вигляді оберненосиметричних матриць парних порівнянь (МПП) елементів моделі до розрахунку локальних і глобальних ваг елементів моделі та аналізу чутливості отриманих результатів. На першому етапі аналізу якості оцінок, отриманих від експерта, розроблено метод оцінювання і підвищення узгодженості оцінок. Особливостями даного методу є дослідження властивості слабкої неузгодженості, тобто присутності циклів в МПП та пошук найбільш неузгодженого елементу цієї матриці. Метод може застосовуватися до оцінювання і підвищення узгодженості МПП різних видів, зокрема мультиплікативних, адитивних, нечітких та інших.

Результати моделювання свідчать про те, що розроблені методи пошуку найбільш неузгоджених елементів МПП є більш ефективними за існуючі методи. В частковому випадку мультиплікативної МПП доведено дві теореми, які показують, що при пропонованих методах коригування рівень неузгодженості скоригованої МПП не перевищує рівень неузгодженості МПП до коригування. Застосування пропонованого методу оцінювання і підвищення узгодженості дозволяє для всіх елементів моделі отримати МПП прийнятної якості, які можна використовувати на наступному етапі для знаходження локальних ваг елементів моделі.

В основу розробленого методу розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг покладено твердження, що оцінки експерта лише в деякій мірі відображають реальні співвідношення між вагами елементів моделі і містять невизначеність, незалежно від рівня їх узгодженості. Припускається, що невизначеність оцінок експерта обумовлена шкалою, в якій експерт виконує оцінювання, і такими особистими його якостями, як реалізм, песимізм та оптимізм. Метод використовує апарат теорії довіри (свідчень) Демпстера-Шеффера і результати комп'ютерного моделювання суджень експерта. Метод може застосовуватися до розрахунку довірчих інтервалів на основі МПП загального виду, зокрема мультиплікативних, адитивних та нечітких. Запропоновано показник невизначеності оцінок експерта за умови, що ця невизначеність обумовлена наведеними вище факторами. Комп'ютерне моделювання дозволило за деяких умов отримати кількісні оцінки невизначеності суджень експерта-реаліста, песиміста і оптиміста в задачі обчислення ваг за мультиплікативною МПП у шкалі Сааті. На основі розв'язання великої кількості тестових задач різної розмірності для мультиплікативного випадку побудовано таблиці оцінок параметрів методу залежно від кількості порівнюваних елементів. Результати моделювання показують, що пропоновані довірчі інтервали більш достовірно відображають реальні ваги в порівнянні з точковими вагами, зокрема за відомим методом головного власного вектору, а також нечіткими вагами за методом нечеткої геометричної середньої.

Пропонований метод розрахунку нечітких локальних ваг на основі нечітких МПП (НМПП) відрізняється від інших оцінюванням і підвищенням узгодженості

НМПП та врахуванням властивостей слабкого і сильного збереження порядку на множині знайдених нечітких ваг. Цей метод, на відміну від існуючих, дозволяє визначити слабку узгодженість НМПП, оцінити допустимість неузгодженості НМПП для обчислення локальних ваг, а також, на відміну від відомих, знаходити найбільш неузгоджені елементи НМПП, використовуючи апарат, розроблений для чітких МПП. При використанні пропонованого методу не виникає протиріч, пов'язаних з результатами за чіткою і фазифікованою МПП, на відміну від відомих, які використовують розширені бінарні арифметичні операції. Метод може застосовуватися для оцінювання НМПП з функціями приналежності будь-якого виду (трапецевидними, гаусівськими), а також дискретними функціями приналежності. Метод використовується для розрахунку нечітких локальних ваг мережевих моделей ППР.

Після розрахунку локальних ваг здійснюється оцінювання чутливості ранжувань, побудованих на основі цих ваг, до збурень елементів експертних матриць парних порівнянь. Для фіксованого елемента МПП (оцінки експерта) пропонується інтервал стійкості як перетин двох наступних: інтервала, в межах якого може змінюватися цей елемент так, щоб результуюче ранжування залишалося незмінним, та інтервала, в межах якого може змінюватися цей елемент так, щоб неузгодженість всієї МПП (множини оцінок експерта) залишалася допустимою. Вводиться індекс стійкості елемента МПП. Розроблено метод оцінювання локальної чутливості, в якому інтервали та індекси стійкості елементів МПП зберігають найкращу альтернативу, та метод розрахунку інтервалів та індексів стійкості, що зберігають все ранжування альтернатив. Результуючі інтервали стійкості дозволяють знайти критичні елементи задачі, які потребують більш ретельного аналізу. Удосконалено метод комплексного оцінювання чутливості розв'язку задачі ППР на основі ієрархічної моделі шляхом врахування оцінки чутливості локального ранжування елементів цієї моделі.

Удосконалено гібридний метод розрахунку агрегованих ваг елементів ієрархічної моделі ППР із взаємозалежними критеріями рішень, коли вхідними даними для оцінювання елементів моделі є чіткі і нечіткі експертні оцінки парних

порівнянь. Удосконалення полягає у використанні розроблених більш ефективних методів оцінювання і підвищення узгодженості оцінок експерта. Цей гібридний метод включає методи теорії прийняття рішень, нечітких множин, математичного програмування і статистики, які адаптуються на різних етапах ППР залежно від задачі та якості вхідної експертної інформації.

В результаті використання методів агрегування може виникати небажане для багатьох практичних задач явище реверсу рангів. Запропоновано спосіб оцінювання явища реверсу рангів, яке може мати місце після застосування правил комбінування функцій довіри до елементів задачі ППР. Використовуючи цей спосіб, досліджено правила комбінування Демпстера, Ягера, Жанга, Дюбуа-Прада, дисконтованої і зваженої середніх. Отримано, що реверс рангів може виникнути у результаті використання методу ДШ/МАІ та правил Демпстера, Жанга і зваженої середньої, а також при використанні правила максимінного агрегування чітких локальних ваг. Виявлено випадки і особливості появи явища реверсу в результаті використання цих правил за різних варіантів збурення множини альтернатив.

Запропоновано удосконалення методу BOCR МАІ розрахунку агрегованих ваг альтернатив рішень з урахуванням доходів, витрат, можливостей та ризиків. Особливості цього методу полягають в тому, що на етапах оцінювання і підвищення узгодженості МПП і НМПП без участі експерта, а також розрахунку нечітких локальних ваг і комплексного оцінювання чутливості розв'язку використовуються розроблені в роботі методи.

Розроблено методику і засоби моделювання процесу оцінювання альтернатив рішень методами парних порівнянь експертом високої компетентності, експертами оптимістом і песимістом. Використовуючи цю методику, отримано оцінки помилок ваг, обчислених методами типу «трикутник» і «лінія» для мультиплікативних МПП в шкалі Сааті. Показано, що запропонований в роботі метод оцінювання узгодженості є більш ефективним порівняно з відомими методами оцінювання узгодженості мультиплікативних МПП. Також розроблено методику аналізу ефективності для методів підвищення узгодженості МПП розмірності $n > 3$ і показано, що за прийнятих в роботі умов запропоновані методи

Transitiv і MOutflow пошуку найбільш неузгодженого елемента МПП є більш ефективними за відомі методи. Отримано, що застосування пропонованого в роботі методу розрахунку довірчих інтервалів призводить до більш вузьких довірчих інтервалів для локальних ваг порівняно з нечіткими вагами за відомим методом FGRMM з трикутними функціями приналежності. Отримані результати аналізу ефективності лягли в основу розроблених в роботі методів підвищення узгодженості МПП та розрахунку нечітких локальних ваг на основі НМПП.

Наукова новизна роботи визначається наступними теоретичними і практичними результатами, отриманими автором:

Уперше:

1. Запропоновано методологію підтримки прийняття рішень, яка з використанням системного підходу дозволяє підвищити достовірність розв'язків задач ППР в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей і включає:
 - метод оцінювання і підвищення узгодженості МПП,
 - метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг на основі МПП,
 - метод розрахунку нечітких локальних ваг на основі нечітких МПП,
 - гібридний метод розрахунку агрегованих ваг,
 - метод комплексного оцінювання чутливості розв'язку,
 - методики і засоби аналізу ефективності методів.
2. Розроблено метод оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок елементів мережевої моделі, представлених МПП, який відрізняється від інших врахуванням властивості слабкої узгодженості МПП, пошуком найбільш неузгодженого елемента МПП та використанням для МПП загального виду; спосіб підвищення узгодженості МПП без участі експерта на основі відомих мультиплікативного та адитивного методів, який відрізняється від інших новими отриманими властивостями.

3. Запропоновано метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг елементів ієрархічної моделі, який, на відміну від інших, враховує невизначеність шкали і особисті якості експерта, такі як оптимізм і песимізм, та не потребує порівняння груп елементів з фреймом; показник невизначеності експертних оцінок парних порівнянь.
4. Розроблено методики, засоби і систему моделювання експертного оцінювання та спосіб оцінювання реверсу рангів при використанні різних правил комбінування функцій довіри до елементів ієрархічної моделі.

Набули подальшого розвитку:

1. Гібридний метод розрахунку локальних і агрегованих ваг елементів ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями, який відрізняється від інших методом оцінювання і підвищення узгодженості МПП загального виду.
2. Метод розрахунку нечітких локальних ваг елементів мережевої моделі на основі нечітких МПП, який відрізняється від інших методом оцінювання і підвищення узгодженості, врахуванням властивостей сильного і слабого збереження порядку на множині нечітких ваг.
3. Метод комплексного оцінювання чутливості розв'язку задачі підтримки прийняття рішень на основі ієрархічної моделі шляхом врахування оцінки чутливості локального ранжування елементів цієї моделі; показник стійкості локального ранжування.

Удосконалено метод потоків для пошуку найбільш неузгоджених експертних оцінок елементів мережевої моделі шляхом врахування вхідного потоку.

Практичне значення одержаних результатів полягає у створенні інструментарію у вигляді системи підтримки прийняття рішень застосування запропонованих методів для розв'язання задач підтримки прийняття рішень в складних слабо структурованих системах з людським фактором на основі ієрархічних та мережевих моделей. Переваги розробленої СППР над відомими СППР того ж класу включають: крос-платформеність, використання програмного

забезпечення з відкритим кодом (open source), можливість збереження та завантаження моделі з усіма розрахунками, а також побудова, візуалізація та редагування моделі в зручному для користувача графічному режимі. Розроблена СППР не є проблемно-орієнтовною і може використовуватися для розв'язання задачі ППР в будь-якій предметній області.

Побудований інструментарій використано при розв'язанні декількох практичних задач на замовлення міністерств і відомств України. В межах договірної тематики з Міністерством освіти і науки України проведено оцінювання критичних технологій енергетики України, розраховано агреговані за ієрархічною моделлю критеріїв пріоритети технологій та на їх основі визначено найбільш пріоритетні технології для впровадження. При виконанні НДР спільно з Інститутом космічних досліджень виконано оцінювання напрямків доцільного використання космічної інформації (КІ) дистанційного зондування землі (ДЗЗ) для геоінформаційних систем та визначено відносний попит на КІ ДЗЗ у галузях народного господарства України. На замовлення Київської міської державної адміністрації проводилося оцінювання заходів вирішення соціальних проблем міста Києва з точки зору доходів, витрат, можливостей та ризиків з наступним вибором пріоритетних заходів для першочергової реалізації, а також оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи.

Результати дисертаційної роботи впроваджено в навчальний процес кафедри «Математичні методи системного аналізу» Інституту прикладного системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», зокрема при викладанні дисциплін "Прийняття рішень в ієрархічних системах", "Системи підтримки прийняття рішень" та "Інтелектуальні системи".

Ключові слова: підтримка прийняття рішень, системний аналіз, багатокритеріальний аналіз, матриці парних порівнянь, узгодженість оцінок експерта, невизначеність оцінок експерта, довірчі інтервали до локальних ваг, комбінування функцій довіри, нечіткі локальні ваги, чутливість, стійкість ранжування, реверс рангів, аналіз ефективності, моделювання.

SUMMARY

Nedashkovskaya N.I. Methodology and decision support system on basis of hierarchical and network decision models. – The manuscript.

Thesis for a doctoral degree in specialty 01.05.04 “System analysis and the theory of optimal solutions”. – Institute for applied system analysis of National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, 2018.

An important scientific and technical problem of developing of methodological and mathematical support for increasing the reliability of solutions to decision support problems in complex, weakly structured systems based on hierarchical and network models was solved in the dissertation work. The complication of decision-making process, the complexity of interrelationships between factors that influence the choice of a particular solution, risks and the price for the wrong decision and the lack of deterministic information for decision-making make the topic of the work relevant.

In the thesis the methodology of decision support (DS) was developed to increase the reliability of solutions of DS problems in complex, weakly structured systems based on hierarchical and network models. The methodology covers all stages of estimation of hierarchical and network models of DS: the receipt and analysis of incoming expert information in the form of inverse symmetrical pairwise comparison matrices of model elements; calculating local and global weights of model elements; analyzing the sensitivity of obtained results. At the first stage of analysis, the quality of assessments received from an expert is done and for this purpose a method for evaluating and improving the consistency of estimates was developed. The features of this method is an analysis of the property of weak inconsistency, that is, the presence of cycles in a pairwise comparison matrix and the search for the most inconsistent element of this matrix. The method can be applied to the assessment and enhancement of consistency of the matrices of various types, including multiplicative, additive, fuzzy and others. Results of simulation show that the developed methods for searching of the most inconsistent elements of the matrix are more effective than the existing methods. In the case of multiplicative matrix, two theorems have been proved that show that usage of

the proposed correction methods results in the level of inconsistency of adjusted matrix that does not exceed the level of inconsistency of the matrix before correction. The application of proposed method of assessment and increasing the consistency allows to obtain matrices of acceptable quality for all elements of model and these matrices can be used in the next step to find the local weights of model's elements.

The basis for the developed method for calculating confidence intervals for local weights is the statement that expert's estimates only to some extent reflect real relationships between weights of model's elements and contain uncertainty, regardless of their consistency level. It is assumed that the uncertainty of expert's assessments is caused by a scale in which an expert performs assessments and such personal expert qualities as realism, pessimism and optimism. The method uses the Dempster-Schafer theory of evidence and results of computer simulation of expert's judgments. The method can be used to calculate confidence intervals based on a pairwise comparison matrix of general form, in particular multiplicative, additive and fuzzy. The index of uncertainty of expert's estimations is proposed, provided that this uncertainty is caused by the above factors. Computer modeling allowed to obtain quantitative estimates of the uncertainty of judgments of expert-realist, pessimist and optimist under certain conditions in a problem of computing weights on basis of multiplicative pairwise comparison matrix in the Saaty's scale. Based on solutions of large number of test problems of different dimensions for a multiplicative case, tables of estimates of the method parameters are constructed depending on a number of compared elements. The simulation results show that the proposed confidence intervals reflect real weights more reliably than point weights, for example, those calculated using the known eigenvector method, as well as fuzzy weights by the method of fuzzy geometric mean.

The proposed method for calculating fuzzy local weights based on fuzzy pairwise comparison matrix differs from others in estimating and increasing the consistency of the matrix and taking into account the properties of weak and strong order preservation on the set of calculated fuzzy weights. This method, unlike existing ones, makes it possible to determine the weak inconsistency of the fuzzy matrix, to assess the acceptability of inconsistency level of the fuzzy matrix for reliable local weights

calculation, and, unlike known ones, to find the most inconsistent elements of the fuzzy matrix using methods developed for crisp matrices. When using the proposed method, there are no contradictions related to the results for a crisp and fuzzified matrices, unlike known methods, which use extended binary arithmetic operations. The proposed method can be used to evaluate consistency of the fuzzy matrices with membership functions of any kind (trapezoidal, Gaussian), as well as discrete membership functions. The method is used to calculate fuzzy local weights of network DS models.

After calculating local weights, a sensitivity analysis of rankings, which are built on basis of these weights, is performed. A sensitivity analysis is performed to perturbations in elements of expert pairwise comparison matrices. For a fixed element (an expert judgement), a stability interval is proposed as an intersection of the following two: an interval within which this element can vary so that the resulting ranking remains unchanged, and an interval within which this element can vary so that the inconsistency level of the whole matrix (set of expert judgements) remained acceptable. The stability index of element of the matrix is introduced. A method for estimating local sensitivity is developed. In this method intervals and indices of stability of pairwise comparison matrix elements are calculated which retain the best decision alternative and all the ranking of the alternatives. The resulting stability intervals allow us to find critical elements of the problem that require more careful analysis. The method of complex sensitivity estimation has been improved to solve the DS problem on basis of a hierarchical model by taking into account the sensitivity estimate of local ranking of elements of this model.

A hybrid method of calculating aggregated weights of hierarchical model's elements with interdependent decision criteria has been improved, when the input data for evaluation of model's elements are crisp and fuzzy expert judgements. Improvement consists in using the developed more effective methods of assessment and increasing the consistency of expert judgements. The hybrid method includes methods of decision theory, fuzzy sets, mathematical programming and statistics, which are adapted at different stages of decision support, depending on a practical problem and quality of expert information.

The phenomenon of rank reversals can arise as a result of aggregation methods usage. This phenomenon is undesirable for many practical tasks. A method for estimating rank reversals is suggested, when the reversals can take place after applying the combination rules for confidence functions of DS model elements. Using this method, the Dempster, Yager, Zhang, Dubois and Prada, discounted and weighted average combination rules are examined. It is obtained that rank reversals can arise as a result of using the Dempster, Zhang and weighted average combination rules in the modified analytic hierarchy process. Also rank reversals can arise as a result of using some nonlinear aggregated rules for precise local weights. Cases and features of rank reversals appearance in these rules are revealed with various variants of perturbation of a set of decision alternatives.

The improvement of BOCR AHP method is proposed for calculation of aggregated weights of decision alternatives taking into account income, costs, opportunities and risks. The features of this method are that the methods developed in the work are used at the stages of assessment and improvement of consistency of crisp and fuzzy matrices without participation of an expert, as well as calculation of fuzzy local weights and the complex assessment of sensitivity of obtained solution.

The methodology and tools for modeling a process of evaluating the decision alternatives by an expert of high competence, expert-optimist and expert-pessimist while performing pairwise comparisons are developed. Using these methodology and tools, estimates of errors in weights were obtained when the weights are calculated by triangle and line methods on basis of multiplicative pairwise comparison matrices in the Saaty's scale. It is shown that the method of consistency estimation proposed in this paper is more effective than the well-known methods of estimating the consistency of the multiplicative matrices. Also an efficiency analysis methodology was developed to analyze methods of consistency improvement of the matrices of dimension $n > 3$, and it was shown that under the accepted conditions the proposed Transitivity and MOutflow methods are more effective than other known methods which find the most inconsistent element. It is obtained that the application of method for confidence intervals calculation which proposed in the work leads to narrower confidence intervals for local

weights in comparison with fuzzy weights using the well-known FGRMM method with triangular membership functions. The obtained results of the efficiency analysis formed the basis for the method developed in the thesis to improve the consistency of expert judgements and the method for calculation of fuzzy local weights.

The scientific novelty of the work is determined by the following theoretical and practical results obtained by the author:

For the first time:

1. A methodology of decision support is proposed, which uses a system approach and allows to increase the reliability of solutions of practical decision support problems in complex weakly structured systems on the basis of hierarchical and network models. The methodology includes:
 - a method for evaluating and improving the consistency of pairwise comparison matrices (PCMs),
 - a method for calculating confidence intervals for local weights,
 - a method for calculating fuzzy local weights on basis on fuzzy PCMs,
 - a hybrid method for calculating aggregated weights,
 - a method for complex assessment of sensitivity of results,
 - techniques and tools for efficiency analysis of developed methods.
2. A method for evaluating and improving the consistency of expert judgements presented by PCMs of network model's elements is developed, which differs from others in taking into account the weak consistency of PCM, searching for the most inconsistent element of PCM and using for PCM of a general form; a way to increase the consistency of PCM without participation of an expert on the basis of known multiplicative and additive methods, which differs from others in new obtained properties.
3. A method for calculating confidence intervals for local weights of elements of hierarchical model is developed, which, unlike others, takes into account an uncertainty of scale, the expert's personal qualities such as optimism, pessimism and does not require comparison of groups of elements with the frame; an indicator of uncertainty of expert pairwise comparison judgements.

4. Methods, means and a system of modeling of expert evaluation is developed; a method for evaluating rank reversals when using various combination rules for belief functions of a hierarchical model elements is proposed.

Get further development:

1. A hybrid method for calculating local and aggregated weights of hierarchical model elements with interdependent criteria that differs from others in the method of assessing and increasing the consistency of general PCM.
2. A method for calculating fuzzy local weights of network model elements based on fuzzy PCMs, which differs from others in estimating and increasing the consistency, taking into account the strong and weak order conservation properties on the set of fuzzy weights.
3. A method for complex assessment of sensitivity of decision support problem's results based on hierarchical model by taking into account the sensitivity estimation of local ranking of model elements; stability index of local ranking.

A method of flows for finding the most inconsistent expert estimate *is improved* by taking into account the input flow.

The practical significance of results is to create a toolkit in a form of decision support system for applying the proposed methods for solving decision support problems in complex, weakly structured systems with a human factor based on hierarchical and network models. Advantages of the developed decision support system over known systems of the same class include: cross-platform, usage of open source software, the ability to save and load a model with all calculations, and construct, visualize and edit a model in a user-friendly graphical mode. The developed decision support system is not a problem-oriented one and can be used to solve the decision support problems in any subject area.

The toolkit has been used to solve several practical problems commissioned by ministries and departments of Ukraine. Within the work with the Ministry of Education and Science of Ukraine the critical technologies of the Ukrainian energy industry were assessed, the priorities of technologies were calculated, aggregated according to the hierarchical model of criteria, and on their basis the most priority technologies for

implementation were identified. In the course of the R & D work together with the Institute of Space Research, the directions of the expedient use of space information (SI) for remote sensing (RS) of the Earth for geoinformation systems were evaluated and the relative demand for SI RS in the national economy of Ukraine was determined. On the order of the Kyiv City State Administration, measures were taken to address the social problems of the Kyiv city in terms of income, costs, opportunities and risks, followed by the selection of priority activities for priority implementation, and evaluation of scenarios for the development of the transport system.

The results of the dissertation work are introduced into the educational process of the department "Mathematical methods of system analysis" of Institute of applied system analysis of National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», in particular, in the teaching of disciplines "Decision making in hierarchical systems" and "Intellectual decision-making systems".

Keywords: decision support, system analysis, multiple criteria analysis, the analytic hierarchy process, pairwise comparison matrix, consistency of expert judgments, confidence intervals for local weights, fuzzy local weights, sensitivity analysis, stability intervals, rank reversals, combinations rules, efficiency analysis, modeling.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. **Недашківська Н.І.** Системний підхід до підтримання прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2018. №1. С.7 – 18, що входить до наукометричних баз DOAJ, Index Copernicus, Google Scholar, РИНЦ та ін.
2. **Nedashkovskaya N.I.** Investigation of methods for improving consistency of a pairwise comparison matrix. *Journal of the Operational Research Society*. Оpubліковано online: 02 лютого 2018. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01605682.2017.1415640>, що входить до наукометричних баз SCOPUS, INSPEC, ABI/INFORM, CSA High Technology Research Database with Aerosp., CSA Materials Research Database with METADEX, Science Citation Index та ін.

3. **Nedashkovskaya N.I.** Evaluation of quality of expert pairwise comparison judgements in decision-making techniques. *International Journal of Latest Engineering and Management Research*. 2018. Vol.3, No.5. P. 69 – 74, що входить до наукометричних баз Open J-Gate, Index Copernicus, Google Scholar та ін.
4. **Недашківська Н.І.** Оцінювання стійкості локальних ваг альтернатив рішень на основі методу парних порівнянь. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2016. №4. С.14 – 22, що входить до наукометричних баз DOAJ, Index Copernicus, Google Scholar, РИНЦ та ін.
5. Pankratova N.D., **Nedashkovskaya N.I.** Sensitivity analysis of a decision-making problem using the Analytic Hierarchy Process. *International Journal «Information Theories and Applications»*. 2016. Vol.23, No.3. P.232 – 251, що входить до наукометричних баз Worldcat, ROAD Directory of Open Access scholarly Resources, Google Scholar, CiteseerX and ITHEA.
6. Pankratova N.D., **Nedashkovskaya N.I.** Estimation of decision alternatives on the basis of interval pairwise comparison matrices. *Intelligent Control and Automation Journal*. 2016. Vol.7, No. 2. P. 39 – 54, що входить до наукометричних баз Worldcat, CiteseerX, Academic Journals Database, CrossRef, i-Solar, NSTL, Yale University Library та ін.
7. Pankratova N.D., **Nedashkovskaya N.I.** Estimation of Consistency of Fuzzy Pairwise Comparison Matrices using a Defuzzification Method. V.A. Sadovnichiy and M.Z. Zgurovsky (eds.), *Advances in Dynamical Systems and Control, Studies in Systems, Decision and Control*. 2016. Vol. 69, P.375-386. DOI 10.1007/978-3-319-40673-2_20, що входить до наукометричної бази SCOPUS та ін.
8. Pankratova N.D., **Nedashkovskaya N.I.** Methods of evaluation and improvement of consistency of expert pairwise comparison judgements. *International Journal «Information Theories and Applications»*. 2015. Vol.22, No.3. P.203-223, що входить до наукометричних баз Worldcat, ROAD Directory of Open Access scholarly Resources, Google Scholar, CiteseerX and ITHEA.

9. **Nedashkovskaya N.I.** Method for Evaluation of the Uncertainty of the Paired Comparisons Expert Judgements when Calculating the Decision Alternatives Weights. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2015. Vol. 47, No. 10. P.69 – 82, що входить до наукометричних баз ISI Thompson Science Citation Index, **SCOPUS**, CAS, PubMed, CrossRef, та ін.
10. **Недашковская Н.И.** Построение доверительных интервалов для весов альтернатив решений на основе экспертных оценок парных сравнений. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. №3. С. 121 – 130, входить до наукометричних баз Index Copernicus, Google Scholar, та ін.
11. **Недашковская Н.И.** Принятие решений при согласованных экспертных оценках парных сравнений. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2014. №4. С. 35 – 44, що входить до наукометричних баз DOAJ, Index Copernicus, Google Scholar, РИНЦ та ін.
12. Pankratova N. D., **Nedashkovskaya N.I.** Hybrid Method of Multicriteria Evaluation of Decision Alternatives. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2014. Vol. 50, No. 5. P. 701-711, що входить до наукометричних баз **SCOPUS**, INSPEC, Zentralblatt Math, Google Scholar та ін.
13. **Недашківська Н.І.** Метод узгоджених парних порівнянь при оцінюванні альтернатив рішень за якісним критерієм. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2013. №4. С. 67 – 79, що входить до наукометричних баз DOAJ, Index Copernicus, Google Scholar, РИНЦ та ін.
14. Pankratova N.D., **Nedashkovskaya N.I.** The Method of Estimating the Consistency of Paired Comparisons. *International Journal «Information Technologies and Knowledge»*, Vol.7, No.4. 2013. P. 347 – 361, що входить до наукометричних баз Worldcat, ROAD Directory of Open Access scholarly Resources, Google Scholar, CiteseerX and ITHEA.
15. Pankratova N.D., **Nedashkovskaya N.I.** Spectral coefficient of consistency of fuzzy expert information and estimation of its sensitivity to fuzzy scales when solving foresight problems. *International Journal «Information Technologies and Knowledge»*. 2012. Vol.6, No. 4. P. 316 – 329, що входить до наукометричних

баз Worldcat, ROAD Directory of Open Access scholarly Resources, Google Scholar, CiteseerX and ITHEA.

16. Pankratova N.D., **Nedashkovskaya N.I.** Estimation of Sensitivity of the DS/AHP Method While Solving Foresight Problems with Incomplete Data. *Intelligent Control and Automation Journal*. 2013. Vol. 4, No. 1. P.80 – 86, що входить до наукометричних баз Worldcat, CiteseerX, Academic Journals Database, CrossRef, i-Solar, NSTL, Yale University Library та ін.
17. **Недашковская Н.И.** Оценивание чувствительности метода ДШ/МАИ к изменениям во множестве альтернатив. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2012. №1. С. 17 – 30, що входить до наукометричних баз DOAJ, Index Copernicus, Google Scholar, РИНЦ та ін.
18. **Недашковская Н.И.** Принятие решений по многим критериям при неполных экспертных оценках на базе метода анализа иерархий и теории Демпстера-Шафера. *Наукові праці. Чорноморський державний університет імені Петра Могили. Серія «Комп'ютерні технології»*. 2010. Вип.130, Том.143. С. 6 – 11, що входить до наукометричних баз Index Copernicus, Google Scholar.
19. **Недашковская Н.И.** Метод анализа иерархий в методологии сценарного анализа решения задач предвидения. *Східно-європейський журнал передових технологій*. 2010. Том 4, №9 (46). С.35 – 42, що входить до наукометричних баз DOAJ, Index Copernicus, Google Scholar та ін.
20. **Недашковская Н.И.** Многокритериальное принятие решений с использованием максиминного синтеза в методе анализа иерархий (МАИ). *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2010. №3. С.7 – 16, що входить до наукометричних баз DOAJ, Index Copernicus, Google Scholar, РИНЦ та ін.
21. Pankratova N.D., **Nedashkovskaya N.I.** Evaluating multifactor risks under conceptual uncertainty. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2009. Vol.45, No. 2. P. 223 – 231, що входить до наукометричних баз SCOPUS, INSPEC, Zentralblatt Math, Google Scholar та ін.

22. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. A Decision Support System for Evaluation of Decision Alternatives on Basis of a Network Criteria Model. *Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*. IEEE. 2017. P. 830 – 835. DOI: 10.1109/ UKRCON.2017.8100363, що входить до наукометричних баз SCOPUS, ISI.
23. Nedashkovskaya N.I. Multi-criteria decision making in the presence of ignorance using the DS/AHP Method ISAHp 2011: *The XI International Symposium for the AHP/ANP: Proceedings* (Naples, Italy 15-18 June, 2011). Naples, 2011. 9 pages. Режим доступу: <http://www.isahp.org/italy2011/proceedings-from-past-meetings>.
24. Недашківська Н.І. Порівняльний аналіз методів розрахунку пріоритетів альтернатив рішень на основі нечітких експертних оцінок парних порівнянь. *International conference on System Analysis and Information Technology*: матеріали 19-ї міжнародної науково-технічної конференції SAIT-2017 (Київ, 22 – 25 трав. 2017 р). Київ: НТУУ «КПІ», 2017. С. 95.
25. Недашковская Н.И. Согласованность и неопределенность экспертных оценок при принятии решений. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали 18-ї міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 30 трав. – 2 черв. 2016 р.) Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2016. С. 123.
26. Недашківська Н.І. Оцінювання стійкості розв’язку, отриманого методом аналізу ієрархій. *Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта*: материалы международ. научн. конф. (Херсон, 24 – 28 мая 2016 г.). Херсон: ПП Вишемирський В.С., 2016. С. 210 – 212.
27. Недашковская Н.И. Метод M_Outflow поиска наиболее несогласованных элементов матрицы парных сравнений. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 22 – 25 черв. 2015р.). Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2015. С. 95.
28. Недашковская Н.И. Оценивание качества экспертной информации при анализе альтернатив решений. *Интеллектуальные системы принятия*

решений и проблемы вычислительного интеллекта: материалы международ. научн. конф. (Железный порт, 25 – 28 мая 2015 г.). Херсон: ХНТУ, 2015. С. 201 – 203.

29. **Недашковская Н.И.** Методы повышения согласованности матриц парных сравнений. *Интеллектуальный анализ информации: сборник трудов международ. науч. конф. им. Т.А.Таран (Киев, 20 – 22 мая 2015г.). Киев: «Просвита», 2015. С. 146–151.*
30. **Недашковская Н.И.** Подготовка экспертной информации для метода анализа иерархий. *Системный анализ в проектировании и управлении: сборник науч. трудов XVIII международ. науч.-практич. конф. (Санкт-Петербург, 1 – 3 июля 2014г.). Санкт-Петербург, 2014. С.92 – 94.*
31. **Недашківська Н.І.** Показники узгодженості експертних оцінок парних порівнянь та їх використання в задачах вибору альтернатив рішень. *Системний аналіз та інформаційні технології: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 26 – 30 трав. 2014 р.) Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2014. С. 128.*
32. **Недашківська Н.І.** Коригування матриці парних порівнянь без участі експерта. *Системний аналіз та інформаційні технології: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 27 – 31 трав. 2013 р.). Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2013. С. 142.*
33. **Панкратова Н.Д., Недашковская Н.И.** Метод аналитических сетей и его применение в принятии решений. *Автоматика: материалы международ. конф. по автоматическому управлению (Николаев, 25 – 27 сент. 2013 г.). Николаев: Юго-Восток, 2013. С. 324 – 325.*
34. **Недашковская Н.И.** Гибридный метод поддержки принятия решений в нечетких условиях при взаимозависимых критериях. *Системний аналіз та інформаційні технології: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 24 квіт. 2012 р.). Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2012. С. 95 – 96.*
35. **Недашковская Н.И.** Оценивание чувствительности спектрального коэффициента согласованности нечетких экспертных оценок парных

- сравнений. *Інтелектуальний аналіз інформації*: збірка праць XII міжнарод. конф. (Київ, 16 – 18 трав. 2012 р.) Київ: Просвіта, 2012. С.226 – 232.
- 36.Панкратова Н.Д., **Недашковская Н.И.** Выбор технологии восстановления нефтезагрязненных грунтов и водоемов с использованием метода BOCR анализа иерархий. *Системний аналіз. Інформатика. Управління*: матеріали III міжнарод. наук.-практич. конф. (Запоріжжя, 14–16 берез. 2012 р.). Запоріжжя: КПУ, 2012. С.218 – 220.
- 37.Панкратова Н.Д., **Недашківська Н.І.** Застосування методів аналізу ієрархій з врахуванням оцінок групи експертів до розв’язання задач передбачення. *Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем*: матеріали IX міжнарод. наук.-практич. конф. (Дніпропетровськ, 23 – 25 листоп. 2011 р.). Дніпропетровськ, 2011.
- 38.**Недашківська Н.І.** Багатокритеріальне оцінювання альтернатив при взаємозалежних критеріях за допомогою методу BOCR/MAI та нечітких мір. *Системи підтримки прийняття рішень. Теорія і практика*: матеріали наук.-техн. конф. з міжнародною участю СППР (Київ, 26-30 трав. 2011 р.). Київ: ІПММС НАНУ, 2011. С. 42 – 45.
- 39.**Недашківська Н.І.** Моделі оптимізації розрахунку ваг в методі парних порівнянь. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 23 – 28 трав. 2011 р.) Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2011. С.123.
- 40.**Недашківська Н.І.,** Омельченко О.С. Групові методи аналізу ієрархій при неповних експертних оцінках та їх застосування до оцінювання кредитоспроможності позичальників. *Інтелектуальний аналіз інформації*. збірка праць XI міжнарод. конф. (Київ, 17 – 20 трав. 2011р.). Київ: Просвіта, 2011. С. 136 – 142.
- 41.Панкратова Н.Д., **Недашковская Н.И.** Выбор системы электронного документооборота компании с использованием нечеткого метода анализа иерархий. *Інформаційні технології і системи в документознавчій сфері*:

матеріали міжнарод. наук.-практич. конф. (Донецьк, 30 берез. - 01 квіт. 2011р.). Донецьк: Юго-Восток, 2011. С. 80 – 82.

- 42.Панкратова Н.Д., **Недашківська Н.І.** Оцінювання пріоритетних технологій за напрямками науково-технологічного розвитку на основі системної методології передбачення. *Інформація, аналіз, прогноз – стратегічні важелі ефективного державного управління*: матеріали VII міжнарод. наук.-практич. конф. (Київ, 12 – 15 жовт. 2010 р.). Київ: УкрІНТЕІ, 2010. С. 130 – 131.
- 43.**Недашківська Н.І.** Кількісна оцінка чутливості задачі обробки поглядів експертів за методами аналізу ієрархій. *Системи підтримки прийняття рішень. Теорія і практика*: матеріали наук.-техніч. конф. з міжнародною участю (Київ, 26–30 трав 2010 р.). Київ: ІПММС НАНУ, 2010. С. 42 – 45.
- 44.**Недашківська Н.І.** Адаптивне стратегічне планування розвитку підприємства з використанням нечіткого методу аналізу ієрархій. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали XII міжнародної науково-технічної конференції SAIT-2010 (Київ, 25–29 трав. 2010 р.). Київ: НТУУ «КПІ», 2010. С.123.
- 45.**Недашківська Н.І.,** Креп Л.О. Прийняття рішень при нечітких експертних оцінках парних порівнянь альтернатив. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали XII міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 25–29 трав. 2010 р.) Київ: НТУУ «КПІ», 2010. С.124.
- 46.**Недашківська Н.І.** Оцінювання якості кластеризації методами багатокритеріальної підтримки прийняття рішень. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали XII міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 25–29 трав. 2010 р.) Київ: НТУУ «КПІ», 2010. С.294.
- 47.**Недашковская Н.И.** Методологическое и математическое обеспечение оценивания направлений развития социально-экономических систем. *Информационно-компьютерные технологии в экономике, образовании и социальной сфере*: материалы V Всеукраин. науч.-практич. конф.

(Симферополь, 13 – 14 мая 2010 г.). Симферополь: КРП «Издательство «Крымучпедгиз», 2010. С. 61 – 62.

48. **Недашковская Н.И.** Интегрированные методы поддержки принятия решений в условиях нестохастической неопределенности. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали XI міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 26–30 трав. 2009 р.). Київ: НТУУ «КПІ», 2009. С. 161.
49. **Недашковская Н.И.** Нелинейный синтез в методе анализа иерархий. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали XI міжн. наук.-техніч. конф. (Київ, 26–30 трав. 2009 р.). Київ: НТУУ «КПІ», 2009. С. 162.
50. Pankratova N.D., **Nedashkovskaya N.I.** Estimation of Scenarios of Innovation Projects Using Fuzzy Experts' Judgments. *21st International CODATA Conference: Proceedings* (Kyiv, Ukraine, 5-8 October 2008.). Kyiv, 2008. P.89.
51. **Nedashkovskaya N.I.** Multi-criteria decision-making with incomplete expert information using the DS/AHP method. *21st International CODATA Conference: Proceedings* (Kyiv, Ukraine, 5-8 October 2008). Kyiv. P.91 – 92.
52. **Недашківська Н.І.** Мережевий метод розв'язання багатокритеріальних задач з використанням нечітких експертних оцінок. *Интеллектуальный анализ информации*: материалы VIII международ. конф. (Киев, 14 - 17 мая 2008 г.). Киев: «Просвіта», 2008. С. 315 – 324.
53. **Недашковская Н.И.** Оценивание реверса рангов в методе DS/AHP. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали X міжн. наук.-техніч. конф. (Київ, 20–24 трав. 2008 р.) Київ: НТУУ «КПІ», 2008. С. 87.
54. **Недашковская Н.И.** Модели парных сравнений на основании интервальных оценок экспертов. *Питання прикладної математики і математичного моделювання*. Збірник наукових праць. 2015. Вип. 15. С.121 – 137.
55. Панкратова Н.Д., **Недашківська Н.І.** Моделі і методи аналізу ієрархій: Теорія. Застосування/ **навч. посіб.** з грифом МОН України. Київ: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2010. 371 с.

ЗМІСТ

	стор
Перелік умовних скорочень	31
Вступ	32
Розділ 1. Аналіз стану досліджень методів підтримки прийняття рішень (ППР) на основі аналітичних ієрархій та мереж	42
1.1 Аналіз методів розв’язання багатокритеріальних задач ППР	42
1.2 Аналіз сучасного стану розвитку методів ППР на основі ієрархій та мереж	45
1.2.1 Короткий опис методів аналізу ієрархій та мереж та їх обмеження	45
1.2.2 Сутність методів парних порівнянь розрахунку ваг	52
1.2.3 Показники і критерії узгодженості експертних оцінок парних порівнянь	55
1.2.4 Методи підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь	59
1.2.5 Аналіз модифікацій методів аналізу ієрархій і мереж, які використовують теорію нечітких множин	61
1.2.6 Аналіз модифікацій методів аналізу ієрархій за умови неповної множини експертних оцінок	67
1.2.7 Засоби оцінювання чутливості результатів, отриманих методами аналізу ієрархій та мереж	70
1.2.8 Висновки за п.1.2	72
1.3 Класи задач, які розв’язуються із застосуванням методів аналізу ієрархій та мереж	73
1.3.1 Застосування методів аналізу ієрархій та мереж в економіці	73
1.3.2 Застосування у фінансах та банківській справі	79
1.3.3 Висновки за п.1.3	83

	25
1.4 Аналіз програмного забезпечення для багатокритеріальної ППР з використанням методів аналізу ієрархій та мереж	83
1.5 Загальна постановка задачі дослідження	86
1.6 Висновки за розділом 1	88
Розділ 2. Розробка методологічного та математичного забезпечення оцінювання ієрархічних та мережевих моделей ППР	90
2.1 Розробка методології ППР на основі ієрархічних та мережевих моделей	90
2.2 Метод оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок, представлених матрицями парних порівнянь (МПП) загального виду	94
2.2.1 Постановка задачі і основні означення	94
2.2.2 Загальний опис методу оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок, представлених МПП	99
2.2.3 Методи пошуку найбільш неузгоджених елементів МПП	104
2.2.4. Методи підвищення узгодженості МПП	106
2.2.5 Спосіб підвищення узгодженості МПП без участі експерта на основі мультиплікативного та адитивного методів	110
2.2.6 Ілюстрація запропонованих методів Transitiiv і MOutflow	115
2.2.7 Висновки за п.2.2	115
2.3 Метод дефазифікації оцінювання і підвищення узгодженості нечіткої матриці парних порівнянь (НМПП)	116
2.3.1 Постановка задачі	116
2.3.2 Пропоновані означення узгодженості НМПП	118
2.3.3 Порівняння з іншими відомими означеннями узгодженості НМПП	119
2.3.4 Метод оцінювання і підвищення узгодженості НМПП	123
2.3.5 Порівняльний аналіз результатів, отриманих запропонованим та відомими методами на прикладах НМПП різного рівня узгодженості	124
2.3.6 Висновки за п.2.3	127

2.4 Оцінювання і підвищення достовірності результатів методів аналізу ієрархій та мереж	128
2.5 Висновки за розділом 2	131
Розділ 3. Розробка методів розрахунку локальних ваг на основі експертних оцінок парних порівнянь	133
3.1 Метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг елементів ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень	133
3.1.1 Постановка задачі та основні означення	133
3.1.2 Ідея методу	136
3.1.3 Побудова показника невизначеності експертних оцінок парних порівнянь	137
3.1.4 Метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг	139
3.1.5 Оцінки параметрів методу розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг	142
3.1.6 Модель оцінювання якостей експерта	148
3.1.7 Ілюстративні приклади	150
3.1.8 Висновки за п.3.1	152
3.2 Удосконалений метод розрахунку нечітких локальних ваг на основі нечіткої матриці парних порівнянь	153
3.2.1 Постановка задачі	153
3.2.2 Опис удосконаленого методу розрахунку нечітких локальних ваг	155
3.2.3 Ранжування і нормування інтервальних ваг	158
3.2.4 Узгодженість ІМПП та слабке і сильне збереження порядку	160
3.2.5 Висновки за п.3.2	163
3.3 Методи оцінювання стійкості ранжувань на основі експертних оцінок парних порівнянь	164
3.3.1 Постановка задачі і основні означення	164
3.3.2 Розрахунок інтервалів стійкості локального ранжування альтернатив	165

	27
3.3.3 Метод оцінювання стійкості локального ранжування	169
3.3.4 Аналіз інтервалів стійкості на прикладах МПП різного рівня узгодженості	170
3.3.5 Удосконалений метод комплексного оцінювання чутливості результатів, отриманих МАІ	174
3.3.6 Висновки за п.3.3	176
3.4 Висновки за розділом 3	177
Розділ 4. Розробка методів агрегування локальних ваг елементів задачі ППР	179
4.1 Удосконалений гібридний метод розрахунку агрегованих ваг елементів ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями рішень	179
4.1.1 Постановка задачі	179
4.1.2 Загальний опис гібридного методу	180
4.1.3 Метод агрегування локальних ваг за множиною взаємозалежних критеріїв	182
4.1.4 Порівняння результатів отриманих гібридним методом з результатами за відомим методом аналізу мереж	187
4.1.5 Висновки за п.4.1	191
4.2 Оцінювання реверсу рангів при використанні різних правил комбінування функцій довіри	192
4.2.1 Постановка задачі і основні тестові критерії	192
4.2.2 Спосіб оцінювання реверсу рангів	193
4.2.3 Приклади реверсу рангів для збуреної множини альтернатив	198
4.2.4 Висновки за п.4.2	201
4.3 Оцінювання реверсу рангів в нелінійних правилах агрегування локальних ваг	202
4.4 Удосконалений метод BOCR МАІ розрахунку агрегованих ваг альтернатив рішень на основі мережевих моделей доходів, витрат, можливостей та ризиків	206

	28
4.5 Висновки за розділом 4	209
Розділ 5. Розробка системи моделювання експертного оцінювання, методик і засобів аналізу ефективності методів	211
5.1. Аналіз результатів, отриманих методами парних порівнянь типу «трикутник» і «лінія»	211
5.1.1 Постановка задачі	211
5.1.2 Методика моделювання процесу експертного оцінювання методами парних порівнянь	211
5.1.3 Результати аналізу ваг, обчислених методами парних порівнянь типу «трикутник» і «лінія»	214
5.1.4 Висновки за п.5.1	217
5.2 Аналіз показників і критеріїв узгодженості МПП	217
5.2.1 Результати аналізу	217
5.2.2 Приклади суперечливих результатів оцінювання допустимості неузгодженості МПП відомими методами	223
5.2.3 Висновки за п.5.2	228
5.3 Методика аналізу ефективності методів підвищення узгодженості МПП без участі експерта	229
5.3.1 Опис методики	229
5.3.2 Результати аналізу	237
5.3.3 Приклади більш ефективних результатів за пропонованим методом підвищення узгодженості МПП без участі експерта	242
5.3.4 Висновки за п.5.3	245
5.4 Аналіз ефективності пропонованого методу розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг	246
5.5 Порівняльний аналіз моделей обчислення інтервальних ваг на основі інтервальних МПП	249
5.5.1 Результати аналізу	249

	29
5.5.2 Аналіз моделей на прикладах інтервальних МПП різного рівня узгодженості	251
5.5.3 Висновки за п.5.5	253
5.6 Висновки за розділом 5	254
Розділ 6. Побудова СППР на основі запропонованих моделей, методів та підходів	257
6.1 Постановка задачі	257
6.2 Архітектура та функціональна схема СППР	258
6.3 Ролі в СППР	267
6.4 Висновки за розділом 6	268
Розділ 7. Розв’язання практичних задач	270
7.1 Застосування розроблених методів в методології сценарного аналізу розв’язання задач передбачення	270
7.2 Оцінювання критичних технологій енергетики України	273
7.2.1 Постановка задачі	273
7.2.2 Ієрархічна модель оцінювання критичних технологій в енергетиці України	276
7.2.3 Результати застосування розроблених методів та інструментарію до оцінювання критичних технологій в енергетиці України	278
7.2.4 Висновки за п.7.2	289
7.3 Оцінювання напрямків доцільного використання космічної інформації дистанційного зондування землі для геоінформаційних систем	290
7.3.1 Постановка задачі	290
7.3.2 Результати розв’язання задачі	291
7.4 Вибір пріоритетних заходів вирішення соціальних проблем міста Києва з точки зору доходів, витрат, загроз та ризиків	292

	30
7.4.1 Постановка задачі	292
7.4.2 Результати розв'язання задачі	293
7.4.3 Висновки за п.7.4	308
7.5 Оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи міста Києва	308
7.5.1 Постановка задачі	308
7.5.2 Результати розв'язання задачі	309
7.5.3 Висновки за п.7.5	318
7.6 Оцінювання проектів для збереження екології басейну Чорного моря біля берегів Одеси	319
7.7 Висновки за розділом 7	325
Висновки	326
Список використаних джерел	330
Додаток А Ілюстрація результатів аналізу моделей обчислення інтервальних ваг на прикладах ІМПП різного рівня узгодженості	372
Додаток Б Початкові дані для задачі оцінювання критичних технологій в енергетиці України	380
Додаток В Копії актів впровадження	402

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ОПР	- особа, яка приймає рішення
ПР	- прийняття рішень
ППР	- підтримка прийняття рішень
МАІ	- метод аналізу ієрархій
МAM	- метод аналізу мереж
МПП	- матриця парних порівнянь
НМПП	- нечітка матриця парних порівнянь
ІМПП	- інтервальна матриця парних порівнянь
ТДШ	- теорія довіри Демпстера-Шеффера
АЧ	- аналіз чутливості
СППР	- система підтримки прийняття рішень

ВСТУП

Актуальність теми. Сучасні економічні системи, які швидко змінюються з часом та мають нові особливості, потребують включення якісних складових та суджень експертів в модель прийняття рішень. В останні роки набули розвитку методи підтримки прийняття рішень (ППР) на основі ієрархій та мереж критеріїв. Вони використовуються в багатьох прикладних областях для розв'язання багатокритеріальних та багатоцільових задач вибору, розподілу ресурсів, аналізу співвідношення доходи-витрати, аналізу сценаріїв розвитку, оцінювання, планування та передбачення. З 1988 року проходить міжнародний симпозіум з методу аналізу ієрархій (MAI). Тематика доповідей включає теоретичні питання розробки модифікацій та узагальнень цього методу, а також практичні застосування MAI. Окремо розглядають застосування MAI в медицині і охороні здоров'я, оцінюванні проектів, економіці, фінансах та банківській справі.

На відміну від методів і засобів дослідження операцій, економетрики та інших, які розв'язують задачі прийняття рішень з кількісними значеннями змінних і відношень між ними, методи ППР спрямовані на розв'язання слабо структурованих задач, які характеризуються унікальністю, відсутністю формалізованої цілі і оптимальності в класичному розумінні, неповнотою, невизначеністю, нечіткістю даних, відсутністю кількісної інформації в обсязі, необхідному для прийняття рішення. Опис слабо структурованих задач здійснюється, як правило, експертами-фахівцями в даній області. Основними перевагами MAI перед іншими експертними методами вважається структуризація складної проблеми у вигляді ієрархії, яка включає кількісні та якісні критерії рішень, і отримання експертних оцінок методом парних порівнянь, що найкращим чином враховує психофізіологічні особливості людини.

Методи ППР на основі ієрархій та мереж широко досліджуються, розробляються і використовуються за кордоном. В Україні ці методи практично не набули свого розвитку. Так, розрахунку ваг на основі матриць парних порівнянь присвячено роботи S.Bozóki, J.Fülöp, L.Csató, J.Temesi, W.W.Koczkodaj,

J.Szybowski, I.Durbach, R.Lahdelma, P.Salminen, S.Lipovetsky, W.M.Conklin, E.U.Choo, E.R.Jalao, W.C.Wedley, R.Ramanathan, B.Chandran, B.Golden, E.Wasil, T.Wu, D.Shunk, Liang-an Huo, Jibin Lan, Z.Wang, Y.M.Wang, C.Parkan, Nikolai V. Hovanov, Mikhail V. Sokolov, Y.Luo, L.Elsner, P. van den Driessche, G.Crawford, C.Williams, T.L.Saaty, В.Г.Тоценка, В.В.Циганка, В.Д.Ногіна, Л.В.Уткіна, О.А.Павлова та ін.

Проблема аналізу і підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь досліджувалася в роботах J.Aguarón, J.M.Moreno-Jiménez, M.Lamata, J.I.Peláez, J.A.Alonso, J.Benítez, X.Delgado-Galván, J.Izquierdo, R.Pérez-García, G. Kou, S.Bozóki, T.Rapcsák, M.Brunelli, A.Critch, M.Fedrizzi, W.W.Koczkodaj, J.Szybowski, D.Ergu, M.Kwiesielewicz, E.van Uden, S.Lipovetsky, W.M.Conklin, C.Lin, P.Linares, N.Osei-Bryson, J.Ramík, P.Korviny, S.Siraj, L.Mikhailov, W.E.Stein, P.Mizzi, J.Stoklasa, L.G.Vargas, T.L.Saaty, В.Г.Тоценка, В.В.Циганка, Н.Д.Панкратової та ін.

Методам розрахунку ваг на основі інтервальних або нечітких матриць парних порівнянь, оцінюванню узгодженості таких матриць присвячено роботи J.Krejčí, J.Ramík, P.Korviny, T.Entani, M.Inuiguchi, L.Chen, Z.Xu, F.Liu, Q. Da, S.Chouinard, J.Guisse, E.Dopazo, Z.-J.Wang, Y.-M.Wang, W.G.Zhang, Y.Luo, Z.Hua, K.S.Chin, J.H.Fu, T.M.S.Elhag, S.A.Torabi, H.Rafiei, K.Sugihara, H.Ishii, H.Tanaka, F.Herrera, F.Chiclana, E.Herrera-Viedma, L.Mikhailov, Н.Д.Панкратової, О.А.Павлова та ін.

Аналіз стійкості оцінок варіантів рішень досліджується у роботах J.Aguarón, M.Escobar, J.M. Moreno-Jiménez та В.В. Циганка.

Існують системи підтримки прийняття рішень (СППР), в яких реалізовано методи ППР на основі ієрархій та мереж. Це СППР Super Decisions, Decision Lens, Logical Decisions, Make It Rational, Svir, Expert, Mpriority, Vibor, Solon.

Існуючі методи та СППР мають наступні обмеження: недостатньо обгрунтовано рівень узгодженості чітких та нечітких експертних оцінок без участі експерта; недостатньо вивчено та реалізовано в СППР питання щодо оцінювання і підвищення узгодженості нечітких експертних оцінок без участі експерта; необхідність розраховувати інтервали довіри до локальних і агрегованих ваг;

недостатньо формалізовані та реалізовані в СППР методи знаходження локальних і агрегованих ваг на основі нечітких експертних оцінок; недостатньо враховано при розрахунку ваг невизначеність, яка спричинена шкалою та особистими якостями експерта; недостатньо проводиться аналіз чутливості та стійкості локального та глобального ранжувань до змін в оцінках експертів.

Таким чином, ускладнення процесу прийняття рішень, складність взаємозв'язків між факторами, які впливають на вибір того чи іншого варіанту рішення, збільшення ризиків та ціни за неправильно прийняте рішення, недостатність детермінованої інформації для прийняття рішень зумовлюють **актуальність теми роботи**. Дане дисертаційне дослідження спрямоване на розробку методології та інструментарію підтримки прийняття рішень в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана у відділі математичних методів системного аналізу Інституту прикладного системного аналізу (ІПСА) КПП ім. Ігоря Сікорського у відповідності до планів науково-дослідних робіт: НДР «Розробка та дослідження теоретичних основ методології сценарного аналізу», № 2250, № держреєстрації (ДР) 0107U004124; НДР «Розробка методів та прийомів моделювання сценаріїв майбутніх подій», №2144-п, № ДР 0108U000256; НДР «Розробка платформи сценарного аналізу в межах сталого розвитку», № 2323-п, № ДР 0110U002364; НДР «Розробка теоретичних засад прийняття рішень на основі методології передбачення», № 2263-ф, № ДР 0112U000558; НДР «Розробка інформаційної системи супроводження процесу передбачення», № 2523-п, № ДР 0112U003164; НДР «Синтез методологій передбачення і когнітивного моделювання щодо розробки стратегії інноваційного розвитку регіону», № 2278/14, № ДР 0114U004076.

Мета і задачі дослідження. Метою дослідження є розробка методології та інструментарію підтримки прийняття рішень, які дозволять підвищити достовірність розв'язків задач ППР в складних слабо структурованих системах на

основі ієрархічних та мережевих моделей. Для досягнення мети дослідження поставлені і розв'язані такі задачі:

1. Виконано аналіз існуючих методів підтримки прийняття рішень, модифікацій та узагальнень методу аналізу ієрархій та методу парних порівнянь.
2. Запропоновано методологію підтримки прийняття рішень в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей.
3. Розроблено засоби оцінювання достовірності результатів, отриманих на основі ієрархічних та мережевих моделей.
4. Розроблено метод оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок, представлених матрицями парних порівнянь (МПП) загального виду.
5. Розроблено метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг елементів ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень.
6. Запропоновано метод розрахунку нечітких локальних ваг елементів мережевої моделі ППР на основі нечітких експертних оцінок.
7. Запропоновано гібридний метод розрахунку локальних і агрегованих ваг елементів ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями рішень.
8. Розроблено метод комплексного оцінювання чутливості ранжування елементів ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень.
9. Запропоновано спосіб оцінювання появи реверсу рангів при використанні правил комбінування функцій довіри.
10. Розроблено методики і засоби аналізу ефективності методів, систему моделювання експертного оцінювання.
11. Розроблено інструментарій підтримки прийняття рішень у вигляді СППР на основі запропонованих моделей, методів та підходів.

12. Застосовано розроблену методологію та інструментарій до розв'язання ряду практичних задач ППР на замовлення міністерств і відомств України.

Об'єктом дослідження є процес оцінювання розв'язків задач підтримки прийняття рішень в складних слабо структурованих системах.

Предмет дослідження – моделі і методи, методики і засоби для аналізу ієрархічних та мережевих моделей підтримки прийняття рішень.

Методи дослідження ґрунтуються на використанні методологій системного аналізу, передбачення, теорії підтримки прийняття рішень, нечітких множин, довіри, моделювання, методів парних порівнянь та оптимізації.

Наукова новизна одержаних результатів. Наукова новизна роботи визначається наступними теоретичними і практичними результатами, отриманими автором:

Уперше:

1. Запропоновано методологію підтримки прийняття рішень, яка з використанням системного підходу дозволяє підвищити достовірність розв'язків задач ППР в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей і включає:
 - метод оцінювання і підвищення узгодженості матриць парних порівнянь,
 - метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг на основі МПП,
 - метод розрахунку нечітких локальних ваг на основі нечітких МПП,
 - гібридний метод розрахунку агрегованих ваг,
 - метод комплексного оцінювання чутливості розв'язку,
 - методики і засоби аналізу ефективності методів.
2. Розроблено метод оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок елементів мережевої моделі, представлених МПП, який

відрізняється від інших врахуванням властивості слабкої узгодженості МПП, пошуком найбільш неузгодженого елементу МПП та використанням для МПП загального виду; спосіб підвищення узгодженості МПП без участі експерта на основі відомих мультиплікативного та адитивного методів, який відрізняється від інших новими отриманими властивостями.

3. Запропоновано метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг елементів ієрархічної моделі, який, на відміну від інших, враховує невизначеність шкали і особисті якості експерта, такі як оптимізм і песимізм, та не потребує порівняння груп елементів з фреймом; показник невизначеності експертних оцінок парних порівнянь.
4. Розроблено методики, засоби і систему моделювання експертного оцінювання та спосіб оцінювання реверсу рангів при використанні різних правил комбінування функцій довіри до елементів ієрархічної моделі.

Набули подальшого розвитку:

1. Гібридний метод розрахунку локальних і агрегованих ваг елементів ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями, який відрізняється від інших методом оцінювання і підвищення узгодженості МПП загального виду.
2. Метод розрахунку нечітких локальних ваг елементів мережевої моделі на основі нечітких МПП, який відрізняється від інших методом оцінювання і підвищення узгодженості, врахуванням властивостей сильного і слабого збереження порядку на множині нечітких ваг.
3. Метод комплексного оцінювання чутливості розв'язку задачі підтримки прийняття рішень на основі ієрархічної моделі шляхом врахування оцінки чутливості локального ранжування елементів цієї моделі; показник стійкості локального ранжування.

Удосконалено метод потоків для пошуку найбільш неузгоджених експертних оцінок елементів мережевої моделі шляхом врахування вхідного потоку.

Практичне значення одержаних результатів полягає у створенні інструментарію у вигляді СППР на основі запропонованого методологічного та математичного забезпечення для розв'язання задач підтримки прийняття рішень в складних слабо структурованих системах з людським фактором на основі ієрархічних та мережевих моделей. Побудований інструментарій використано при розв'язанні наступних практичних задач:

- оцінювання критичних технологій енергетики України в межах договірної тематики з Міністерством освіти і науки України;
- оцінювання напрямків доцільного використання космічної інформації дистанційного зондування землі для геоінформаційних систем при виконанні НДР спільно з Інститутом космічних досліджень;
- оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи міста Києва на замовлення КМДА;
- вибір пріоритетних заходів вирішення соціальних проблем міста Києва з точки зору доходів, витрат, можливостей та ризиків на замовлення Київської міської державної адміністрації (КМДА).

Результати дисертації були впроваджені в Інституті космічних досліджень Національної академії наук України та Державного космічного агентства України (акт впровадження від 15 лютого 2018 р.), в Інституті проблем реєстрації інформації НАН України, а також в навчальний процес кафедри математичних методів системного аналізу ІПСА КПІ ім. Ігоря Сікорського, зокрема при викладанні дисциплін «Прийняття рішень в ієрархічних системах», «Інтелектуальні системи прийняття рішень» та при виконанні магістерських робіт студентів спеціальностей 8.04030301 «Системний аналіз і управління» та 8.04030302 «Системи і методи прийняття рішень» (акт впровадження від 20.02.2018 р.).

Особистий внесок здобувача. Всі наукові положення та результати, що складають зміст роботи та становлять наукову новизну, отримані автором самостійно.

Здобувачем поставлено і розв'язано задачі розробки методології і системного підходу до ППР в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережових моделей, розробки і дослідження методів оцінювання і підвищення узгодженості, розрахунку довірчих інтервалів, локальних ваг на основі нечітких експертних оцінок, гібридного методу для взаємозалежних критеріїв рішень, оцінювання чутливості, реверсу рангів, розробки показника невизначеності експертних оцінок парних порівнянь та показника стійкості локального ранжування. Здобувачем поставлено задачі моделювання, розроблено методики, засоби та систему моделювання експертного оцінювання, використано їх для дослідження ефективності пропонованих методів. Здобувачем розроблено архітектуру і функціональну схему СППР, написано програмні модулі, в яких реалізовано пропоновані методи, проведено тестування цих модулів, побудовано моделі та виконано розрахунки за задачами, які складають практичну значущість роботи.

Здобувачем запропоновано ідею та методологію підтримки прийняття рішень для підвищення достовірності розв'язків задач ППР в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережових моделей, в межах якої розроблено і досліджено системний підхід, що включає методи, методики, способи, показники.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертації доповідались на наукових конференціях та семінарах:

- міжнародних конференціях «Системний аналіз та інформаційні технології» (м.Київ, 2008 – 2017 pp);
- міжнародному симпозіумі ISAHP – 2011 «XI International Symposium for the AHP/ANP» (м.Неаполь, Італія 15-18 червня, 2011p);
- міжнародній конференції CODATA: Scientific information for society – from today to the future (м.Київ, 2008p.);
- міжнародних науково-практичних конференціях ITHEA (м. Варна, Болгарія, 2012, 2013, 2015, 2016);

- міжнародних наукових конференціях «Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта» ISDMCI (м.Залізний порт, 2015, 2016);
- міжнародній науково-практичній конференції «Системный анализ в проектировании и управлении» (м. Санкт-Петербург, 2014);
- міжнародній конференції з автоматичного управління «Автоматика-2013» (м. Миколаїв, 2013);
- міжнародних конференціях «Інтелектуальний аналіз даних» ІАІ (м. Київ, 2008, 2011, 2012, 2015);
- науково-технічних конференціях з міжнародною участю «Системи підтримки прийняття рішень. Теорія і практика» СППР (м.Київ, 2010, 2011);
- міжнародній науково-практичній конференції «Системний аналіз. Інформатика. Управління» САІУ (м. Запоріжжя, 2012);
- міжнародній науково-практичній конференції «Інформація, аналіз, прогноз – стратегічні важелі ефективного державного управління» (м.Київ, 2010);
- міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології і системи в документознавчій сфері» (м. Донецьк, 2011);
- міжнародній науково-практичній конференції «Математичне і програмне забезпечення інтелектуальних систем» (м. Дніпропетровськ, 2011);
- всеукраїнській науково-практичній конференції «Информационно-компьютерные технологии в экономике, образовании и социальной сфере» (м. Симферополь, 2010);
- науковому семінарі ІПСА КПІ ім.Ігоря Сікорського (Україна, Київ, 07.02.2018р.).

Публікації. За матеріалами дисертаційної роботи опубліковано **55** наукових праць, серед них **21** – у провідних фахових виданнях (12 – у зарубіжних виданнях, 9 – в українських наукових фахових виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз даних), **1** – у інших наукових виданнях, **1** навчальний посібник з грифом МОНУ, **32** статей та тез у матеріалах доповідей зарубіжних симпозіумів, міжнародних і національних конференцій.

Структура дисертаційної роботи. Дисертаційна робота складається з переліку умовних позначень, вступу, семи основних розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків. Робота складається з 407 сторінок. Основна частина роботи викладена на 280 сторінках, містить 46 рисунків і 56 таблиць. Список використаних джерел складається з 423 найменувань на 42 сторінках. Додатки містять ілюстрації результатів аналізу, початкові дані для задачі оцінювання критичних технологій в енергетиці України та копії актів впровадження результатів роботи.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СТАНУ ДОСЛІДЖЕНЬ МЕТОДІВ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ АНАЛІТИЧНИХ ІЄРАРХІЙ ТА МЕРЕЖ

1.1 Аналіз методів розв'язання багатокритеріальних задач підтримки прийняття рішень

Вибір найкращого варіанту рішень часто здійснюється на основі множини різних вимог, які часто суперечать одна одній [1, 18, 19, 21 – 25, 28, 29, 73, 91, 93 – 95, 109 – 114, 280]. Відомі методи оптимізації дозволяють знайти екстремум однієї функції [6 – 9], тому багатоцільову задачу зазвичай зводять до одноцільової, що в багатьох випадках може привести до викривлення сутності проблеми. У зв'язку з цим в теорії дослідження операцій залишається невирішеною проблема оцінювання якості системи у випадку множини цільових функцій, тобто векторного показника якості [6 – 9, 12, 91, 121].

Задачі оцінювання варіантів рішень у слабо структурованих і неструктурованих предметних областях мають свої особливості [22 – 25]: унікальність задачі, складність, відсутність оптимальності в класичному розумінні, багатокритеріальність, невизначеність даних, неповнота кількісної вхідної інформації та свобода волі. Розв'язання слабо структурованих і неструктурованих задач підтримки прийняття рішень (ППР) на сьогоднішній день здійснюється із використанням оцінок особи, яка приймає рішення (ОПР), експертів та принципу декомпозиції складної задачі на підзадачі [10, 11, 25, 76, 93 – 95, 109 – 112, 118, 330 – 332, 336].

Методи багатокритеріальної ППР у відповідності із задачами, які потребують розв'язання, можна класифікувати наступним чином: методи теорії корисності [8, 113, 114] та методи ранжування (ЗАПРОС [21], ELECTRE [126, 157, 185, 186, 207, 208, 241, 380], PROMETHEE [186, 198, 274] та ін.). Сутність методів, заснованих на використанні функції корисності, полягає в отриманні «системи переваг» ОПР. На базі цієї системи переваг будується функція цінності, значення якої використовуються для прийняття рішення. Найчастіше застосовують функцію

лінійної згортки, вибір якої в багатьох випадках здійснюється необґрунтовано. Методи теорії корисності дозволяють розв'язувати задачі вибору «найкращого» альтернативного варіанту, ранжування альтернатив та знаходження ваг або корисностей альтернатив. В [93, 94, 110, 241] до цього класу методів також відносять і сімейство методів аналізу ієрархій (MAI).

Методи ранжування розв'язують лише задачу впорядкування, надаючи ординальні оцінки множині альтернатив рішень. Методи ранжування, на відміну від теорії корисності, не дозволяють в кількісній формі визначити відносну значимість факторів і альтернатив рішень за якісними критеріями. Одним з таких методів є ЗАПРОС (ЗАмкнуті ПРОцедури навколо Опорних Ситуацій) [21], де під опорними ситуаціями розуміються кортежі, які мають найгірші та найкращі значення оцінок за всіма критеріями. ОПР має порівняти пари кортежів навколо опорних ситуацій, що дозволяє побудувати єдину шкалу за всіма критеріями. В рамках цієї шкали здійснюється впорядкування множини кортежів оцінок за досліджуваними критеріями.

Методи ELECTRE [126, 185, 186, 207, 208, 380] і PROMETHEE [198, 274] представляють «Європейську школу» багатокритеріальних методів підтримки прийняття рішень. В цих методах використовуються функції переваг і ОПР має для кожного критерію визначити параметри цих функцій. Для отримання результуючого ранжування альтернативних варіантів будуються індекси згоди і незгоди (у випадку ELECTRE) або «додатній» та «від'ємний» потоки (у випадку PROMETHEE). Причому розрахунок вказаних індексів і потоків базується на безпосередньому оцінюванні експертом альтернатив рішень відносно критеріїв в бальних чи рангових шкалах. Використання методу безпосереднього оцінювання може призвести до помилок на відміну від методу парних порівнянь в MAI, який дозволяє виявити переваги експертів «в чистому вигляді» [13, 93 – 95]. Вважається, що порівняння двох об'єктів зробити набагато легше, ніж виражати переваги в бальній чи ранговій шкалах. Метод парних порівнянь в MAI не нав'язує експерту апріорних умов і, на відміну від інших видів оцінок, не потребує попередньої транзитивності оцінок переваг.

Методи і системи багатоцільового оцінювання альтернативних варіантів з використанням суджень експертів розроблені В.Г. Тоценко [108 – 111, 362]. В цих роботах запропоновано методи «лінія», «трикутник», «квадрат» при розгляді різних видів залежності відносних пріоритетів від ступенів переваг; індивідуальні та групові методи цільового експертного оцінювання зі зворотнім зв'язком з експертами; методи оцінювання компетентності експертів. Подальшого розвитку вказані методи отримали у роботах В.В. Циганка [118, 119, 368 – 371].

В роботі [77] О.А. Павловим запропоновано сімейство математичних моделей оптимізації для випадку, коли кожен елемент матриці парних порівнянь в МАІ показує, у скільки разів вага одного об'єкта більша ваги іншого по відношенню до заданої мети або критерію. В подальших роботах О.А.Павловим розглянуто випадки, коли довільний елемент матриці парних порівнянь в МАІ показує на скільки вага одного об'єкта більша за вагу іншого по відношенню до заданої мети; один об'єкт важливіший за інший або інформація про парне порівняння об'єктів відсутня. Для цих випадків О.А.Павловим введено та обґрунтовано дев'ять моделей оптимізації для знаходження локальних ваг об'єктів ієрархії, запропоновано моделі оптимізації для знаходження ваг за матрицями парних порівнянь, елементи яких є односторонніми нерівностями.

В ряді робіт була здійснена спроба порівняти методи багатокритеріального прийняття рішень. Виявлено, що МАІ є більш прийнятним в порівнянні з Делфі з точки зору використання інформації, встановлення цілі, прояснення проблеми, повноти задачі, задоволення процесом прийняття рішення і результатом [153, 260, 268]. Метод Делфі базується на статистичній обробці даних опитування групи експертів [2, 133, 153, 154, 260, 261, 268, 343, 384, 404]. Він часто використовується для отримання концептуальної експертної інформації про формулювання альтернатив рішень, критеріїв, цілей та інших факторів, що впливають на оцінювання альтернатив. МАІ, в свою чергу, призначений для отримання відносних значень важливостей (ваг, пріоритетів) критеріїв, цілей, альтернатив рішень, ймовірностей сценаріїв розвитку тощо. МАІ вважається часовитратним процесом і потребує значної кількості експертних оцінок.

Результати порівняння методів адитивного, мультиплікативного зважування, MAI, ELECTRE і TOPSIS наведені в [110, 342] і встановлено, що кількість критеріїв мало впливає на результати застосування методів мультиплікативного зважування, MAI та ELECTRE. Відмінності між ранжуваннями, отриманими методами адитивного зважування і TOPSIS, збільшуються із зростанням числа альтернатив, однак при цьому зменшується кількість змін рангів. При використанні методу ELECTRE збільшення кількості критеріїв призводить до зростання числа змін рангів [110]. Методи ELECTRE і PROMETHEE застосовують у випадку великої кількості критеріїв і альтернатив рішень, перевагою цих методів вважається зручність при роботі з порядковою і описовою інформацією, а недоліком – складність при інтерпретації результатів [241].

Порівнюючи методи багатокритеріальної підтримки прийняття рішень, можна стверджувати, що різні методи представляють різні підходи до розв'язання задачі оцінювання альтернатив рішень, і вибір того чи іншого методу визначається конкретною задачею та наявними ресурсами. Достовірність отриманого розв'язку підвищується шляхом використання декількох різних методів і співставлення отриманих результатів.

1.2 Аналіз сучасного стану розвитку методів підтримки прийняття рішень на основі ієрархій та мереж

1.2.1 Короткий опис методів аналізу ієрархій та мереж та їх обмеження

MAI був розроблений Т.Сааті для моделювання взаємозв'язків між окремими складовими частинами задачі прийняття рішення (ПР) за допомогою ієрархічної структури з наступним визначенням ваг або пріоритетів альтернатив рішень відносно елементів цієї структури [93 – 95, 298, 326 – 338].

Функції MAI полягають у структуризації складності, вимірюванні у шкалі відношень і синтезі. Трьома спорідненими з функціями базовими *принципами MAI* є декомпозиція, порівняльні судження та ієрархічна композиція. Принцип декомпозиції полягає у структуризації складної проблеми ПР у вигляді ієрархії факторів, які впливають на головну ціль ПР. Ієрархію можуть

утворювати критерії, підкритерії, групи зацікавлених осіб (актори), цілі, підцілі та політики акторів, сценарії, альтернативні варіанти рішень та деякі інші. На останньому рівні ієрархії зазвичай знаходяться альтернативні варіанти рішень.

Для розрахунку ваг факторів і пріоритетів альтернатив в МАІ використовується принцип порівняльних суджень, згідно з яким суб'єктивні оцінки експертів є основною інформацією для визначення переваг одного елемента ієрархії над іншим. В МАІ елементи, що знаходяться на одному рівні ієрархії, попарно порівнюються між собою відносно їх впливу на спільний елемент вищого рівня, і експерт дає оцінку щодо інтенсивності переваги одного елемента над іншим в спеціальній шкалі. Принцип ієрархічної композиції використовується для агрегування пріоритетів за всіма рівнями ієрархії.

МАІ базується на чотирьох *аксіомах*. Аксіома однорідності стверджує, що елементи, які порівнюються, не повинні відрізнятися між собою більш ніж на порядок величини, інакше це призведе до значних помилок в судженнях, зменшення точності та збільшення неузгодженості оцінок. Згідно з аксіомою оберненості, якщо $P_C(E_A, E_B)$ – результат парного порівняння елементів A та B відносно їх батьківського елемента C і означає в скільки разів більше елемент A володіє властивістю в порівнянні з елементом B , то $P_C(E_B, E_A) = 1/(P_C(E_A, E_B))$. Третя аксіома – це незалежність елементів вищих рівнів ієрархії від елементів нижчих рівнів. Якщо проблема ПР потребує моделювання за допомогою мережевої структури зі зворотними зв'язками, то для агрегування запропоновано метод суперматриці [95, 338]. Четверта аксіома МАІ полягає в адекватному представленні поглядів експертів, оскільки МАІ – дуже гнучкий метод і може використовуватися в різних областях ПР різними способами.

Можна розглядати наступні *етапи МАІ* [93, 94, 336]:

1. Побудова ієрархічної структури факторів, які впливають на головну ціль прийняття рішення; визначення альтернативних варіантів рішень. При аналізі реальної системи число елементів та взаємозв'язків між ними може бути дуже великим, що перевищує здатність експертів сприймати інформацію в повному

обсязі. У цьому випадку задача ПР ділиться на складові частини і представляється за допомогою ієрархії.

2. Отримання суджень експерта щодо парних порівнянь елементів одного рівня ієрархії відносно спільного елементу вищого рівня. Парні порівняння проводяться експертом в фундаментальній шкалі відносної важливості, за результатами будується матриця парних порівнянь (МПП), яка є додатною і обернено симетричною.

3. Виконання математичної обробки суджень експертів: розрахунок локальних ваг елементів кожного рівня ієрархії відповідно до батьківських елементів вищого рівня; аналіз узгодженості експертних оцінок; розрахунок глобальних ваг елементів ієрархії відносно головної цілі прийняття рішення, використовуючи, в загальному випадку, принцип ієрархічної композиції.

Пізніше Т.Сааті запропонував узагальнення методу аналізу ієрархій – метод аналізу мереж (МАН) [95, 330, 331, 338] для розрахунку ваг на основі взаємозалежностей, зворотніх зв'язків і петель в кластерній моделі. В [80*¹] запропоновано ввести часовий параметр у класичний МАН, що дозволяє оцінювати пріоритети мережевої структури в реальному та модельованому часі.

Метод аналізу мереж [80]* складається з наступних етапів.

Етап 1. Сформувані мережеву структуру $S^t = \{C_1^t, C_2^t, \dots, C_{N^t}^t\}$ критеріїв або факторів F_j^t , $j = 1, \dots, N_f^t$ і альтернативних варіантів рішень A_i^t , $i = 1, \dots, N_a^t$ в момент часу $T^t \in T$, де кластер C_i^t містить n_i^t елементів, $C_i^t = \{x_{i1}^t, x_{i2}^t, \dots, x_{in_i^t}^t\}$, $i = 1, \dots, N^t$. Для $\forall C_i^t, C_j^t \in S$ задаються значення функціоналу впливу $I^t : S^t \times S^t \rightarrow \{0, 1\}$:

$$I^t(C_i^t, C_j^t) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } C_j^t \text{ залежить від } C_i^t \\ 0, & \text{в іншому випадку} \end{cases}, \quad i, j = 1, \dots, N^t.$$

Етап 2. Для всіх кластерів C_i^t та C_j^t , таких що $I^t(C_i^t, C_j^t) = 1$ побудувати МПП елементів кластеру C_j^t відносно p -го елемента кластеру C_i^t :

$$M_{ijp}^{el\ t} = \{(m_{ijpqr}^{el\ t}) \mid q, r = 1, \dots, n_j^t\}, \quad i = 1, \dots, N^t, \quad j = \overline{1, N_i^{cl\ t}}, \quad p = \overline{1, n_i^t},$$

де $N_i^{cl\ t}$ – кількість кластерів $C_{j_i}^t$, таких що $I^t(C_i^t, C_{j_i}^t) = 1$.

¹ Тут і далі в тексті зірочкою позначено роботи автора

Для кожного фіксованого кластеру C_i^t , $i=1,...,N^t$ знайти множину кластерів $C_{j_1}^t$, таких що $I^t(C_i^t, C_{j_1}^t)=1$ і побудувати МПП кластерів $C_{j_1}^t$ відносно кластеру C_i^t : $M_i^{cl^t} = \{(m_{ij_1j_2}^{cl^t}) | j_1, j_2 = 1, ..., N_i^{cl^t}\}$, де $N_i^{cl^t}$ – кількість кластерів $C_{j_1}^t$, для яких $I^t(C_i^t, C_{j_1}^t)=1$.

Етап 3. Розрахувати вектори ваг $w_i^{cl^t} = \{(w_{ij}^{cl^t}) | j=1, ..., N_i^{cl^t}\}$, де $w_{ij}^{cl^t}$ – вага кластеру C_j^t відносно кластеру C_i^t та вектори локальних ваг $w_{ijp}^{el^t} = \{(w_{ijpq}^{el^t}) | q=1, ..., n_j^t\}$ елементів кластеру C_j^t відносно p -го елемента кластеру C_i^t на основі відповідних МПП, використовуючи методи ЕМ, RGMM або АН парних порівнянь. Вектори ваг нормуються до одиниці. Обчислюються значення показників узгодженості CR , GCI або HCR , які порівнюються з пороговими значеннями. Робиться висновок щодо допустимості неузгодженості МПП, побудованих на етапі 2.

На основі знайдених локальних ваг елементів кластерів сформуванати блочну матрицю ваг елементів $WE^t = \{(WE_{ji}^t) | j, i=1, ..., N^t\}$, де

$$WE_{ji}^t = \begin{matrix} & \begin{matrix} C_i^t \\ x_{i1}^{\tau} & x_{i2}^{\tau} & \dots & x_{in_i^{\tau}}^{\tau} \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_j^t \\ x_{j1}^{\tau} \\ x_{j2}^{\tau} \\ \vdots \\ x_{jn_j^{\tau}}^{\tau} \end{matrix} & \begin{bmatrix} w_{ij11}^{el\ \tau} & w_{ij21}^{el\ \tau} & \dots & w_{ijn_i^{\tau}1}^{el\ \tau} \\ w_{ij12}^{el\ \tau} & w_{ij22}^{el\ \tau} & \dots & w_{ijn_i^{\tau}2}^{el\ \tau} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ w_{ij1n_j^{\tau}}^{el\ \tau} & w_{ij2n_j^{\tau}}^{el\ \tau} & \dots & w_{ijn_i^{\tau}n_j^{\tau}}^{el\ \tau} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{для } C_i^t, C_j^t \in S, \text{ таких, що } I^t(C_i^t, C_j^t)=1,$$

$WE_{ji}^t = 0$ для $C_i^t, C_j^t \in S$, таких, що $I^t(C_i^t, C_j^t)=0$, де 0 – нульова матриця.

Побудувати матрицю ваг кластерів $WC^t = \{(WC_{ji}^t) | j, i=1, ..., N^t\}$, де $WC_{ji}^t = w_{ij}^{cl^t}$ – вага кластеру C_j^t відносно кластеру C_i^t . Якщо $I^t(C_i^t, C_j^t)=0$, то $WC_{ji}^t = 0$.

Етап 4. Для агрегування локальних ваг елементів кластерів, знайдених на етапі 3 побудувати зважену блочну матрицю ваг елементів, так звану суперматрицю $WWE^t = \{(WWE_{ji}^t) | j, i=1, ..., N^t\}$, де $WWE_{ji}^t = WE_{ji}^t \cdot WC_{ji}^t$ (операція множення) або в розгорнутому вигляді $WWE_{ji}^t = \{(w_{ijpq}^{el^t} \cdot w_{ij}^{cl^t}) | p=1, ..., n_i^t, q=1, ..., n_j^t\}$. Суперматриця невід’ємна і стохастична за стовпчиками за побудовою. На основі матриці WWE розрахувати граничні пріоритети елементів кластерів, залежно від властивостей неприводимості та примітивності цієї матриці [20, 74].

Етап 5. Виконати нормування до одиниці елементів вектору граничних пріоритетів, які відповідають альтернативам рішень.

Перевагами методів аналізу ієрархій та мереж є можливість структуризації складної проблеми у вигляді ієрархії або мережі та процедура парних порівнянь, яка оптимальним чином враховує психофізіологічні особливості людини.

Досліджуються можливості використання МАІ та МАМ в прийнятті рішень за участю групи експертів [135, 146, 149, 155, 201, 258, 321, 359 – 361, 370, 402, 406, 412, 418, 422]. Парето-оптимальність агрегованого за оцінками групи експертів розв'язку аналізується в [377]. Використовуються дві модифікації методу аналізу ієрархій з урахуванням оцінок групи експертів [210]: агрегування індивідуальних оцінок (aggregating individual judgments, AIJ), коли група стає одним індивідом і діє як одна нова особа; агрегування індивідуальних пріоритетів (aggregating individual priorities, AIP), коли група діє як множина індивідів.

Нехай $A^k = (a_{ij}^k)$ – МПП, надана k -м експертом при порівнянні n елементів, $i, j = 1, \dots, n$, $w^k = (w_1^k, \dots, w_n^k)$ – вектор ваг, отриманий на основі A^k , $w_i^k > 0$, $\sum_{i=1}^n w_i^k = 1$, $\beta_k > 0$ – вага або компетентність k -го експерта, $k = 1, \dots, m$, $\sum_{k=1}^m \beta_k = 1$, m – кількість експертів. Необхідно розрахувати груповий вектор ваг $w^G = (w_i^G)$.

Метод AIJ полягає в наступному. На основі індивідуальних МПП A^k , використовуючи один з методів агрегування, розраховується групова МПП $A^G = (a_{ij}^G)$. Наприклад, за методом агрегування WGMM елементи групової МПП дорівнюють $a_{ij}^G = \prod_{k=1}^m (a_{ij}^k)^{\beta_k}$, $i, j = 1, \dots, n$. Вектор ваг w^G розраховується на основі групової МПП, використовуючи один з методів знаходження локальних ваг.

В методі AIP на основі індивідуальних МПП A^k розраховуються індивідуальні вектори ваг w^k , $k = 1, \dots, m$. Потім груповий вектор ваг w^G розраховується агрегуванням індивідуальних векторів ваг. Так, при

використанні методу WGMM, елементи групового вектора ваг : $w_i^G = \prod_{k=1}^m (w_i^k)^{\beta_k}$,
 $i = 1, \dots, n$.

Методи AIJ і AIP приводять до однакового групового вектора ваг альтернатив у випадку використання WGMM і методу геометричної середньої знаходження локальних ваг [137]. При використанні метода власного вектора цей результат в загальному випадку буде невірним. Лише для узгодженої МПП A^k , для якої всі методи знаходження локальних ваг призводять до однакових результатів, методи AIJ і AIP при використанні WGMM є еквівалентними.

На сьогоднішній день існує велика кількість робіт, присвячених дослідженню різних властивостей MAI та MAM, розробці модифікацій для подолання обмежень цих методів. При цьому, щодо однієї і тієї ж властивості в літературі існують різні, часто протилежні, точки зору, що значно ускладнює порівняння існуючих модифікацій MAI та MAM.

Так, дискусійним питанням є явище реверсу рангів, під яким розуміється зміна порядку ранжування альтернативних варіантів рішень при додаванні нової альтернативи чи вилученні альтернативи з розгляду [41, 63, 111, 140, 197, 328, 329, 333, 337, 341, 351, 364, 365, 397]. В літературних джерелах спостерігаються протилежні погляди щодо можливості існування реверсу рангів в методах підтримки прийняття рішень та допустимості реверсу рангів для конкретних практичних задач; з метою виключення цього явища розробляються різні модифікації MAI, проводиться оцінювання імовірності та умов появи реверсу рангів при застосуванні методів парних порівнянь [190, 191, 204]. Використовуються різні правила агрегування ваг [72, 73, 146, 278, 319, 415].

В літературних джерелах пропонуються та аналізуються різні методи оцінювання узгодженості експертних оцінок парних порівнянь [110, 124, 127, 136, 161, 164 – 166, 170, 182, 194, 201, 214, 228, 245, 246, 262, 265 – 267, 270, 271, 293, 314, 332, 336, 339, 348, 353, 354, 379, 407]. Методи розрахунку ваг на основі матриць парних порівнянь розробляються і досліджуються в роботах [77, 93 – 95, 97, 110, 119, 134, 175, 184, 187, 230, 236, 259, 269, 322, 326 – 338, 350, 399]. Різні

методи знаходження ваг в загальному випадку призводять до різних результатів, і лише у випадку узгодженої МПП існує вектор ваг, який відповідає всій множині оцінок експертів.

До обмежень класичного МАІ [93, 94, 326, 327, 332, 336] та МАМ [95, 330, 331, 338] відносять відсутність в цих методах засобів обробки неточних, нечітких експертних оцінок, неповної множини оцінок. У зв'язку з цим, в останній час для розв'язання практичних задач розробляються модифікації МАІ при інших варіантах формування експертних оцінок: стохастичні МАІ [132, 196, 223, 224, 235, 315, 320, 352], в яких використовуються різні закони розподілу оцінок експертів, та інтервальні та нечіткі МАІ [168, 176, 179 – 181, 188, 195, 250, 255, 272, 282, 283, 323, 356, 378, 386, 392, 393, 395, 396, 398, 400, 401, 402, 413, 418, 420, 422], в яких експертна оцінка ступеня переваги одного елементу ієрархії над іншим формується у вигляді інтервалу. У розробників нечітких МАІ, в свою чергу, спостерігаються різні погляди з приводу того, мають бути результуючі ваги чіткими чи нечіткими тощо. Методам аналізу ієрархій на основі неповністю заповнених експертних МПП присвячено роботи [142, 159, 160, 205].

При використанні стохастичних методів для обробки експертних оцінок одним із головних питань є обґрунтування вибору закону розподілу оцінок експертів. Проблема полягає в тому, що цей розподіл в основному встановлюється розробником методу і не є математично обґрунтованим. Так, авторами модифікацій МАІ, які використовують імітаційне моделювання Монте-Карло [132] і регресійний метод пошуку ваг [187, 189, 259], використовується лог-нормальний закон розподілу експертних оцінок. Автори стохастичного МАІ з логіт- [223, 224, 315] і пробіт- [224] моделями, в свою чергу, пропонують мультиноміальний закон розподілу оцінок експертів. Існують також інші припущення щодо характеру цього розподілу [269]. Однак, питання строгого математичного обґрунтування того чи іншого закону розподілу експертних оцінок на сьогоднішній день залишається відкритим. Перевага стохастичних МАІ в порівнянні з детермінованими аналогами полягає в можливості перевірки гіпотез

щодо рівності у статистичному сенсі рангів альтернативних варіантів рішень, розрахунку ймовірностей ранжувань і появ реверсу рангів між альтернативами.

Існує ряд робіт, присвячених поєднанню МАІ з іншими методами і теоріями. Зокрема, МАІ розглядається допоміжним інструментом при розв'язанні задач математичного [212, 238, 239, 317, 346, 357, 361, 366, 405] програмування. Зв'язок МАІ з моделями компромісного програмування (compromise programming) досліджується в [202], удосконалення методу PROMETHEE за допомогою елементів МАІ або МАМ пропонуються в [244, 274, 387], поєднання методів TOPSIS з МАІ або МАМ розроблено в [276, 313, 343]. Гібридні моделі комплексного аналізу даних DEA, які включають елементи МАІ або МАМ пропонуються в [177, 253, 257, 297, 319, 355], поєднання методів Делфі та МАІ розроблено в [276, 343, 384]. Огляд основних напрямів сучасного розвитку МАІ можна знайти в [233].

Суперечливість методів, представлених в літературних джерелах і пов'язаних з різними аспектами роботи МАІ, призводить до необхідності пошуку нових засобів оцінювання існуючих модифікацій МАІ та результатів їх роботи. Проблема полягає в тому, що при заданій початковій інформації, представленій експертними оцінками порівнянь на множинах факторів і альтернатив рішень, застосування різних модифікацій МАІ призводить до різних результатів. При цьому «істинність» того чи іншого отриманого результату принципово не може бути встановлена на момент прийняття рішення.

1.2.2 Сутність методів парних порівнянь розрахунку ваг

Методи парних порівнянь використовуються для обчислення відносних ваг об'єктів за якісною їх характеристикою. Суть цих методів полягає в тому, що експерт порівнює всі або деякі пари об'єктів (в подальшому – альтернатив) в пропонованій йому шкалі. Традиційним є метод, запропонований Т.Сааті [93, 94], назовемо його "трикутник", відповідно до якого усі альтернативи попарно порівнюються в шкалі відношень і в результаті експерт дає $n(n - 1) / 2$ оцінок, де n – кількість альтернатив. За результатами формується обернено симетрична

МПП $D_{n \times n} = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$. У випадку мультиплікативних парних порівнянь МПП має властивості $d_{ij} > 0$ і $d_{ji} = 1/d_{ij}$. Суперечність експертних оцінок парних порівнянь визначається за допомогою показників узгодженості МПП та методів, які визначають рівень допустимої неузгодженості МПП (див. п.1.2.3). Метод "трикутник" обґрунтований тільки для допустимо неузгоджених МПП.

Оскільки кількість експертних оцінок, що дорівнює $n(n-1)/2$, надмірна, в [97, 109, 110] розроблені методи парних порівнянь типу "лінія", які зменшують навантаження на експерта. У цих методах передбачається повна узгодженість знань експерта і тому експерту достатньо надати тільки $n-1$ оцінку. В методах [109, 110] експерт порівнює усі альтернативи рішень з однією вибраною еталонною альтернативою. У методі [97] вибираються провідні пари альтернатив, які порівнюються.

Однією з шкал, яка часто пропонується експерту для виконання парних порівнянь, є вербальна *шкала відношень Сааті* 1 – 9, в якій 1 відповідає однаковій важливості порівнюваних об'єктів, 3 – слабкій перевазі, 5 – сильній перевазі, 7 – дуже сильній перевазі, 9 – абсолютній перевазі і 2, 4, 6, 8 – проміжним значенням [93, 94]. Використання цієї шкали – одна з переваг МАІ та МАМ над іншими методами експертного оцінювання, оскільки оптимальним чином враховує психофізіологічні особливості людини.

Розглянемо постановку задачі для методів парних порівнянь. Дано: $A = \{a_i \mid i = 1, \dots, n\}$ – множина альтернатив рішень, C – якісна характеристика, за якою порівнюються ці альтернативи, надалі – критерій рішень. Необхідно визначити $w = \{w_i \mid i = 1, \dots, n\}$ – нормовані відносні ваги, пріоритети або коефіцієнти відносної важливості (надалі ваги) альтернатив за критерієм C , $w_i > 0$, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Мультиплікативний метод "трикутник". На основі експертних оцінок парних порівнянь усіх альтернатив в шкалі відношень Сааті будується мультиплікативна МПП $D_{n \times n} = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$, $d_{ij} > 0$, $d_{ji} = 1/d_{ij}$:

$$d_{ij} = \frac{v_i}{v_j} \varepsilon_{ij}, \text{ де } \varepsilon_{ij} > 0 \text{ – збурення, } \varepsilon_{ji} = 1/\varepsilon_{ij}. \quad (1.1)$$

Історично першим для розрахунку ваг було розроблено метод головного власного вектору ЕМ (eigenvector method) [327, 336], відповідно до якого вектор ненормованих ваг v – це власний вектор МПП, що відповідає її найбільшому власному числу: $Dv = \lambda_{\max} v$. Далі ці ваги нормуються $w_i = v_i / \sum_{j=1}^n v_j$, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Серед оптимізаційних найбільшого поширення отримав метод логарифмічних найменших квадратів, інша назва – RGMM (row geometric mean method) [134, 187]. Згідно з цим методом розв’язується задача математичного програмування:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\ln \varepsilon_{ij})^2 \rightarrow \min \text{ при обмеженнях } \prod_{i=1}^n v_i = 1, \ v_i > 0, \ i = 1, \dots, n.$$

Її розв’язком є вектор ваг $v_i = \left(\prod_{j=1}^n d_{ij} \right)^{1/n}$. В роботах [123, 134, 135, 163, 203]

відмічаються гарні властивості методу RGMM. Обґрунтування використання RGMM проводиться за допомогою двох різних підходів: 1) детермінованого методу мінімізації логарифма квадратів помилок (логарифмічний МНК); 2) стохастичного методу максимальної правдоподібності пріоритетів, в якому використовується мультиплікативна модель збурень елементів МПП A :

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \pi_{ij}, \text{ де збурення } \pi_{ij} \sim \text{Lognormal}(0, \sigma) \text{ – незалежні випадкові величини,}$$

які мають лог-нормальний розподіл з нульовим середнім і постійною дисперсією. Аналітично доведено [217], що відмінність між оцінками ваг за методами ЕМ і RGMM має порядок $O(\sigma^2)$, де σ^2 – дисперсія $\ln(a_{ij})$.

Обчислені на основі МПП ваги v мають сенс, якщо збурення $\delta_{ij} = |\varepsilon_{ij} - 1|$ в (1.1) мале, причому величина збурення зв’язується з поняттям узгодженості МПП, про яке піде мова нижче в п.1.2.3. Якщо МПП узгоджена, то ваги, отримані на її основі різними методами парних порівнянь, співпадають між собою. В загальному випадку неузгодженої МПП ваги за методами ЕМ і RGMM співпадають для $n=3$.

Мультиплікативний метод "лінія". У [110] розроблено метод "лінія", в якому експерт виконує парні порівняння альтернатив з однією вибраною альтернативою, використовуючи шкалу відношень або інтервалів, причому припускається повна узгодженість знань експерта. Розглянемо цей метод при використанні шкали відношень. За результатами порівнянь усіх альтернатив $a_i \in A$, $i \neq e$ з еталонною альтернативою a_e формується вектор $D_e = \{d_{ie} \mid i = 1, \dots, n\}$ ступенів переваги a_i над a_e . Ненормовані ваги альтернатив виражаються через вагу еталону: $v_i = v_e \varphi_{mult}(d_{ie})$, $\forall i \neq e$, $\varphi_{mult}(1) = 1$, де φ_{mult} - монотонна функція. Часто використовується $v_i = v_e d_{ie}$. Обчислюються відносні ваги альтернатив шляхом нормування $w_i = v_i / \sum_{j=1}^n v_j$.

Ваги, розраховані описаним вище методом "лінія" на основі вектору D_e при $v_i = v_e d_{ie}$, очевидно, співпадають з вагами за методом "трикутник" на основі узгодженої МПП, яка побудована за вектором D_e .

Вважається, що повна узгодженість – це ідеальний випадок, до якого слід прагнути експертові, виконуючи парні порівняння [97, 109, 110]. Проте, якщо експерт дав повністю узгоджені оцінки, то вони не обов'язково відображають істинні ваги порівнюваних альтернатив. Тому проблема розрахунку ваг на основі матриць парних порівнянь залишається актуальною задачею.

1.2.3 Показники і критерії узгодженості експертних оцінок парних порівнянь

В літературних джерелах пропонують різні види МПП і, відповідно, різні види неузгодженості: мультиплікативні МПП [93 – 95, 336, 338], адитивні МПП [136], нечіткі адитивні, які ще отримали назву адитивні транзитивні [160, 182], нечіткі мультиплікативні, інша назва – мультиплікативні транзитивні [159, 182]. Для оцінювання неузгодженості мультиплікативної МПП (в подальшому – МПП) розроблено показники: відношення узгодженості CR [93 – 95, 336, 338], спектральний коефіцієнт узгодженості k_γ [110], геометричний індекс узгодженості

GCI [124], індекс узгодженості транзитивностей CI^r [314], гармонічне відношення узгодженості HCR [353], та інші [127, 218, 245], а також критерії [93, 110, 336], які, використовуючи ці показники, дозволяють оцінити допустимість неузгодженості МПП для її використання в процесі прийняття рішень. В [136] запропоновано індекс неузгодженості адитивних МПП. В [166] представлено аксіоми, яким мають задовольняти індекси неузгодженості. Індекс неузгодженості CI^{CD} для МПП загального виду, що визначена над ділимою абелевою лінійно впорядкованою групою, запропоновано в [171].

Невеликий рівень неузгодженості МПП є прийнятним на практиці: *неузгодженість МПП допустима*, якщо показник неузгодженості CR не перевищує встановлене для нього порогове значення [93, 336]. Причинами неузгодженості вважаються [14, 110, 409]: психологічні обмеження людини-експерта, помилки експертів при висловлюванні оцінок, а також використання шкали відношень Сааті.

Статистичний підхід до оцінювання рівня узгодженості МПП запропоновано в [203, 266]. Порівняння детермінованого і статистичного підходів до оцінювання узгодженості МПП виконано в [379]. Аналіз неузгоджених та суперечливих суджень в МПП проведено в [256]. Підходи активного навчання (an action learning) для оцінювання узгодженості МПП запропоновано в [167, 296]. Узгодженість нечітких відношень переваги оцінюється в [227, 228], лінгвістичних відношень переваги – в [194]. Неузгодженість МПП з нечіткими елементами досліджено в [165, 323]. Дослідження ефективності агрегування експертних оцінок, отриманих методом парних порівнянь виконано в [368]. Пропонуються означення слабо узгодженої [172] та транзитивної [173] МПП.

Нехай $d_{ij} = c_{ij} \varepsilon_{ij}$, де $c_{ij} = w_i / w_j$ – елемент узгодженої МПП, $\varepsilon_{ij} > 0$ – величина збурення. Відношенням узгодженості [93, 94, 336] МПП $D_{n \times n}$ називається $CR(D_{n \times n}) \stackrel{\text{def}}{=} CI(D_{n \times n}) / MRCI(n)$, де індекс узгодженості $CI(D_{n \times n}) \stackrel{\text{def}}{=} - \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i / (n-1)$ – середнє значення не головних власних чисел $D_{n \times n}$ із знаком «–». Після перетворень $CI(D_{n \times n}) = (\lambda_{\max} - n) / (n-1)$, де λ_{\max} – головне власне число $D_{n \times n}$,

$MRCI(n) > 0$ – середнє арифметичне значення величин CI для випадковим чином заповнених МПП розмірності $n \geq 3$ (таблична величина).

Т.Сааті розраховував величину $MRCI$ шляхом генерування 500 випадковим чином заповнених МПП для кожного з $n=3, \dots, 11$ та беручи середнє арифметичне знайдених значень CI для кожного n . Декількома авторами проведено розрахунки та отримано різні значення індексу $MRCI$, залежно від методу моделювання та кількості згенерованих матриць [211, 372, 373].

До обмежень індексу CI відносять [136]: відсутність чіткої алгебраїчної та геометричної інтерпретації, а також відсутність аналогів CI для інших видів МПП, зокрема адитивних та нечітких. Використовуючи результати [130], в [71] досліджено чутливість індексу CI до зміни одного елементу МПП.

Геометричним індексом узгодженості [124] називається $GCI(D_{n \times n}) \stackrel{def}{=} S^2(D_{n \times n}) / d.f(n)$, де $S^2(D_{n \times n}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (\ln d_{ij} - \ln(v_i / v_j))^2$, вектор ваг v – розв’язок задачі оптимізації $S^2(D_{n \times n}) \rightarrow \min$ при обмеженнях $\prod_{i=1}^n v_i = 1$ і $v \in R_+^n$, $d.f(n) = n(n-1)/2 - (n-1)$ – кількість ступенів свободи. Аналітичний розв’язок наведеної задачі оптимізації $v_i = \left(\prod_{j=1}^n d_{ij} \right)^{1/n}$ відомий як метод RGMM.

Відомо, що якщо $A = \{(a_{ij}) | i, j = 1, \dots, n\}$ – МПП і $v = \{v_i | i = 1, \dots, n\}$ – вектор ваг, отриманий на її основі методом RGMM, то $GCI = 2n \cdot CI / (n-2) + o(\varepsilon^3)$, де $\varepsilon = \max_{i,j} \{|\ln e_{ij}|\}$, $e_{ij} = a_{ij} v_j / v_i$, а також виконується рівність $GCI = k(n)CR + o(\varepsilon^3)$, де $k(n) = 2n \cdot E(CI(n)) / (n-2)$.

Гармонічним відношенням узгодженості [353] називається $HCR(D_{n \times n}) \stackrel{def}{=} HCI(D_{n \times n}) / MRHCI(n)$, де $HCI(D_{n \times n}) \stackrel{def}{=} (HM(s) - n)(n+1) / (n(n-1))$ – гармонічний індекс узгодженості, $HM(s) = n(\sum_{j=1}^n (s_j)^{-1})^{-1}$ – середнє гармонічне величин $s_j = \sum_{i=1}^n d_{ij}$, $MRHCI(n) > 0$ – середнє арифметичне значення величин HCI для випадковим чином заповнених МПП розмірності $n \geq 3$ (таблична величина).

Індексом узгодженості транзитивностей [314] називається величина $CI^{tr}(D_{n \times n}) = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^{NT} CI^{tr}(\Gamma_i)$ – середнє значення індексів узгодженості $CI^{tr}(\Gamma_i)$ всіх різних транзитивностей МПП $D_{n \times n}$, якщо $n > 3$. Величина $CI^{tr}(D_{n \times n}) \stackrel{def}{=} \det(D_{n \times n})$, якщо $n = 3$ та $CI^{tr}(D_{n \times n}) \stackrel{def}{=} 0$ в іншому випадку. В цьому означенні транзитивність Γ – це слабкий порядок на множині з трьох альтернатив $\{a_i, a_j, a_k\}$, а $NT = n! / ((n-3)!3!)$ – кількість різних транзитивностей МПП $D_{n \times n}$, якщо $n \geq 3$.

Спектральним коефіцієнтом узгодженості [110] називається $k_y(D_{n \times n}) = \min_{k=1, \dots, n} (k_y(R^k))$, де $k_y(R^k) = \left(1 - \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^m r_j^k |j - \text{mean}^k| - \sum_{j=1}^m \frac{r_j^k}{n} \ln \left(\frac{r_j^k}{n} \right) \right) \right) / \left(G \sum_{j=1}^m |j - \frac{m+1}{2}| + \ln(m) \right) z$ – спектральний коефіцієнт узгодженості спектра ваг $R^k = \{(r_j^k) | j = \overline{1, m}\}$ альтернативи a_k , r_j^k – кількість ваг для альтернативи a_k , які відносяться до поділки шкали $s_j = j / m$, m – кількість поділок шкали, mean^k – середнє значення множини ваг для альтернативи a_k , $G = n / \ln(n) m \ln(m)$ – коефіцієнт масштабування, $z \in \{0, 1\}$ – булева функція, яка задає необхідні та достатні умови рівності нулю спектрального коефіцієнта узгодженості $k_y(R^k)$.

Для описаних вище показників справджуються нерівності $CR(D_{n \times n}) \geq 0$, $GCI(D_{n \times n}) \geq 0$, $HCR(D_{n \times n}) \geq 0$, $CI^{tr}(D_{n \times n}) \geq 0$, $k_y(D_{n \times n}) \geq 0$. Показники CR і HCR будуються шляхом нормування показників узгодженості CI і HCI величинами, які характеризують узгодженість випадковим чином заданих МПП. Тому показники CR і HCR дозволяють оцінити присутність інформації в МПП, та випадки коли МПП є інформаційним шумом або випадково заданою.

Експертні оцінки без допустимої неузгодженості вважаються суперечливими і, відповідно, не можуть бути використані при прийнятті рішення. Аналізу та порівнянню окремих показників узгодженості присвячено роботи [161, 164, 166]. Питання надійності ваг, обчислених на основі неузгоджених, зокрема, нетранзитивних МПП, досліджується в роботах [267, 347, 348]. Проте, багато питань залишаються до кінця невивченими. Зокрема актуальними задачами

залишаються дослідження еквівалентності різних показників, тобто чи призводять вони до однакових висновків щодо допустимої неузгодженості МПП, та питання надійності ваг, обчислених на основі МПП різного рівня неузгодженості. Невирішеними на сьогоднішній день також залишаються проблеми оцінювання рівня узгодженості експертних оцінок парних порівнянь, представлених нечіткими множинами, та допустимості неузгодженості цих оцінок для достовірного розрахунку локальних ваг на їх основі.

1.2.4 Методи підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь

Традиційний підхід до підвищення узгодженості експертної інформації – це зворотній зв'язок з експертом, під час якого експерту пропонують переглянути всі або найбільш неузгоджені його оцінки. Процедура перегляду повторюється до досягнення прийняттого рівня неузгодженості експертної МПП.

Методи пошуку найбільш неузгоджених елементів, незвичних та помилкових спостережень в МПП пропонуються в [225, 269, 348]. Зокрема, евристичний метод потоків Outflow [348] розроблено для знаходження нетранзитивних елементів та виключення циклів в МПП. Інші підходи до покращення узгодженості МПП включають: методи лінеаризації [141, 143], метод побудови транзитивної апроксимації МПП, метод покращення відношення узгодженості МПП та алгоритми зміни елементів МПП без участі експерта [409, 410]. Ці алгоритми, однак, призводять до зміни всіх елементів МПП та бачаться неефективними, якщо МПП має лише декілька неузгоджених елементів, викидів або незвичних спостережень. Розглянемо відомі методи знаходження найбільш неузгодженого елементу мультиплікативної МПП. Детальний опис та обґрунтування цих методів наведено в [80*].

Метод CI базується на твердженні, що показник неузгодженості *CI* приймає своє мінімальне значення на узгоджених МПП. Метод складається з декількох етапів [269]. На першому етапі будується МПП $D_{(n-1) \times (n-1)}^i$, шляхом виключення з

початкової МПП $D_{n \times n}$ i -го рядка та i -го стовпчика, потім розраховується індекс узгодженості $CI(D_{(n-1) \times (n-1)}^i)$ цієї МПП, $\forall i = 1, \dots, n$. На другому етапі знаходяться два найменші значення показників неузгодженості: $i^* = \arg \min_{i=1, \dots, n} CI(D_{(n-1) \times (n-1)}^i)$, $j^* = \arg \min_{i=1, \dots, n, i \neq i^*} CI(D_{(n-1) \times (n-1)}^i)$. Тоді елемент $d_{i^* j^*}$ – найбільш неузгоджений.

Слід зазначити, що для збереження властивості оберненої симетричності МПП, при зміні елементу $d_{i^* j^*}$ зміні підлягає також елемент $d_{j^* i^*}$.

Метод Corr [269] кореляції між рядками і стовбцями МПП базується на факті, що із збільшенням узгодженості МПП коефіцієнти кореляції між її рядками, а також між її стовбцями наближаються до одиниці. У зв'язку з цим, на першому етапі методу розраховуються математичні сподівання $M(R_i^r)$ коефіцієнтів кореляції між i -м та всіма іншими векторами-рядками МПП D , а також математичні сподівання $M(R_j^c)$ коефіцієнтів кореляції між j -м і всіма іншими векторами-стовбцями МПП D , $i, j = 1, \dots, n$. На другому етапі знаходяться найменші значення елементів векторів $\{M(R_i^r)\}$ і $\{M(R_j^c)\}$: $i^* = \arg \min_i \{M(R_i^r)\}$ та $j^* = \arg \min_j \{M(R_j^c)\}$. Тоді елемент $d_{i^* j^*}$ – найбільш неузгоджений.

Метод Xi [269] використовує критерій згоди Хі-квадрат. На першому етапі для кожного елемента МПП D розраховуються значення:

$$\Delta_{ij} = \frac{(d_{ij} - t_{ij})^2}{t_{ij}}, \text{ де } t_{ij} = \left(\sum_{k=1}^n d_{ik} \right) \left(\sum_{l=1}^n d_{lj} \right) / \left(\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n d_{kl} \right).$$

На другому етапі розраховуються вибіркова середня та дисперсія величин $\{\Delta_{i,j} \mid i, j = 1, \dots, n\}$, знаходиться довірчий інтервал. Далі знаходяться значення $\Delta_{i^* j^*}$, які лежать за межами цього довірчого інтервалу. Тоді елементи $d_{i^* j^*}$ – найбільш неузгоджені.

Метод Outflow або евристичний метод [348] використовує поняття потоку. На першому етапі для кожної альтернативи a_i розраховується вихідний потік Φ_i –

кількість альтернатив a_j , таких що a_i переважає a_j , а саме, $d_{ij} > 1$. Найбільш неузгодженим є елемент $d_{i^*j^*}$ МПП, такий що

$$d_{i^*j^*} : \max_{i,j} (\Phi_j - \Phi_i), \text{ якщо } i \neq j, d_{i,j} > 1.$$

Якщо останній умові задовольняють декілька елементів $d_{i^*j^*}$, то серед них шукається елемент, який приводить до більшої неузгодженості, а саме, елемент, на якому досягається максимальне значення виразу:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^n (\ln d_{i,j} - \ln(d_{i,k} d_{k,j})), \text{ де } k \neq i \neq j.$$

Різні методи пошуку найбільш неузгодженого елемента в МПП, в загальному випадку, призводять до різних результатів. Тому постає задача дослідження методів пошуку найбільш неузгодженого елемента і циклу в МПП з метою вибору найбільш ефективного методу для розв'язання практичних задач. Зворотній зв'язок з експертом не завжди можливий внаслідок фінансових та часових обмежень. Тому постає задача розробки коректного методу підвищення узгодженості МПП без участі експерта, залежно від властивостей МПП та рівня її неузгодженості.

1.2.5 Аналіз модифікацій методів аналізу ієрархій і мереж, які використовують теорію нечітких множин

Перші модифікації методу парних порівнянь з використанням теорії нечітких множин з'явилися на початку 1980 років [168, 378]. Використовувалися нечіткі матриці парних порівнянь з елементами у формі трикутних [378] та трапецевидних [168] нечітких чисел. На основі розширених бінарних арифметичних операцій був запропонований нечіткий метод RGMM для розрахунку нечітких ваг [168], а також методи [181, 183, 242]. На початку широко використовувався [158, 174, 199, 238, 251, 252] метод Чанга [176], який обчислює точкові ваги на основі НМПП $Trmf = \{(l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}) \mid 0 < l_{ij} \leq m_{ij} \leq u_{ij}, i, j = 1, \dots, n\}$, елементи яких – трикутні нечіткі числа. Пізніше було виявлено, що застосування нечіткої арифметики може призвести до суперечливих результатів [255, 340, 398]

і почали розроблятися методи [340, 395, 396, 398, 400 – 402] з використанням математичного програмування.

В [255, 378, 393, 396] запропоновано моделі логарифмічних найменших квадратів та процедури дискретизації трикутних нечітких чисел – елементів нечітких МПП. Декомпозиційне представлення НМПП за допомогою множин рівня дозволяє перейти до роботи з інтервальними МПП (ІМПП) $I = \{([l_{ij}, u_{ij}]) | 0 < l_{ij} \leq u_{ij}, i, j = 1, \dots, n\}$ [35*, 282, 287]. На основі ІМПП розроблено моделі цільового програмування GPM [395], FPP [282, 283], LUAM [356], MFLLSM [398], двохетапні моделі: 2SLGP [175], TLGP [400] та інші.

В [282, 283, 294] для вираження рівня задоволення експерта або ОПР результуючим відношенням ваг використовуються трикутні функції приналежності та розроблено модель FPP розрахунку ваг, яка базується на апараті нечіткого математичного програмування. Модель FPP обчислює чіткі ваги на основі ІМПП, потребуючи задання додаткових параметрів, які характеризують рівень задоволення експерта або ОПР розрахованим вектором ваг. Задача зводиться до класичної задачі нечіткого програмування з використанням принципу Беллмана-Заде. Удосконалення моделі FPP пропонується в [179].

Інший підхід до знаходження ваг на основі ІМПП – це двохетапні моделі TLGP, 2SLGP та інші [175, 400], в яких перший етап полягає у знаходженні мінімальних значень відхилень заданої експертом ІМПП від невідомої узгодженої МПП, а другий – у безпосередньому знаходженні ваг при знайдених відхиленнях. Такий підхід представляє логічні та інтуїтивно зрозумілі засоби оцінювання узгодженості ІМПП, також стає можливим здійснювати зворотній зв'язок з експертом з пред'явленням йому найбільш неузгоджених елементів.

Основні характеристики методів і моделей одержання ваг на основі ІМПП представлені в табл.1.1. Оскільки надані експертами інтервальні оцінки суб'єктивні, вони можуть містити елементи неузгодженості. Щодо цього питання в літературі особливих дискусій не спостерігається – більшість методів дозволяє одержувати ваги на основі неузгоджених ІМПП. Але при цьому виникає інша

проблема – складності при ранжуванні альтернатив у випадку істотної неузгодженості експертних оцінок.

Таблиця 1.1. Основні характеристики методів розрахунку локальних ваг на основі ІМПП [80*]

Метод	Характеристика			
	Неузг. ІМПП	Ваги		Міра узгодженості
		точк.	інтерв.	
Нечіткого програмування переваг FPP [282, 283]	+	+		цільова функція задачі нечіткого програмування
Імітаційного моделювання Монте-Карло [335]	+		+	обмеженням є вимога допустимої узгодженості
Програмування переваг [129]	–		+	лише для узгоджених ІМПП
Лексикографічного цільового програмування [234]	+	+		немає
Інтервальний МАІ [356]	±		+	сума довжин отриманих інтервалів
Цільового програмування [395]	+		+	немає
Двохетапний [175]	+	+		цільова функція задачі лінійного програмування (ЛП) першого етапу
Двохетапний цільового програмування [400]	+		+	цільова функція задачі ЛП першого етапу

Різні погляди спостерігаються з приводу результуючих ваг: вони повинні бути чіткими чи інтервальними. Проблема полягає в тому, що при результуючих інтервальних вагах необхідно розробляти додаткові методи їх ранжування. У

загальному випадку інтервальні локальні або глобальні ваги перекриваються на окремих діапазонах і в багатьох випадках можна одержати лише часткове ранжування [340]. З іншого боку, одержання чітких ваг є неприродним і нелогічним. Це видиме спрощення веде до втрати важливої інформації, яка може бути використана при оцінюванні достовірності результатів, отриманих на основі експертних оцінок. Результуючі інтервальні ваги дозволяють оцінити присутню в інтервальній інформації невизначеність. Більш доцільним для одержання ваг на основі ІМПП в даній роботі вважається метод, результатом якого є інтервальні, а не точкові ваги.

Один із сучасних підходів до модифікації МАІ з використанням теорії нечітких множин – це розширення традиційного методу головного власного вектору. В [188] розроблено методи розрахунку ненормованого нечіткого вектору ваг, який відповідає нечіткому максимальному власному числу НМПП. Удосконалення методу [188] із врахуванням нормованості нечіткого вектору ваг запропоновано в [391 – 393]. В [250] виявлено недоліки методу [393] та розроблено його удосконалення, що задовольняє властивість оберненої симетричності парних порівнянь при побудові формул розрахунку нечіткого максимального власного числа НМПП.

Методи обчислення ваг на основі НМПП або ІМПП часто призводять до нечітких результуючих векторів ваг. Тому для узагальнення на нечіткий випадок означень слабкої узгодженості, слабого і сильного збереження порядку, необхідно вибрати метод порівняння нечітких чисел – елементів НМПП та елементів нечіткого вектора ваг. В [180] виконано огляд багатьох методів ранжування нечітких чисел, запропонованих в 1970-1980-ті роки, серед них метод ступенів оптимальності, методи, що використовують функцію Хемінга, альфа-рівні, нечітку середню і розкид, близькість до ідеалу, центроїдний індекс та інші. Огляд методів ранжування нечітких чисел виконано також в роботах [388, 389]. Відомі методи ранжування інтервалів, що засновані на порівнянні середин або кінців інтервалів [231]. Недолік цих методів в тому, що в багатьох випадках можна отримати тільки часткове ранжування.

Методи порівняння інтервальних чисел розроблено в [231, 356, 406, 408]. В роботі [363] інтервальні числа порівнюються з використанням введеної відстані між ними. Перевага цього методу в тому, що при розрахунку відстані між інтервальними числами враховуються всі точки в обох інтервалах, на відміну від інших методів [231, 356], які базуються тільки на лівому і правому кінцях інтервалів. В роботі [285] для ранжування інтервальних чисел вводиться відношення переваги. В [344] запропоновано методи порівняння інтервальних чисел, що визначають індекс оптимізму і ступінь переваги одного інтервального числа над іншим з песимістичної точки зору або несхильності ОПР до ризику. Формули для розрахунку ступенів переваги для порівняння інтервальних чисел запропоновано в [400, 414]. Метод ступенів переваги вважається простим у використанні, має бажані властивості, такі як отримання повного ранжування. Тому він застосовувався при розв'язанні ряду практичних задач [400,401,413,414].

Для нормування інтервальних чисел зазвичай використовуються методи, засновані на інтервальній арифметиці. Наприклад, кожне інтервальне число ділиться на суму всіх інтервальних чисел, використовуючи розширені бінарні операції. Інший метод полягає в нормуванні середин інтервалів. При виборі методу нормування слід враховувати, що використання розширених бінарних операцій часто призводить до широких результуючих інтервалів і тому не завжди виправдане на практиці. В [394] ілюструється некоректність традиційних методів нормування і запропоновано метод нормування інтервальних і нечітких величин, який використовує поняття досяжності.

Розглядають різні види відношень переваги на множині елементів ієрархій прийняття рішень: мультиплікативні [227], нечіткі або адитивні [411] та лінгвістичні [412]. Працюють в напрямку отримання вектору ваг на основі інтервальних адитивних обернено симетричних матриць парних порівнянь [195, 401, 402, 422]. Двохетапний метод розрахунку вектора ваг на основі інтервальної адитивної матриці порівнянь розроблено в [420]. На першому етапі цього методу будуються моделі програмування для отримання чітких узгоджених МПП на основі неузгоджених інтервальних матриць. Ці моделі узагальнюють результат,

отриманий в [272]. На другому етапі розраховуються результуючі ваги з різними ступенями довіри.

Для оцінювання узгодженості ІМПП використовують означення [270, 282], в яких аналізуються чіткі матриці, утворені лівим і правим кінцями інтервальної матриці. Для НМПП відоме означення [168], яке розширює традиційне означення Сааті, використовуючи розширені бінарні арифметичні операції. В [271] запропоновано означення узгоджених трикутних та трапецевидних нечітких обернено симетричних відношень переваги (НОСВП), а також метод побудови узгоджених трикутних НОСВП на основі обмежених парних порівнянь та алгоритм узгоджених ранжувань рішень. Спектральний коефіцієнт для оцінювання рівня узгодженості ІМПП та НМПП запропоновано в [35*, 86*] і досліджено в [51*, 309*].

Слід зазначити, що існують критичні роботи, в яких говориться про непотрібність [334] та неправомірність [423] використання теорії нечітких множин в МАІ. У відповідь, в [206] показано, що аргументи, на які спирається, зокрема, автор [423], суперечать загальноприйнятним результатам теорії нечітких множин та характеристикам традиційного чіткого МАІ, наголошується необхідність використання нечітких розширень МАІ.

Проблема полягає у виборі вигляду і параметрів функцій приналежності нечітких експертних оцінок. У зв'язку з цим в останні роки пропонуються модифікації МАІ та МАМ з використанням нечітких множин типу 2 (type-2 fuzzy set), в яких параметри функцій приналежності є нечіткими множинами [240, 345].

Аналіз модифікацій методів парних порівнянь, методів ієрархій та мереж з використанням теорії нечітких множин показав, що у цих методах мало уваги приділяється питанням узгодженості інтервальних і нечітких МПП. Згадані вище моделі не дозволяють оцінити допустимість неузгодженості інтервальних та нечітких МПП для їх використання в процесі прийняття рішень. Автори не пропонують методи підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь, представлених інтервальними і нечіткими МПП.

1.2.6 Аналіз модифікацій методів аналізу ієрархій за умови неповної множини експертних оцінок

При розв'язанні практичних задач ОПР не завжди має можливість виконати парні порівняння між усіма альтернативами рішень, що є необхідною умовою для застосування МАІ і практично усіх його модифікацій. У багатокритеріальних задачах ППР інформація про альтернативи рішень може бути неповною внаслідок неточності експертних знань, нематеріального характеру деяких критеріїв та ін. Один з підходів до ППР з неповною інформацією – це використання двохкрокової процедури [213, 229, 318], в якій на першому кроці формується задача ППР з повною інформацією шляхом доповнення відсутніх елементів МПП на основі механізму навчання [213, 229] чи евристичних правил [318], а на другому кроці застосовуються стандартні методи ППР для вирішення задачі з повною інформацією. Інший підхід реалізовано у методі ДШ/МАІ, який було запропоновано Бейноном [146 – 151], і удосконалено в [99, 375, 376]. Метод об'єднує МАІ і теорію довіри Демпстера-Шеффера (ТДШ) [192]. На відміну від описаної двокрокової процедури, метод ДШ/МАІ вирішує задачу безпосередньо ґрунтуючись на неповних експертних оцінках альтернатив за критеріями, не потребуючи доповнення відсутніх елементів МПП.

Згідно з ДШ/МАІ кожна група альтернатив рішень за кожним з критеріїв порівнюється з фреймом розрізнення – усією множиною альтернатив, і експерт виражає міру "сприятливого знання" для кожної з цих груп. Це є принциповою відмінністю від методу МАІ, в якому парні порівняння проводяться між окремими альтернативами. Кількість груп альтернатив відображає кількість знань, які має експерт за критерієм. До альтернатив, що знаходяться в одній групі, покладається однакова довіра і вважається, що експерт не має достатніх знань для розрізнення альтернатив однієї групи. Метод ДШ/МАІ складається з етапів [147]:

- 1) формування множин альтернатив і критеріїв рішень; формування груп альтернатив відносно критеріїв;
- 2) розрахунок ваг критеріїв за методом головного власного вектору;

- 3) проведення парних порівнянь груп альтернатив з фреймом розрізнення за кожним з критеріїв;
- 4) розрахунок значень функцій базового розподілу довіри для груп альтернатив і фрейму за критеріями методом головного власного вектору;
- 5) агрегування отриманих на етапі 4 функцій базового розподілу довіри, використовуючи правило Демпстера;
- 6) розрахунок значень повної довіри і правдоподібності, побудова довірчих інтервалів для груп альтернатив;
- 7) ранжування груп альтернатив.

Повна множина взаємовиключних подій названа фреймом розрізнення Θ . Можливими гіпотезами в ТДШ є усі можливі підмножини Θ . Базовим розподілом довіри називається функція $m: 2^\Theta \rightarrow [0,1]$, що задовольняє аксіомам: $m(\emptyset) = 0$ і $\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1$. Величина $m(A)$ показує долю або порцію довіри до гіпотези $A \subseteq \Theta$.

МПП в методі ДШ/МАІ має структуру:

$$D_{r+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & d_1 w^c \\ 0 & 1 & \dots & 0 & d_2 w^c \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1 & d_r w^c \\ 1/(d_1 w^c) & 1/(d_2 w^c) & \dots & 1/(d_r w^c) & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

де $d_i = d_{i\Theta}$ – кількісне вираження міри переваги групи альтернатив S_i над фреймом, r – кількість груп альтернатив за критерієм, що розглядається, w^c – вага цього критерію. Нулі в МПП (1.2) показують, що парні порівняння робляться не між різними групами альтернатив, а тільки з фреймом.

Значення функції базового розподілу довіри $m_j(\cdot)$ для груп альтернатив і фрейму обчислюються як елементи власного вектору МПП D_{r+1} (1.2), який відповідає найбільшому власному числу λ_{\max} цієї матриці. Використовуючи рівняння $D_{r+1} w = \lambda_{\max} w$, $\det(D_{r+1} - \lambda_{\max} I_{r+1}) = 0$, $\sum_{i=1}^{r+1} w_i = 1$ (умова нормування), знайдено, що найбільше власне число МПП (1.2) дорівнює $\lambda_{\max} = 1 + \sqrt{r}$, а елементи

нормованого головного власного вектору МПП (1.2), що відповідають її власному числу λ_{\max} , дорівнюють [147]

$$w_i = \frac{d_i w^c}{\sum_{j=1}^r d_j w^c + \sqrt{r}}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad w_{r+1} = \frac{\sqrt{r}}{\sum_{j=1}^r d_j w^c + \sqrt{r}}. \quad (1.3)$$

Величини w_i , $i = 1, 2, \dots, r+1$, обчислені за формулами (1.3) – це значення функції базового розподілу довіри за критерієм: $m(S_i) = w_i$, $i = 1, 2, \dots, r$, $m(\Theta) = w_{r+1}$.

Повною довірою називається функція $Bel: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$, що задовольняє наступним аксіомам: довіра до порожньої множини дорівнює нулю: $Bel(\emptyset) = 0$; довіра до фрейму Θ дорівнює одиниці: $Bel(\Theta) = 1$; $Bel(A) + Bel(\neg A) \leq 1$ [192]. Величина $Bel(A)$ обчислюється як сума довір за усіма підмножинами A і показує повну довіру до $A \subseteq \Theta$. Величина довіри $Bel(\neg A)$ показує рівень сумніву в гіпотезі A і обчислюється за формулою $Bel(\neg A) = \sum_{B \subseteq \Theta, A \cap B = \emptyset} m(B)$.

Правдоподібністю називається функція $Pls: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$, де $Pls(A)$ – це величина максимального значення довіри, яка може бути по можливості призначена $A \subseteq \Theta$: $Pls(A) = 1 - Bel(\neg A)$ [192].

Функції $Bel(A)$ і $Pls(A)$ інтерпретуються як нижня і верхня імовірності появи гіпотези A в тому сенсі, що припускається існування деякої істинної імовірності $p(A)$ появи A , такої що $Bel(A) \leq p(A) \leq Pls(A)$. Інтервал $[Bel(A), Pls(A)]$ називається *довірчим інтервалом* [192].

Наступні дві нерівності: $Bel(A) + Bel(\neg A) \leq 1$, $Pls(A) + Pls(\neg A) \geq 1$, $A \subseteq \Theta$ показують головну відмінність ТДШ від традиційного байесівського підходу. Тому ТДШ розглядається як узагальнення байесівської теорії імовірності.

Мірою неповноти експертної інформації за критерієм названо величину $m(\Theta)$ базової довіри до фрейму за даним критерієм. *Мірою неповноти експертної інформації за множиною критеріїв* $C = \{c_j \mid j = 1, \dots, q\}$ названо величину $(m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_q)(\Theta)$ базової агрегованої довіри до фрейму.

В результаті застосування методу ДШ/МАІ кожній групі альтернатив (альтернативі в окремому випадку) ставляться у відповідність значення повної довіри і довірчий інтервал.

Суттєвий недолік описаного методу ДШ/МАІ полягає в тому, що експерт не завжди може провести порівняння груп альтернатив з фреймом, тобто кількісно виразити ступінь переваги окремої групи альтернатив над усією множиною альтернатив. Невирішеним залишається також питання дослідження появи реверсу рангів при використанні правил комбінування функцій довіри.

Існують також інші модифікації методів аналізу ієрархій за умови неповної множини експертних оцінок. Зокрема, узагальнення методів головного власного вектора та логарифмічних найменших квадратів на випадок неповної множини оцінок розроблено в [160]. Там же наводяться необхідна та достатня умови існування та єдиності оптимального розв'язку пропонованого узагальнення. В [205] досліджуються адитивні обернено симетричні МПП і для виявлення залежності або незалежності пропущених змінних пропонується метод зв'язних графів. Будується задача мінімізації загального індексу неузгодженості, в якій пропущені елементи МПП розглядаються змінними задачі. В [142] розроблено метод лінеаризації для побудови найбільш узгодженого доповнення для неповністю заповненої мультиплікативної МПП. В цьому методі розраховується узгоджена повністю заповнена МПП та вектор ваг на її основі.

1.2.7 Засоби оцінювання чутливості результатів, отриманих методами аналізу ієрархій та мереж

Для дослідження достовірності розв'язку, отриманого МАІ, доцільно визначити залежність між розв'язком та збуреннями у початкових даних – експертних оцінках. Ця задача відноситься до аналізу чутливості (АЧ) результатів до змін у початкових даних. Використання АЧ дозволяє краще зрозуміти досліджувану проблему, виявити взаємозв'язки з іншими подібними ситуаціями, перевірити обґрунтованість отриманих числових значень та необхідність у більш високій точності обчислень.

В працях [36*, 93 – 95, 216, 277, 326, 330 – 332, 381] АЧ результатів МАІ зводиться до дослідження залежності вектору глобальних ваг альтернатив лише від ваг критеріїв. На практиці АЧ рішень, отриманих МАІ, найчастіше проводиться графічними методами, запропонованими розробником МАІ Т.Сааті та вперше реалізованими в СППР Expert Choice [101], а потім – у інших СППР [100, 103, 104, 106]. До них відносяться АЧ виконання, градієнтний, динамічний, 2D та різницевий АЧ. Використовуючи ці методи, користувач змінює ваги критеріїв і спостерігає на відповідних графіках, діаграмах за змінами в агрегованих вагах альтернатив. Графічні методи АЧ дають відповідь на питання «яким буде рішення, якщо вагу певного елементу змінити на деяку величину». Вони відносяться до класу методів «що буде, якщо» і не є системним підходом до оцінювання чутливості результатів.

МАІ з успіхом використовується для розв'язання різних задач підтримки прийняття рішень. У залежності від задачі слід вибирати той чи інший метод проведення АЧ. Так, для задач, що повторюються та використовують інформацію про результати розв'язаних у минулому подібних задач, можна обмежитися графічними методами АЧ. Однак, коли мова йде про задачі оцінювання та вибору сценаріїв розвитку, альтернатив рішень на рівні великих підприємств, галузей та країни в цілому, при розв'язанні задач розподілу ресурсів, при оцінюванні комплексних цільових проектів, для обґрунтування доцільності реалізації різноманітних політичних, соціальних чи економічних заходів та розподілу між ними ресурсів, а також при необхідності прийняття рішень відносно інноваційного розвитку підприємств або регіонів, слід проводити більш повний, комплексний АЧ, інтегрувати його в кожний етап прийняття рішень, включити в неперервний циклічний процес розв'язання задачі.

Один із підходів до проведення комплексного АЧ у МАІ полягає у дослідженні зміни результуючого глобального ранжування альтернативних варіантів рішення при варіюванні: початкових даних – оцінок експертів; параметрів моделі, зокрема, ваг критеріїв; структури моделі, а саме, при додаванні чи вилученні альтернатив чи критеріїв рішень [35*, 44*, 79*].

Зміна ранжування альтернатив у результаті додавання чи вилучення альтернативи – так званий реверс рангів – досліджено у роботах [35*, 41*, 58*, 60*, 63*]. Показано, що реверс рангів може виникнути при використанні в МАІ правил дистрибутивного, ідеального, мультиплікативного агрегування та групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив. Таким чином, МАІ є чутливим до змін структури ієрархічної моделі.

В [122] введено поняття інтервалу стійкості (stability interval) експертної оцінки парних порівнянь, в межах якого може змінюватися ця оцінка так, щоб узгодженість всієї множини оцінок залишалася прийнятною. В [35*, 44*, 79*] розглядається багаторівнева ієрархія і пропонуються засоби оцінювання чутливості глобального ранжування альтернатив рішень, отриманого на основі цієї ієрархії, до зміни ваг елементів ієрархії. Доцільним бачиться розширення підходу, запропонованого в [122], шляхом введення інтервалів стійкості, які зберігають ранжування альтернатив та удосконалення запропонованого в [79*] комплексного методу оцінювання чутливості результатів, отриманих МАІ, шляхом включення до нього етапів оцінювання чутливості узгодженості множини експертних оцінок до зміни окремих оцінок та оцінювання чутливості локального ранжування альтернатив рішень до збурень в оцінках експерта.

1.2.8 Висновки за п.1.2

Проведений аналіз свідчить про те, що існуючі методи мають наступні обмеження: недостатньо обґрунтований рівень узгодженості чітких та нечітких експертних оцінок парних порівнянь без участі експерта; недостатньо вивчено питання щодо оцінювання і підвищення узгодженості нечітких експертних оцінок парних порівнянь без участі експерта; має місце необхідність розраховувати інтервали довіри до локальних і агрегованих ваг; недостатньо формалізовані методи знаходження локальних і агрегованих ваг на основі нечітких експертних оцінок; недостатньо враховано при розрахунку ваг невизначеність, що спричинена шкалою та особистими якостями експерта; недостатньо проводиться аналіз чутливості та стійкості локального ранжування до змін в оцінках експертів.

1.3 Класи задач, які розв'язуються із застосуванням методів аналізу ієрархій та мереж

На сьогоднішній день існують тисячі робіт, присвячених використанню МАІ та його модифікацій для розв'язання практичних задач: в економіці, фінансах, бізнесі, екології, медицині та охороні здоров'я, у військовій справі, промисловості та інших сферах господарського життя (див., напр., огляди, виконані в [80*, 295]).

Задачі прийняття рішень, які допускають ієрархічне представлення, можна віднести до одного з трьох класів задач: прогнозування, вибору або їх поєднання. При цьому, до задач прогнозування відносять задачі визначення найбільш імовірного, «логічного» майбутнього відповідно до переваг ОПР та/чи експертів, а до задач вибору – знаходження найбільш важливих політик для досягнення бажаного майбутнього. В [295], крім описаних вище класів задач, окремо розглядається використання МАІ для розв'язання задач оцінювання; розподілу ресурсів та аналізу співвідношення доходи-витрати. Відокремлюються застосування МАІ в фінансах і банківській справі, в медицині і споріднених областях, а також поєднання МАІ з розгортанням функції якості (QFD). Окрема область – застосування МАІ при проведенні «бенчмаркінгу» (benchmarking), під яким розуміється порівняння ключових бізнес-процесів в різних компаніях чи організаціях з метою отримання чи збереження конкурентної переваги [115, 238, 312, 317]. Розглянемо приклади практичного використання МАІ при розв'язанні задач вказаних класів.

1.3.1 Застосування методів аналізу ієрархій та мереж в економіці

Задачі вибору полягають у визначенні однієї, найкращої за множиною критеріїв, альтернативи із множини варіантів. При розв'язанні цих задач ієрархія зазвичай складається з трьох-чотирьох рівнів і містить критерії, підкритерії і альтернативи рішень. Так, в задачі вибору капітального обладнання в галузі охорони здоров'я [349] ієрархія складалася з трьох рівнів: критерії (безпека, клінічні фактори, біомедична інженерія, витрати), їх підкритерії та альтернативні варіанти рішень. Підвищення узгодженості здійснювалося за допомогою

традиційного зворотнього зв'язку, при якому відібрані оцінки парних порівнянь поверталися експерту для перегляду.

Вибір методів діагностування на підприємстві здійснювався за критеріями: якість діагностування, кількість помилок, витрати, прийнятність методу, ступінь інтегрованості методу [169]. Для відбору альтернатив методів діагностування було залучено факторний аналіз. Ієрархія задачі вибору веб-сайтів [263] складалася з трьох рівнів: критерії якості сайту, їх підкритерії та альтернативи. Критеріями якості сайту були інформаційна якість, якість обслуговування, якість систем та якість, яка залежить від постачальника.

Вибір мультимедійних інформаційних систем [258] відбувався за двома групами критеріїв: технічні можливості (інтерфейс, підтримка графіки, мультимедіа та файлів даних) та критерії задоволення очікувань керівництва (ефективність витрат і підтримка постачальників). Учасники вибрали підхід оцінювання ієрархії знизу-вгору, в якому критерії оцінювалися відносно альтернатив для кращого, на думку групи, розуміння компромісів серед множини альтернатив. Після оцінювання група обговорювала зроблені оцінки і їх дозволялося переглянути. Груповий вибір здійснювався з використанням методу геометричної середньої.

В задачі виборі постачальника системи телекомунікацій [358] розглядалися такі критерії як капітальні та операційні витрати, технічна, операційна якість і якість постачальника. Двадцяти працівникам телекомунікаційної компанії були розіслані опитувальні форми із запитом визначити важливість критеріїв, що впливають на вибір систем телекомунікацій та їх постачальників. В результаті було відібрано найважливіші критерії, які і сформували ієрархію проблеми. Оцінювання елементів ієрархії проводилося за участю п'яти експертів. Методом отримання групового рішення було вибрано АІІ. Кожній альтернативі ставилася у відповідність позначка п'яти-точкової шкали {«дуже добре», «добре», «посередньо», «погано», «дуже погано»} з метою полегшення процедури оцінювання у випадку великої кількості альтернатив. Ваги розраховувалися методом головного власного вектору ЕМ.

Наступний клас задач – задачі оцінювання – призначені для розрахунку відносних ваг або пріоритетів альтернатив і критеріїв рішень. Одним з різновидів задач оцінювання є задачі *розподілу ресурсів*. В цих задачах альтернативами розглядаються проекти, між якими фіксований бюджет розподіляється пропорційно до розрахованих ваг.

При оцінюванні бізнес-договорів компанії [417] розглядалися три групи критеріїв, які формували ієрархію: 1) очікування щодо заощадження витрат, гнучкості та фокусу на основній діяльності; 2) ризик і 3) оточуюче середовище.

Оцінювання організаційного капіталу як складової інтелектуального капіталу компанії здійснювалося за критеріями: запровадження стратегічних цінностей, інвестиції в технології та гнучкість організаційної структури [158]. Кожен з критеріїв розбивався на підкритерії. Зокрема, критерій «інвестиції в технології» включав: надійність, легкість у використанні, релевантність; а критерій «гнучкість організаційної структури» – підтримку розвитку та інновації. Альтернативами були десять індикаторів організаційного капіталу. Експертні оцінки альтернатив за критеріями мали форму трикутних нечітких чисел. Для розрахунку ваг використовувався нечіткий MAI.

Пріоритети освітніх інноваційних проектів оцінювалися за наступними критеріями [281]: цілі (обґрунтованість, адаптація, тривалість, план), потреба (зацікавленість, потреба), економіка (регулювання, ресурси щодо відношень, студенти, прибутковість), масштаб (кількість предметів, студентів, лекторів, синергія, сфера професійних інтересів) та інновації. До оцінювання проектів залучалася група експертів. Розрахунки робилися двома методами: MAI і методом комісій, де в останньому групове рішення знаходилося голосуванням.

Мережа задачі оцінювання варіантів розміщень стратегічного обладнання включала такі зовнішні та внутрішні фактори, як сегменти ринку, споживачів, їх потреби, конкурентів, характеристики розміщень та критичні процеси на підприємстві-виробнику [311]. Для визначення взаємозалежностей між цими факторами та власне самими розміщеннями використовувався метод будинків розгортання функції якості (QFD), а метод аналізу мереж – як допоміжний

інструмент для QFD. Метод аналізу мереж використовувався також в задачі оцінювання долі ринку компанії [331]. Мережа включала кластери альтернатив – конкурентів, а також споживачів, обслуговуючий персонал, економічні критерії та критерії, пов'язані з рекламою і якістю товарів.

Оцінювання якості кластеризації методами багатокритеріальної підтримки прийняття рішень пропонується в [45*]. Емпіричний аналіз використання МАІ для оцінювання значень функції належності нечіткої множини виконано в [254].

Задачі *аналізу співвідношення доходи/витрати* зазвичай формулюються у вигляді задач математичного програмування, в яких найчастіше максимізуються доходи при обмеженнях на допустимі витрати, або мінімізуються витрати при пороговому обмеженні на рівень доходів. В цих задачах МАІ використовується для визначення коефіцієнтів цільової функції чи функцій-обмежень.

Так, в задачі вибору постачальників нечіткий МАІ використано для розрахунку відносних ваг постачальників [405]. Потім було побудовано задачу математичного програмування, розраховано оптимальну кількість постачальників і розмір замовлення у кожного з них. В задачі оцінювання та оптимізації якості веб-послуг за допомогою МАІ [357] розраховувалися відносні ваги веб-сервісів за індексами якості послуг. Для оптимізації загального рівня якості надання сервісів при заданому бюджетному обмеженні будувалася задача математичного програмування, в якій коефіцієнтами цільової функції були ваги сервісів, отримані за допомогою МАІ на базі оцінок користувачів.

При оцінюванні технічних умов розробки продукції [239], МАІ, МАМ та їх нечіткі модифікації використано для визначення ступенів взаємозалежності між потребами споживачів і технічними умовами виробництва продукції. Будувалася модель цілочисельного лінійного програмування, в якій коефіцієнти цільової функції попередньо розраховувалися методом аналізу мереж.

В контексті розв'язання *задач прогнозування* МАІ застосовується в декількох напрямках. Перший напрямок – це використання МАІ для об'єднання результатів прогнозів за декількома методами для отримання єдиного, комплексного прогнозу [80*]. Критеріями оцінювання прогнозів можуть

слугувати: середня відносна помилка (MAPE), відхилення, які спостерігалися з року в рік, необхідна початкова інформація, здатність методу прогнозувати поворотні точки та час, необхідний для застосування методу. Досліджувалися наступні методи прогнозування: регресійного аналізу, групові експертні, методи аналізу намірів споживачів та стимулювання продаж.

Другий напрямок – це використання МАІ для вибору методу прогнозування, коли альтернативами виступають окремі методи і необхідно вибрати найкращий з них, або розрахувати агреговане значення прогнозу за множиною методів, враховуючи відносну вагу кожного методу.

Зокрема, вибір методу прогнозування в області технологій розвитку нових матеріалів здійснювався за критеріями наявності та обґрунтованості даних, передбачуваності технологічного розвитку, подібності технологій, адаптаційних можливостей методу, легкості у використанні та витрат на застосування [181]. Розраховувалися ваги наступних методів: Делфі, кривих росту, case-методів, дерев важливості та написання сценаріїв. Оцінки цих альтернатив за критеріями формувалися як нечіткі трикутні числа.

Третій напрямок – це прогнозування за допомогою МАІ альтернативних наслідків і розрахунок ймовірностей появи альтернатив сценаріїв. Так, прогнозування вигід від використання в найближчі 15–20 років технологій транспортування на водневому паливі здійснювалося МАІ в поєднанні з методами сценарного аналізу [403]. Аналізувалися три сценарії розвитку технологій: «ринкові умови», «економіка» та «оточуюче середовище». Розглядалися альтернативні технології транспортування, такі як водень, метанол, бензин, природний газ та інші. Альтернативи оцінювалися за групами факторів: виробництво і розподіл палива, експлуатація транспорту, оточуюче середовище, ресурси та економіка.

Прогнозування наслідків розміщення національної системи протиракетної оборони (ПРО) США здійснювалося методом BOCR МАІ з урахуванням доходів, витрат, можливостей і ризиків альтернатив розміщення [330]. Альтернативами були: розміщення системи ПРО, глобальний захист і завершення програми ПРО.

Розглядалися фактори доходів: економічні, політичні, безпеки, технологічні, фактори ризиків: технічні невдачі, гонка озброєнь, зростання тероризму, оточуюче середовище, репутація США, актори: президент/ військові, технічні експерти, конгрес, оборонна промисловість та зарубіжні країни.

СППР для групового прийняття рішень щодо оцінювання місій ті цілей НАСА та інвестування в космічну галузь розроблено в [361]. Для оцінювання використовувалися критерії, пов'язані з місією, готовністю, ексклюзивністю, потребою у майбутньому та розвитком прогресивних технологій.

Прогнозування наслідків вступу Китаю до ВТО проведено в [331]. Альтернативними варіантами для Китаю були: отримати статус постійного розміру торгових відношень з США; поточний статус нормальних торгових відношень з США з деякими доповненнями; залишити той самий статус, який був у попередньому році. Ці варіанти оцінювалися за цілями акторів та факторами доходів, витрат, можливостей та ризиків для США залежно від надання Китаю того чи іншого статусу. Для моделювання зв'язків між альтернативами, цілями і факторами використовувався метод аналізу мереж.

Окремим видом задач прогнозування, для розв'язання яких застосовується МАІ, є *аналітичне планування*. Це ітераційний процес послідовного прогнозування сценаріїв розвитку і вибору дій для досягнення бажаного сценарію. Аналітичне планування за допомогою МАІ застосовувалося для прогнозування перспектив використання синтетичного палива для транспорту [94, 403]. Ієрархію утворювали актори (уряд, енергетичні компанії, споживачі, ОПЕК), їх цілі та політики. На останньому рівні ієрархії розміщувалися сценарії, серед яких необхідно було здійснити вибір: ініціатива уряду, коаліція промисловості та уряду, примусове змішування, розробка аварійних заходів і статус-кво.

Аналітичне планування було також використано для планування дій виробника споживчої продукції (далі – компанія) [94], де знадобилося провести два прямих і один зворотній процеси. Акторами були компанія, торговці і конкуренти. Інші рівні ієрархії утворювали цілі і політики акторів. Можливими сценаріями компанії, які піддавалися оцінюванню, були: гнучка бесфактурна

система, жорстка бесфактурна система і статус-кво. Метою зворотного процесу був розрахунок ваг наступних політик акторів: підвищити взаємозв'язки з торговцями, завершити випуск деяких видів продукції, пропонувати стимули торговцям в формі премій та раціоналізувати процедуру розрахунків.

МАІ використовувався для оцінювання сценаріїв і вибору варіантів на виробництві [139, 145, 162, 374, 383, 417], в різноманітних задачах оцінювання рішень за якісними критеріями [14, 22, 45, 125, 128, 131, 183, 199, 209, 215, 216, 222, 232, 263, 275, 277, 297, 299] та в задачах сталого розвитку [94, 181, 381, 403].

1.3.2 Застосування у фінансах та банківській справі

На сьогоднішній день МАІ розглядається високо потенційним інструментом підтримки прийняття фінансових рішень на підприємствах та у банківському секторі [15, 27, 90, 92, 98, 116, 117, 120, 128, 144, 152, 193, 222, 243, 247, 248, 264, 316, 338]. МАІ використовувався для розв'язання таких задач як встановлення процентних ставок за банківськими депозитами, цінова оцінка банківських вкладів, визначення ставки кредиту, вибору інвестиційних проектів, рішення щодо маркетингових стратегій банку, рішення про злиття та про призначення офісів банку, оцінювання банківських відділень, вибір інформаційних систем у банку, рішення в галузі кадрових ресурсів банку та інших.

Задачу вибору оптимальних моделей альянсів між банками і страховими компаніями [248] було розв'язано в два етапи. Спочатку було визначено вісім критеріїв, такі як розробка продукції, логіка прибутку, управління зв'язками з клієнтом, співвідношення доходи-витрати, джерела конфліктів, необхідний кредитний капітал, інвестиційні можливості та управління продажами. Потім три критерії з найменшими вагами виключено з розгляду і додано наступні критерії: 1) економії, обґрунтовані зростаннями масштабів виробництва і портфеля послуг, та 2) ризик. До оцінювання залучалася панель експертів – представників топ-менеджменту банків і страхових компаній. Оцінювання проводилося згідно з консенсусним принципом – інтенсивність того чи іншого парного порівняння визначалася в результаті обговорюваннями всіма

учасниками панелі. В результаті кожній альтернативі поставлено у відповідність два числа: вага цієї альтернативи за фінансовими критеріями і вага за критерієм «ризик». Остаточне рішення покладалося на ОПР, відповідно до встановлених ОПР ваг цих двох критеріїв.

В [128] метод аналізу мереж використовувався для дослідження проблеми фінансової кризи. Ставилася задача знаходження заходів, які мають запровадити уряди, щоб уникнути рецесії, безробіття та інших наслідків кризи. Метою було оцінити як знайдені заходи будуть впливати на такі головні економічні індикатори, як капітальні інвестиції, зайнятість, інфляція, долі ринків і рівень виробництва, і який із заходів має найбільший ефект на вказані макропоказники. Розглядалися економічні аспекти і відношення, універсальні для кожної держави. Пріоритети заходів розраховувалися на основі запропонованої мережевої моделі [128], яка показує як заходи урядів впливають на головні економічні індикатори. Модель включала множину атрибутів, об'єднаних в наступні кластери: уряд, банки, виробники, наука і технології, населення та макропоказники. Використання МАІ для оцінювання Програми стабілізації економіки у Латвії описано в [324].

МАІ, як доповнення до інших статистичних методів, використовувався в процесі багатокритеріального аналізу кредитоспроможності підприємств [144]. Ієрархічна система показників та МАІ пропонується для підвищення ефективності управління капіталом на підприємстві [116]. В роботі [264] нечіткий МАІ впроваджено під час оцінювання критичних факторів вибору облігацій з високим виходом. В останній час МАІ та МАМ об'єднуються з традиційними системами CAMEL для рейтингової оцінки банків та Basel II для управління кредитним ризиком і таке об'єднання дає більше інформації для якісного прийняття рішень [152]. Зокрема, гібридний метод CCAF/МАІ для оцінювання кредитного ризику має кращі прогнозні властивості ніж традиційний метод дерев рішень [247].

МАІ було використано для прогнозування цін акцій та опціонів [338], де альтернативами розглядалися величини зростання та спадання цін акцій/ опціонів у процентах. Ваги цих альтернатив інтерпретувалися як значення щільності

розподілу у відповідних точках. Для оцінювання інтелектуальних активів фірми [222] використовувався інтегрований метод MAI з теорією збалансованої системи показників (balance score card). Було побудовано дві ієрархії: одна містила критерії унікальності компанії на ринку, друга – критерії колективності компанії.

Застосування MAI для аналізу інвестиційних проектів запропоновано в [120, 243, 316, 338]. В [316] інвестиційні проекти оцінювалися за двома класами критеріїв: прямі доходи (чиста приведена вартість, норма прибутку всередині країни, інвестиційна норма прибутку, період відновлення, загальна сума інвестицій та інші) та потенціал для реалізації майбутнього доходу. В іншій задачі для оцінювання альтернативних варіантів інвестицій в ієрархію включено рівень сценаріїв станів економіки країни [338]. В [243] за допомогою MAI розв'язувалась задача вибору варіантів розміщення фінансових ресурсів в банківському секторі.

В [117] пропонуються оцінка кредитного ризику у вигляді 4-х рівневої ієрархії факторів ризику, адаптація MAI для оцінювання ризикованості кредитної угоди комерційного банку та методика використання експертних оцінок для кількісної оцінки ступеня впливу факторів кредитного ризику. Зазначається, що запропонована методика, яка включає комп'ютерну обробку інформації, дозволяє врахувати всі основні фактори ризику та взаємозв'язки між ними. В результаті застосування цієї методики скорочуються витрати часу кредитних працівників за рахунок уніфікації оцінки, автоматизації обробки інформації, а також використання наявних у банку даних пов'язаних з минулими операціями у вигляді вагових і нормуючих коефіцієнтів.

В [27] визначено умови застосування MAI в практичній діяльності російських банків при виборі оптимального виду акредитива; виділено і охарактеризовано критерії, за якими проводиться порівняння видів акредитива; побудовано математичну модель для оптимізації вибору ефективного виду акредитива за MAI. Показано, що автоматизація побудованої моделі у вигляді внутрішньобанківського програмного продукту дозволяє скоротити час на ПР, зменшити міру відповідальності співробітника, який приймає рішення, та підвищити ефективність прийнятого рішення і ступінь довіри до нього. В [15]

МАІ використано для вибору варіантів формування ресурсного забезпечення банку, виходячи з потреб конкретних інвестиційних рішень.

В [92] пропонується МАІ як ефективний спосіб ПР щодо реструктуризації та інвестування неплатоспроможних підприємств в умовах невизначеності. В цій роботі на практиці застосовано адаптований МАІ при ПР щодо вибору неплатоспроможного підприємства з метою реструктуризації та інвестування, що підвищує ефективність проведення санації і ризикових операцій. Зазначається, що МАІ – це метод, який найбільш широко використовується у всьому світі при виборі стратегії фірми, оцінюванні ризику капіталовкладень, кредитоспроможності клієнтів і кандидатів у партнери. МАІ видається більш обґрунтованим шляхом вирішення багатокритеріальних задач у складній обстановці масового банкрутства підприємств і необхідності усвідомленого інвестування в умовах нестабільного економічного середовища. Метод побудови стратегічної карти розвитку підприємства розроблено в [317].

Пропонується методика оцінювання банкрутства, розроблена із застосуванням МАІ та заснована на поділі банкрутства підприємства на види: банкрутство бізнесу, банкрутство власника і банкрутство виробництва [98]. Ця методика дозволила визначити інтегрований показник потенційного банкрутства в цілому і за видами. Розроблено методику визначення підсумкового рейтингу за рівнями економічної безпеки підприємства. Стверджується, що завдяки застосуванню МАІ для вирішення даної проблеми стає можливим охопити і оцінити ступінь впливу як чинників, за якими можливе проведення певних вимірювань, так і «невловимих факторів», які оцінюються з використанням суджень експертів.

З використанням МАІ запропоновано алгоритм вибору економічної стратегії розвитку корпоративних структур в чорній металургії [90]. На основі цього алгоритму здійснюється аналіз та оцінювання варіантів залежно від зміни дивідендної стратегії, зміни стратегії управління капіталом та підвищення оборотності активів підприємства.

1.3.3 Висновки за п.1.3

Проведений аналіз застосувань свідчить про те що МАІ та його модифікації знайшли широке використання в економіці, фінансах та банківській справі, зокрема для встановлення процентних ставок за банківськими депозитами, при ціновій оцінці банківських вкладів, оцінці кредитного ризику, визначенні базової ставки кредиту, оцінюванні інтелектуальних активів, акредитивів, інвестиційних проектів, при прийнятті рішень щодо маркетингових стратегій банку, рішень про злиття, а також для прогнозування цін акцій та опціонів.

МАІ, як доповнення до інших методів, використовується в діяльності інвестиційних та консалтингових компаній, а також команд з антикризового управління підприємствами, при розв'язанні задач багатокритеріального аналізу кредитоспроможності підприємств, оцінювання банкрутства підприємства, підвищення ефективності управління капіталом на підприємстві, пошуку ефективних шляхів реструктуризації та інвестування неплатоспроможних підприємств в умовах невизначеності, оцінюванні інвестиційних проектів, при виборі стратегії фірми. Традиційні системи рейтингової оцінки банків CAMEL та управління кредитним ризиком Basel II в останній час об'єднуються з МАІ та МАМ і вважається, що таке об'єднання дає більше інформації для якісного прийняття рішень. МАІ застосовується при проведенні бенчмаркінгу. Використовуються поєднання МАІ з методами розгортання функції якості QFD, balanced scorecard та комплексного аналізу даних DEA.

1.4 Аналіз програмного забезпечення для багатокритеріальної підтримки прийняття рішень з використанням методів аналізу ієрархій та мереж

В допомогу ОПР для збору і аналізу великого об'єму як кількісних так і якісних даних створено комп'ютерні системи підтримки прийняття рішень (СППР). До сучасних програмних засобів, які повністю або частково реалізують методи аналізу ієрархій або мереж, є найбільш розповсюдженими і універсальними, відносяться Decision Lens [100], СОЛОН (SOLON) [102], Logical

Decisions [103], Make It Rational [104], СВІРЬ (SVIR) [284], Mpriority [105], Super Decisions [106] і СППР "Вибір" [107]. Загальні риси цих СППР в основному включають наявність моделі предметної області у вигляді ієрархії критеріїв, підкритеріїв і альтернатив рішень, графічний інтерфейс користувача, засоби аналізу чутливості, а також можливість обробки оцінок групи експертів (табл. 1.2 і 1.3).

Експерт може задавати оцінки як безпосередньо у вигляді числових значень, так і у вигляді парних порівнянь у фундаментальній шкалі Сааті. Локальні ваги елементів ієрархічної моделі в цих СППР в основному обчислюються методом головного власного вектору ЕМ, а для агрегування локальних ваг використовується зважена сума. Аналіз чутливості у більшості СППР реалізовано за допомогою графічних засобів. Особливість СППР Super Decisions полягає у обробці мережових моделей ППР, що містять критерії доходів, витрат, можливостей і ризиків.

Таблиця 1.2. Функціональні характеристики сучасних СППР

Назва СППР	Парні порівняння	Підвищення узгодженості	Нечіткі ЕО	Неповні ЕО	Аналіз чутливості	Оцінювання ризиків	Групові ЕО	Мережіві моделі
Super Decisions	Так	-	-	-	Так	Так	Так	Так
Decision Lens	Так	-	-	-	Так	Так	Так	-
Logical Decisions	Так	-	-	-	Так	-	Так	-
Make It Rational	Так	Так	-	-	Так	-	Так	-
СОЛОН	Так	-	-	-	Так	Так	Так	Так
Mpriority	Так	Так	-	-	Так			-
ВЫБОР	Так	Так	-	-	Так	-		-
СВІРЬ	Так	-	-	-	Так	-	Так	-

Таблиця 1.3. Технічні характеристики сучасних СППР

Назва СППР	Крос-плат-формність	Програмне забезпечення з відкритим кодом	Візуалізація моделі в графічному режимі	Редагування моделі у графічному режимі	Шаблони моделей	Веб-інтерфейс
SuperDecisions	Так	-	Так	-	Так	Так
Decision Lens	Так	-	Так	-	Так	Так
Logical Decisions	-	-	Так	-		-
Make It Rational		-		-	Так	Так
СОЛОН	-	-	Так		Так	
Mpriority	-	-	-	-	Так	-
ВЫБОР	-	-	Так	-	Так	-
СВИРЬ	-	-	Так	-		-

Розглянуті СППР, які повністю або частково реалізують методи аналізу ієрархій або мереж, мають ряд обмежень, які впливають на ефективність їх використання. Так, в цих СППР експерт має обмежені можливості змінювати свої чіткі і нечіткі оцінки, підвищувати рівень їх узгодженості в процесі розв'язання задачі. Обмежено застосовуються в розглянутих СППР нечіткі методи обчислення локальних і глобальних ваг елементів ієрархії або мережі, а також методи на основі неповної множини експертних суджень. Практично не враховуються в таких СППР при обчисленні ваг особисті якості експерта типу песимізм і оптимізм, а також невизначеність шкали, що використовується експертом при виконанні оцінювання. При проведенні аналізу чутливості в розглянутих СППР не досліджується стійкість локального ранжування альтернатив рішень до змін в експертних оцінках, не обчислюються інтервали стійкості результуючого агрегованого ранжування альтернатив до змін у вагах критеріїв.

1.5 Загальна постановка задачі дослідження

Суперечливість методів, представлених в літературних джерелах і пов'язаних з різними аспектами роботи МАІ, призводить до необхідності пошуку нових засобів оцінювання існуючих модифікацій МАІ та результатів їх роботи. Проблема полягає в тому, що в умовах невизначеності, характерної для слабкоструктурованих складних систем, застосування різних модифікацій МАІ призводить до різних результатів. При цьому істинний розв'язок практичної слабко структурованої задачі ППР невідомий.

У зв'язку з цим, в дисертаційній роботі формулюється *важлива науково-технічна проблема* розробки моделей, методів та на їх основі інструментарію підтримки прийняття рішень, які дозволять підвищувати достовірність розв'язків задач підтримки прийняття рішень в складних слабкоструктурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей.

Загальна постановка задачі формулюється наступним чином. Нехай задана мережева модель задачі ППР у вигляді направленого графу $S = \{V, L, E, PCM\}$, де V – множина вершин графу – кластери з елементами задачі ППР, такими як критерії, альтернативи рішень, цілі, політики акторів, сценарії та інші: $V = \{C_1, C_2, \dots, C_N\}$, $C_i = \{v_{i1}, \dots, v_{in_i}\}$; L – множина направлених ребер графу; E – множина оцінок елементів графу, наданих експертом в шкалі, та особисті якості експерта, такі як реаліст, песиміст або оптиміст; PCM – множина оберненосиметричних матриць парних порівнянь елементів графу. Для вирішення сформульованої вище *науково-технічної проблеми* потрібно розв'язати такі завдання:

1. Виконати аналіз існуючих методів підтримки прийняття рішень, модифікацій та узагальнень методу аналізу ієрархій та методу парних порівнянь.
2. Запропонувати методологію підтримки прийняття рішень в складних слабко структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей.

3. Розробити засоби оцінювання достовірності результатів, отриманих на основі ієрархічних та мережевих моделей.
4. Розробити метод оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок, представлених матрицями парних порівнянь (МПП) загального виду.
5. Розробити метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг елементів ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень.
6. Запропонувати метод розрахунку нечітких локальних ваг елементів мережевої моделі ППР на основі нечітких експертних оцінок.
7. Запропонувати гібридний метод розрахунку локальних і агрегованих ваг елементів ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями рішень.
8. Розробити метод комплексного оцінювання чутливості ранжування елементів ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень.
9. Запропонувати спосіб оцінювання появи реверсу рангів при використанні правил комбінування функцій довіри.
10. Розробити методики і засоби аналізу ефективності методів, систему моделювання експертного оцінювання.
11. Розробити інструментарій підтримки прийняття рішень у вигляді СППР на основі запропонованих моделей, методів та підходів.
12. Застосувати розроблену методологію та інструментарій до розв'язання ряду практичних задач ППР на замовлення міністерств і відомств України.

Аналіз відомих СППР свідчить про доцільність розробки нової СППР для розв'язання практичних задач вибору, оцінювання, розподілу ресурсів, аналізу співвідношення доходи/витрати, прогнозування, планування та розвитку на основі ієрархічної та мережевої моделей критеріїв з наступними функціональними вимогами: отримання результатів на основі чітких і нечітких експертних оцінок парних порівнянь, а також неповної множини експертних оцінок, визначення найбільш неузгоджених та суперечливих оцінок експертів, циклів у множині

оцінок, їх коригування з метою підвищення узгодженості з участю і без участі експерта, використання різних методів обчислення локальних та агрегованих ваг елементів моделі, врахування факторів ризику при оцінюванні альтернатив рішень, а також виконання аналізу чутливості отриманих результатів та визначення стійких елементів задачі.

1.6 Висновки за розділом 1

Виконано огляд і аналіз досліджень з питань розв'язання багатокритеріальних задач підтримки прийняття рішень. Проведено аналіз сучасного стану розвитку методів підтримки прийняття рішень на основі ієрархій та мереж, виявлено переваги і недоліки базових методів та їх модифікацій.

Розглянуто сутність методів парних порівнянь розрахунку ваг, які є складовими МАІ та МАМ, та виявлено невирішені проблеми. Перевагами МАІ та МАМ є структуризація складної проблеми у вигляді ієрархії або мережі та процедура парних порівнянь, яка оптимальним чином враховує психофізіологічні особливості людини. Наведено огляд методів оцінювання та підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь. Встановлено необхідність у дослідженні питання надійності ваг, обчислених на основі МПП різного рівня узгодженості. Виявлено доцільність розрахунку довірчих інтервалів для ваг на основі МПП.

Виконано огляд і аналіз модифікацій МАІ та МАМ, які використовують теорію нечітких множин. Перевага цих модифікацій полягає у тому, що ваги елементів моделі можна розрахувати на основі лінгвістичних оцінок експерта. Також стає можливим математично описати неточність і невизначеність суджень, які використовуються експертами в якості оцінок. Серед обмежень нечітких методів – питання вибору вигляду і параметрів функцій приналежності елементів нечіткої МПП. Встановлена необхідність у розробці методів та засобів оцінювання рівня узгодженості експертних оцінок парних порівнянь, представлених нечіткими множинами, допустимості неузгодженості цих оцінок для достовірного розрахунку локальних ваг на їх основі, а також методів підвищення узгодженості таких оцінок.

Огляд засобів аналізу чутливості результатів, отриманих методами аналізу ієрархій та мереж, показав доцільність удосконалення комплексного методу оцінювання чутливості результатів шляхом розробки і введення етапів оцінювання чутливості локального ранжування альтернатив рішень до збурень в оцінках експерта та оцінювання чутливості узгодженості множини експертних оцінок до зміни окремих оцінок, що дозволить знайти найбільш чутливі та стійкі елементи задачі. Виявлено обмеження у функціональності програмного забезпечення, яке в тій чи іншій мірі реалізує MAI або MAM.

Показано, що MAI і MAM знайшли дуже широке практичне використання для багатьох задач підтримки прийняття рішень практично в усіх предметних областях. Зокрема, MAI і MAM – це інструменти ППР, які мають високий потенціал використання у фінансах та банківському секторі економіки.

MAI і MAM займають важливе місце в методології сценарного аналізу розв'язання задач передбачення. Ці методи, зокрема, використовувалися для оцінювання вигід від використання технологій транспортування на водневому паливі, перспектив використання синтетичного палива для транспорту, оцінювання наслідків розміщення національної системи протиракетної оборони США, планування дій виробника споживчої продукції, вибору найкращого варіанту альянсу між банком і страховими компаніями, в різних задачах оцінювання сценаріїв і вибору варіантів на виробництві та в задачах сталого розвитку.

Практичне значення відомих застосувань MAI та MAM у фінансах і банківському секторі полягає у можливості врахування всіх основних факторів задачі ППР та взаємозв'язків між ними, у скороченні витрат часу кредитних працівників за рахунок уніфікації оцінки, автоматизації обробки інформації, а також використання наявних у банку даних, пов'язаних з минулими операціями, у вигляді вагових і нормуючих коефіцієнтів. У відомих застосуваннях показано, що автоматизація MAI у вигляді внутрішньобанківського програмного продукту дозволяє скоротити час на ПР, зменшити міру відповідальності співробітника, який приймає рішення, та підвищити ефективність прийнятого рішення і ступінь довіри до нього.

РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА МЕТОДОЛОГІЧНОГО ТА МАТЕМАТИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ОЦІНЮВАННЯ ІЄРАРХІЧНИХ ТА МЕРЕЖЕВИХ МОДЕЛЕЙ ППР

2.1 Розробка методології ППР на основі ієрархічних та мережових моделей

В роботі пропонується методологія підтримки прийняття рішень, яка охоплює всі етапи оцінювання ієрархічних та мережових моделей ППР від отримання і аналізу вхідної експертної інформації у вигляді оберненосиметричних МПП елементів моделі до розрахунку локальних і глобальних ваг елементів моделі та аналізу чутливості отриманих результатів. В межах запропонованої методології розроблено системний підхід до ППР на основі ієрархічних та мережових моделей (рис.2.1).

На першому етапі аналізу якості оцінок, отриманих від експерта, пропонується метод оцінювання і підвищення узгодженості оцінок (п. 2.2). Його особливостями є дослідження властивості слабкої неузгодженості, присутності циклів в МПП та пошук найбільш неузгодженого елемента цієї матриці. Метод може застосовуватися до оцінювання і підвищення узгодженості МПП різних видів, зокрема мультиплікативних, адитивних, нечітких та інших. Результати моделювання свідчать про те, що розроблені методи пошуку найбільш неузгоджених елементів МПП (п.2.2.3) є більш ефективними за існуючі методи. В частковому випадку мультиплікативної МПП аналітично доведено дві теореми, які показують, що при використанні пропонованих методів коригування (п. 2.2.4) рівень неузгодженості скоригованої МПП не перевищує рівень неузгодженості МПП до коригування.

Застосування пропонованого методу оцінювання і підвищення узгодженості дозволяє для всіх елементів моделі отримати МПП прийнятної якості, які можна використовувати на наступному етапі знаходження локальних ваг елементів моделі.



Рисунок 2.1. Структурна схема системного підходу до підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей

На другому етапі методології розраховуються локальні ваги елементів моделі. В основу розробленого методу розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг покладено твердження, що оцінки експерта лише в деякій мірі відображають реальні співвідношення між вагами елементів моделі і містять невизначеність, незалежно від рівня їх узгодженості (п.3.1). Припускається, що невизначеність оцінок експерта обумовлена шкалою, в якій експерт виконує оцінювання, і такими особистими його якостями, як реалізм, песимізм та оптимізм. Метод використовує апарат теорії довіри (свідчень) Демпстера-Шеффера і результати комп'ютерного моделювання суджень експерта. Запропоновано показник невизначеності оцінок експерта (п.3.1.3). Комп'ютерне моделювання дозволило за деяких умов отримати кількісні оцінки

невизначеності суджень експерта-реаліста, песиміста і оптиміста в задачі обчислення ваг методом парних порівнянь у шкалі Сааті (п. 3.1.5). На основі розв'язання великої кількості тестових задач різної розмірності побудовано таблиці оцінок параметрів методу залежно від кількості порівнюваних елементів (п. 3.1.5). Результати моделювання показують, що запропоновані довірчі інтервали більш достовірно відображають реальні ваги в порівнянні з точковими вагами, що отримуються відомим методом головного власного вектора аналізу ієрархій, а також нечіткими вагами за методом FRGMM (п. 5.4).

Запропонований метод розрахунку нечітких локальних ваг на основі нечітких МПП (НМПП) відрізняється від інших оцінюванням і підвищенням узгодженості НМПП та врахуванням властивостей слабкого і сильного збереження порядку на множині знайдених нечітких ваг (п. 3.2). Цей метод, на відміну від існуючих, дозволяє визначити слабку узгодженість НМПП, оцінити допустимість неузгодженості НМПП для обчислення локальних ваг, а також, на відміну від відомих, знаходити найбільш неузгоджені елементи НМПП, використовуючи апарат, розроблений для чітких МПП. При використанні пропонованого методу не виникає протиріч, пов'язаних з результатами за чіткою і фазифікованою МПП, на відміну від відомих, які використовують розширені бінарні арифметичні операції. Метод може застосовуватися для оцінювання НМПП з функціями приналежності будь-якого виду (трапецевидними, гаусівськими), а також дискретними функціями приналежності.

На третьому етапі методології, після розрахунку локальних ваг елементів моделі здійснюється оцінювання чутливості ранжувань, побудованих на основі цих ваг, до збурень елементів експертних МПП (п. 3.3). Для фіксованого елемента МПП (оцінки експерта) пропонується інтервал стійкості як перетин двох наступних: інтервала, в межах якого може змінюватися цей елемент так, щоб результуюче ранжування залишалося незмінним, та інтервала, в межах якого може змінюватися цей елемент так, щоб неузгодженість всієї МПП (множини оцінок експерта) залишалася допустимою. Вводиться індекс стійкості елемента МПП. Розроблено

метод оцінювання чутливості, в якому інтервали та індекси стійкості елементів МПП зберігають найкращу альтернативу, та метод розрахунку інтервалів та індексів стійкості, що зберігають все локальне ранжування альтернатив (п. 3.3.4). Результуючі інтервали дозволяють знайти стійкі елементи задачі, а також чутливі елементи, які потребують більш ретельного аналізу.

На четвертому етапі методології проводиться агрегування локальних ваг елементів моделі і досліджуються властивості різних правил агрегування або комбінування. Удосконалено гібридний метод розрахунку агрегованих ваг елементів ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень із взаємозалежними критеріями рішень, коли вхідними даними для оцінювання елементів моделі є чіткі і нечіткі експертні оцінки парних порівнянь (п. 4.1). Удосконалення полягає у використанні розроблених більш ефективних методів оцінювання і підвищення узгодженості оцінок експерта. Цей гібридний метод базується на апараті теорії прийняття рішень, нечітких множин, математичного програмування і статистики, які адаптуються на різних етапах багатокритеріального прийняття рішень (БКПР) залежно від задачі та якості вхідної експертної інформації.

Проведено оцінювання чутливості рішень, отриманих із використанням різних правил комбінування функцій довіри, до змін у множині альтернатив рішень (п. 4.2). Для цього визначено дві умови зміни ранжування (реверсу рангів). У першій умові розглядаються зміни ранжувань на основі значень функцій агрегованої повної довіри до груп альтернатив. У другій умові досліджується зміна ранжування між групами альтернатив, спричинена зміною їх довірчих інтервалів. Досліджено різні види реверсу рангів в правилах комбінування Демпстера, Ягера, Жанга, Дюбуа і Прада, правилах дисконтованого та зваженого середнього значення при різних змінах множини альтернатив. Зокрема, досліджувалася поява реверсу в результаті додавання або вилучення неоптимальної альтернативи, яка домінується однією або декількома існуючими альтернативами.

Після агрегування локальних ваг використовується метод оцінювання чутливості глобального розв'язку задачі ППР.

Пропонована методологія містить найбільш ефективні методи обробки ієрархічних та мережевих моделей на кожному етапі розв'язання задач ППР, включає методи аналізу і підвищення якості вхідної експертної інформації, а також засоби оцінювання чутливості та стійкості отриманих результатів. Внаслідок цього, використання пропонованих методології та системного підходу дозволить підвищити достовірність розв'язків задач ППР в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей.

2.2 Метод оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок, представлених матрицями парних порівнянь (МПП) загального виду

2.2.1 Постановка задачі і основні означення

Методи парних порівнянь – одні із складових більшості сучасних методологій підтримки прийняття рішень, таких як методології аналізу ієрархічних структур критеріїв та альтернатив рішень [72, 93 – 95, 326 – 338], “лінія”, “трикутник”, “квадрат” [110], PROMETHEE [244, 274, 387] та інших [17, 77, 119, 368, 371]. Методи парних порівнянь використовуються для розв'язання слабо структурованих задач оцінювання альтернатив рішень за якісною їх характеристикою із залученням експертних оцінок [13, 14, 25, 75]. Ці методи спрямовані на обчислення коефіцієнтів відносної важливості або ваг $w \in R_+^n$, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ альтернатив рішень за якісним критерієм на основі МПП $D_{n \times n}$. Розрахунок цих ваг найчастіше заснований на ідеї мінімізації норми відхилень МПП $D_{n \times n}$ від деякої невідомої матриці $C = (w_i / w_j)$, яка в методах парних порівнянь вважається найкращою апроксимацією МПП $D_{n \times n}$. Матриця $C = (w_i / w_j)$ називається узгодженою. Залежно від вибору функції норми матриці застосовуються методи: головного власного вектору [93, 94, 336],

найменших квадратів, зважених найменших квадратів, логарифмічних найменших квадратів та інші (опис методів парних порівнянь можна знайти в [80*]).

Розглянемо означення, які будуть використані в даному розділі.

Мультиплікативною матрицею парних порівнянь (в подальшому – МПП) називається додатна, обернено симетрична МПП $D_{n \times n} = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$, $d_{ij} > 0$, $d_{ji} = 1/d_{ij}$, $i, j = 1, \dots, n$ [93, 94, 336].

МПП $D_{n \times n} = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$ називається *сильно узгодженою* (в подальшому – *узгодженою*), якщо $d_{ij} = d_{ik} d_{kj}$ для $\forall i, j, k = 1, \dots, n$ [336]. Якщо $\exists i, j, k$, такі що $d_{ij} \neq d_{ik} d_{kj}$, то МПП називається *сильно неузгодженою*.

МПП D *узгоджена* тоді і тільки тоді, коли її ранг $\text{rang}(D) = 1$ і $d_{ii} = 1$ [93, 94]. Отже, узгоджена МПП визначається одним своїм стовбцем або рядком.

Сильно узгоджені МПП дуже рідко зустрічаються в реальних практичних задачах при проведених експертом попарних порівняннях елементів, особливо якщо кількість порівнюваних елементів n перевищує 5. В основному, узгоджена МПП використовується як деяка ідеальна МПП, її ще називають теоретичною, з якою порівнюється задана експертом або емпірична МПП, в методах розрахунку локальних ваг елементів задачі підтримки прийняття рішень.

Неузгодженість є проявом суперечності в оцінках експертів і з'являється при необхідності порівняння більш ніж трьох об'єктів. Для оцінювання рівня неузгодженості мультиплікативної МПП в практичних задачах використовуються показники CR [93, 94, 336], GCI [124], HCR [353], CI^w [314], k_y [110] та критерії [110, 124, 336, 353], які використовуючи ці показники, дозволяють оцінити допустимість неузгодженості МПП для її використання в процесі прийняття рішень. Показник узгодженості пов'язаний з методом розрахунку ваг. Так, показник CR використовується з методом головного власного вектору ЕМ розрахунку ваг, показник GCI – з методом геометричної середньої RGMM розрахунку ваг, показник

HCR – з методом арифметичної нормалізації AN розрахунку ваг (див. п.1.2.3). Експертні оцінки без допустимої неузгодженості не можуть бути використані при прийнятті рішення. Причини неузгодженості суджень, пов'язані з психологією людини, випадковими помилками та неповною структурою моделі узагальнено в [347]. Актуальними залишаються задача дослідження еквівалентності різних показників, тобто чи призводять вони до однакових висновків щодо допустимої неузгодженості МПП в сенсі критерію, та задача достовірності ранжування, отриманого на основі допустимо неузгоджених МПП.

Для оцінювання допустимої неузгодженості МПП з метою її використання в процесі прийняття рішень розроблено два критерії. В [310*] сформульовано відомий критерій узгодженості 1 [124, 336, 353], додавши до нього випадок відсутності інформації в МПП.

Критерій узгодженості 1 [310]:*

- МПП $D_{n \times n}$ сильно узгоджена тоді і тільки тоді коли $CR(D_{n \times n}) = 0$, $GCI(D_{n \times n}) = 0$, $HCR(D_{n \times n}) = 0$, $CI^{tr}(D_{n \times n}) = 0$,
- МПП $D_{n \times n}$ допустимо неузгоджена та коригування МПП не потрібне, якщо $CR(D_{n \times n}) \leq CR^{porog}$ або $GCI(D_{n \times n}) \leq GCI^{porog}$, або $HCR(D_{n \times n}) \leq HCR^{porog}$, або $CI^{tr}(D_{n \times n}) \leq CI^{tr\ porog}$, де $CR^{porog}, GCI^{porog}, HCR^{porog}, CI^{tr\ porog}$ – порогові значення відповідних показників,
- МПП $D_{n \times n}$ містить інформацію, але є недопустимо неузгодженою та потрібно коригувати МПП, якщо показник узгодженості перевищує своє порогове значення,
- МПП $D_{n \times n}$ – це інформаційний шум та потрібно коригувати МПП, якщо нормовані показники $CR(D_{n \times n}) \geq 1$ або $HCR(D_{n \times n}) \geq 1$.

Критерій узгодженості 2 [110]:

- МПП $D_{n \times n}$ сильно узгоджена (узгоджена), тоді і тільки тоді коли $k_y(D_{n \times n}) = 1$,
- МПП $D_{n \times n}$ допустимо неузгоджена та коригування МПП не потрібне, якщо $k_y(D_{n \times n}) \geq T_u$,

- МПП $D_{n \times n}$ містить інформацію, але є недопустимо неузгодженою та потрібно коригувати МПП, якщо $(k_y(D_{n \times n}) \geq T_0) \wedge (k_y(D_{n \times n}) < T_u)$,

- МПП $D_{n \times n}$ – це інформаційний шум та потрібно коригувати МПП, якщо $k_y(D_{n \times n}) < T_0$,

де T_0, T_u – пороги для k_y , які визначаються на основі спектру мінімальної кількості інформації та спектру допустимої точності, відповідно. Для шкали $[0,1]$ з поділками $s_j = \{0, 0.1, 0.2, \dots, 1\}$ ці пороги дорівнюють $T_0 = 0.40$, $T_u = 0.79$ [110].

Слабко або порядково узгодженою називається МПП $D_{n \times n}$, для якої виконуються порядкові транзитивності [348]:

$$(d_{ij} > 1) \wedge (d_{jk} > 1) \Rightarrow (d_{ik} > 1), (d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} > 1) \Rightarrow (d_{ik} > 1),$$

$$(d_{ki} > 1) \wedge (d_{ij} = 1) \Rightarrow (d_{kj} > 1), (d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} = 1) \Rightarrow (d_{ik} = 1).$$

Слід зазначити, що слабко узгоджена МПП може бути визначена й іншими способами (див, наприклад, [138, 354]).

МПП $D_{n \times n}$ називається *нетранзитивною, слабко або ординально неузгодженою*, якщо існує трійка індексів (i, j, k) , на якій порушується порядкова транзитивність на множині порівнюваних альтернатив рішень:

$$(d_{ij} > 1) \wedge (d_{jk} > 1) \wedge (d_{ik} < 1) \text{ або } (d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} > 1) \wedge (d_{ik} \leq 1), \text{ або}$$

$$(d_{ki} > 1) \wedge (d_{ij} = 1) \wedge (d_{kj} \leq 1), \text{ або } (d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} = 1) \wedge (d_{ik} \neq 1).$$

Трійка індексів (i, j, k) називається *циклом* в МПП.

Якщо $D_{n \times n}$ – сильно узгоджена МПП, то $D_{n \times n}$ – слабко узгоджена. Якщо $D_{n \times n}$ – слабко неузгоджена МПП, то $D_{n \times n}$ – сильно неузгоджена.

Проблема слабко неузгодженої МПП полягає в тому, що не існує ранжування альтернатив рішень, яке задовольняє усім елементам цієї МПП в тому розумінні, що $a_i \succ a_j$ якщо $d_{ij} > 1$, $a_i \prec a_j$ якщо $d_{ij} < 1$ і $a_i \sim a_j$ якщо $d_{ij} = 1$. Тому цикл має бути

знайдено і вилучено з МПП. В [256, 348, 310*] показано, що допустимо неузгоджена за показником CR МПП може мати цикл і бути нетранзитивною. Тому потрібні спеціальні методи пошуку циклів в МПП. Вилучення елементів, які призводять до циклів в МПП, формулюється в [348] у вигляді оптимізаційної задачі зміни мінімальної кількості елементів МПП.

Один з підходів до покращення рівня узгодженості МПП, який також використовується в даній роботі – це знайти найбільш неузгоджений елемент МПП і змінити його з участю або без участі експерта. Під найбільш неузгодженим в роботі розуміється елемент, зміна якого призводить до максимального покращення рівня узгодженості МПП. Припустимо, що покращення узгодженості вимірюється запропонованим Т.Сааті показником узгодженості CR . Показники CR і CI використовувалися для подібних цілей іншими авторами, наприклад, для знаходження і зменшення впливу циклічних пріоритетів, для знаходження незвичних та помилкових оцінок експерта в [269].

Найбільш неузгоджений в даній роботі – це елемент МПП, зміна якого призводить до максимального покращення рівня узгодженості МПП в термінах показника неузгодженості CR .

В [171] пропонується означення МПП загального виду, заданої над абелевою лінійно впорядкованою групою. Нехай X – відкритий інтервал R , \leq – загальний порядок на X , $G = (X, \otimes, \leq)$ – діліма абелева лінійно впорядкована група, e – одиниця в G , $x^{(-1)}$ – симетричний до $x \in X$ відносно операції \otimes , \div – операція, зворотна до \otimes , яка визначається $a \div b = a \otimes b^{(-1)}$. Прикладами ділимих абелевих лінійно впорядкованих груп є: мультиплікативна, адитивна і нечітка.

МПП $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ називається \otimes -обернено симетричною МПП над групою G , якщо $d_{ij} \in X$ та $d_{ij} \otimes d_{ji} = e$ для всіх $i, j = 1, \dots, n$ [171]. Якщо група G діліма, це означає, що з операцією \otimes пов'язується оператор усереднення m_{\otimes} . Це дало змогу в [170] ввести індекс \otimes -узгодженості МПП.

МПП $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ називається \otimes -узгодженою МПП над групою G , якщо $d_{ij} \in X$ для всіх $i, j = 1, \dots, n$ та виконується $d_{ik} \otimes d_{kj} = d_{ij}$ для всіх $\forall i, j, k = 1, \dots, n$ [171]. В [173] введено означення та досліджено властивості \otimes -транзитивної МПП над групою G .

Постановка задачі розробки методу оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок, представлених МПП, формулюється наступним чином.

Дано: $D_{n \times n} = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$ – МПП альтернатив рішень за критерієм.

Необхідно:

- дослідити, чи є відомі показники узгодженості CR , GCI , HCR , CI^r та k_y еквівалентними в тому розумінні, що вони призводять до однакових висновків щодо допустимої неузгодженості мультиплікативної МПП,
- дослідити чи є слабо неузгоджені МПП з циклом допустимо неузгодженими за відомими методами та як слабка неузгодженість МПП впливає на заключне ранжування порівнюваних елементів,
- дослідити ефективність відомих методів підвищення узгодженості МПП без участі експерта та методів пошуку найбільш неузгодженого елементу МПП,
- розробити метод оцінювання узгодженості мультиплікативної МПП та МПП загального виду,
- розробити метод пошуку найбільш неузгодженого елементу мультиплікативної МПП та МПП загального виду,
- розробити метод підвищення узгодженості МПП загального виду без участі експерта залежно від властивостей МПП.

2.2.2 Загальний опис методу оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок, представлених МПП

Проведено моделювання тестових МПП різного рівня узгодженості з метою дослідження залежності між відомими показниками узгодженості та аналізу

властивості слабкої узгодженості МПП. В результаті моделювання виявлено класи МПП, для яких використання відомих показників CR [93, 94, 336], HCR [353], k_y [110] та методів узгодженості [110, 336] можуть привести до різних висновків щодо допустимої неузгодженості МПП (див. п. 5.2). Отримано, що допустимість неузгодженості МПП виявлених класів, оцінена за відомими методами [110, 336] не гарантує, що ранжування альтернатив, отримані на основі цих МПП різними методами розрахунку ваг, будуть співпадати між собою. Тому ранжування альтернатив залишається невизначеним. Встановлено, що відомі методи [110, 336] не ідентифікують слабку неузгодженість або цикл в МПП. Присутність циклу в МПП означає, що не існує ранжування елементів, яке задовольняє всім елементам МПП. Проте, для ряду тестових задач було отримано, що відомі методи [110, 336] визнають МПП з циклом допустимо неузгодженими і придатними для надійного розрахунку локальних ваг на їх основі (див. п. 5.2.2).

У зв'язку з наведеними вище результатами, пропонується метод оцінювання і підвищення узгодженості МПП, особливості якого полягають у наступному:

- використовується як традиційне поняття узгодженої МПП, так і нове поняття слабко узгодженої МПП, що дозволяє коректно оцінювати узгодженість і коригувати МПП залежно від її властивостей;
- здійснюється оцінювання і коригування узгодженості мультиплікативної МПП за множиною показників;
- методи знаходження найбільш неузгоджених елементів МПП є складовою запропонованого методу;
- методи коригування МПП без участі експерта, залежно від властивостей МПП є складовою запропонованого методу.

Ідея методу полягає в тому, що на перших етапах перевіряється властивість слабкої узгодженості МПП. Якщо цикли в МПП відсутні, здійснюється перевірка допустимої неузгодженості МПП за вибраним показником узгодженості і робиться

висновок щодо необхідності підвищення узгодженості МПП. Моделювання експертних оцінок парних порівнянь показало, що ефективність двох загальних методів підвищення узгодженості МПП залежить від відсотка помилкових елементів в цій матриці, які є значними збуреннями реальних значень (див. п.5.3). Цей відсоток можна оцінити, використовуючи розроблений метод Transitiv (п.2.2.3). Встановлено, що відомі методи підвищення узгодженості ефективні для МПП, у яких значного збурення зазнали окремі елементи. За результатами проведеного моделювання для МПП різного рівня узгодженості знайдено методи, які дають більш ефективні коригування МПП порівняно з іншими досліджуваними методами (див. п.5.3). Результати моделювання лягли в основу пропонованого методу. Структурну схему загального алгоритму методу зображено на рис.2.2.

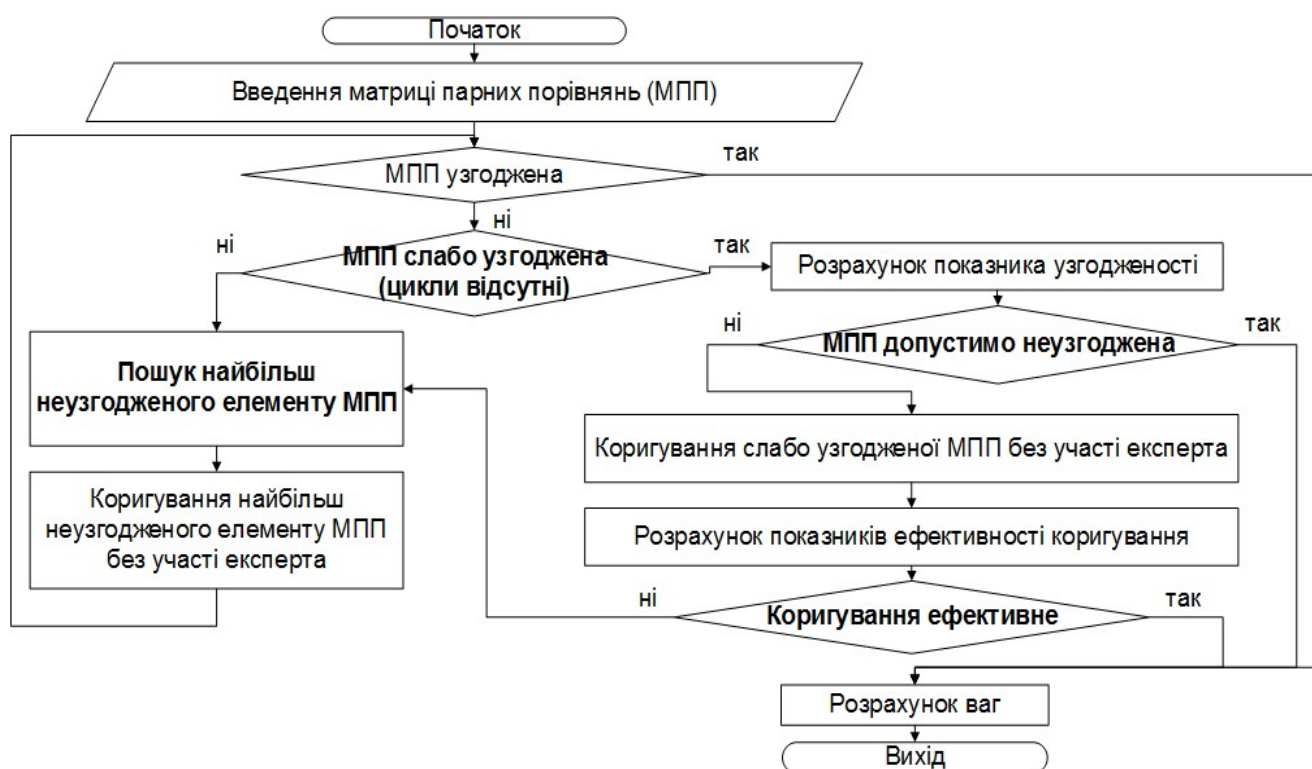


Рисунок 2.2. Структурна схема загального алгоритму методу оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок

Розроблено узагальнення, яке може застосовуватися до оцінювання і підвищення узгодженості МПП загального виду, що задана над абелевою лінійно впорядкованою групою.

Нехай X – відкритий інтервал R , $G = (X, \otimes, \leq)$ – діліма абелева лінійно впорядкована група, e – одиниця в G , $x^{(-1)}$ – симетричний до $x \in X$ відносно операції \otimes , $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ – \otimes -обернено симетрична МПП над групою G .

Узагальнений метод оцінювання і підвищення узгодженості \otimes -обернено симетричної МПП над групою G складається з етапів:

1. Якщо $d_{ij} \in G$ і $d_{ij} = d_{ik} \otimes d_{kj} \quad \forall i, j, k = 1, \dots, n$, то D – це \otimes -узгоджена МПП над G . Вихід.

2. В іншому випадку, якщо $(d_{ij} > e) \wedge (d_{jk} > e) \Rightarrow (d_{ik} > e)$,

$$(d_{ij} = e) \wedge (d_{jk} > e) \Rightarrow (d_{ik} > e), (d_{ki} > e) \wedge (d_{ij} = e) \Rightarrow (d_{kj} > e),$$

$$(d_{ij} = e) \wedge (d_{jk} = e) \Rightarrow (d_{ik} = e), \text{ то } D \text{ – це } \otimes\text{-слабко узгоджена МПП над } G.$$

Перевірити допустимість неузгодженості МПП.

МПП D – це \otimes -допустимо неузгоджена над G т.т.т.к. індекс неузгодженості $ConsInd(D)$ не перевищує встановленого порогового значення [170]:

$$ConsInd(D) = \left(\bigotimes_{i < k < j} dist(d_{ij}, d_{ik} \otimes d_{kj}) \right)^{\frac{6}{n(n-1)(n-2)}} < \delta. \quad (2.1)$$

Якщо МПП D \otimes -допустимо неузгоджена над G , тоді вихід. В іншому випадку:

2.1. Виконати коригування \otimes -слабко узгодженої МПП без участі експерта (див.п.2.2.4).

2.2. Розрахувати показники ефективності коригування. Якщо коригування ефективне (див.п.2.2.4), тоді вихід, інакше перейти на крок 3.1.

3. В іншому випадку, якщо $\exists(i, j, k): (d_{ij} > e) \wedge (d_{jk} > e) \wedge (d_{ik} \leq e)$ або

$$(d_{ij} = e) \wedge (d_{jk} > e) \wedge (d_{ik} \leq e), \text{ або } (d_{ki} > e) \wedge (d_{ij} = e) \wedge (d_{kj} \leq e), \text{ або}$$

$(d_{ij} = e) \wedge (d_{jk} = e) \wedge (d_{ik} \neq e)$, або $(d_{ij} < e) \wedge (d_{jk} < e) \wedge (d_{ik} \geq e)$, то D – це \otimes -слабко неузгоджена над G і трійка (i, j, k) – це цикл в МПП D . Тоді:

3.1. Знайти найбільш неузгоджений елемент $d_{i^*j^*}$ в МПП методами Transitive або MOutflow (див.п.2.2.3).

3.2. Виконати коригування елемента $d_{i^*j^*}$ в напрямку підвищення узгодженості МПП D (див.п.2.2.4).

4. Перейти на крок 1.

В частковому випадку мультиплікативної МПП $D_{n \times n} = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$ пропонується метод оцінювання її узгодженості, який складається з етапів:

1) Встановити, чи має $D_{n \times n}$ властивість слабкої узгодженості.

2) Якщо $D_{n \times n}$ слабко узгоджена, то для оцінювання допустимості неузгодженості використати будь-який з відомих показників CR , GCI або CI^w – вони в основному є еквівалентними в межах практичної точності – та наведений вище критерій узгодженості 1.

3) Якщо $D_{n \times n}$ не має властивості слабкої узгодженості:

3.1) Знайти найбільш неузгоджений елемент в $D_{n \times n}$ методами Transitive або MOutflow (див.п.2.2.3).

3.2) Виконати коригування знайденого найбільш неузгодженого елемента в напрямку підвищення узгодженості МПП $D_{n \times n}$ (див.п.2.2.4).

Застосування розроблених методів оцінювання і підвищення узгодженості дозволяє для всіх елементів мережевої моделі отримати МПП прийнятної якості, які використовуються на наступному етапі для знаходження більш достовірних локальних ваг елементів моделі.

2.2.3 Методи пошуку найбільш неузгоджених елементів МПП

Транзитивність, як відомо, є базовим елементом неузгодженості МПП. Тому розроблено засоби моделювання тестових МПП різного рівня узгодженості для дослідження відомих показників і критеріїв узгодженості, які включають розрахунок значень показника узгодженості окремих транзитивностей МПП (п.5.2). В якості показника узгодженості транзитивності взято детермінант, аналогічно до підходу, який використовується в [314]. Проте, вибір детермінанту не є визначальним. Результати моделювання лягли в основу описаного нижче методу *Transitiv* знаходження найбільш неузгодженого елемента мультиплікативної МПП. В якості показника узгодженості для окремої транзитивності МПП в наступному методі можна використати будь-який з відомих показників узгодженості МПП.

Метод Transitiv, що пропонується, складається з етапів:

1. Будується множина транзитивностей $\Gamma = \{\Gamma_u\}$, $\Gamma_u = \{d_{ij}, d_{jk}, d_{ik}\}$, $u = 1, \dots, NT$,

$$i, j, k = 1, \dots, n, \quad i < j < k, \quad NT = \frac{n!}{(n-3)!3!}, \quad n \geq 3,$$

2. На основі $\Gamma_u = \{d_{ij}, d_{jk}, d_{ik}\}$, $u = 1, \dots, NT$ будуються матриці виду

$$\begin{pmatrix} 1 & d_{ij} & d_{ik} \\ 1/d_{ij} & 1 & d_{jk} \\ 1/d_{ik} & 1/d_{jk} & 1 \end{pmatrix},$$

і обчислюються значення визначників цих матриць:

$$Det = \{\det(\Gamma_u)\}, \quad \det(\Gamma_u) = \frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}} + \frac{d_{ik}}{d_{ij}d_{jk}} - 2.$$

3. Для кожної пари (i, j) знаходяться значення $S_{i,j} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}} + \frac{d_{ik}}{d_{ij}d_{jk}} - 2 \right).$

4. Найбільш неузгодженим є елемент $d_{i^*j^*}$, індекси якого визначаються з умови

$$(i^*, j^*): \max_{i,j} S_{i,j}.$$

Якщо останній умові задовольняють декілька елементів $d_{i,j}^*$, серед них шукається той, що приводить до більшої неузгодженості – елемент, на якому досягається максимальне значення виразу:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^n (\ln d_{i,j} - \ln(d_{i,k} d_{k,j})), \text{ де } k \neq i \neq j.$$

Інший метод для пошуку найбільш неузгодженого елементу МПП – це удосконалений *метод потоків MOutflow*, який відрізняється від існуючого методу [348] врахуванням вхідного потоку. Необхідність в удосконаленні спричинена виявленими обмеженнями початкового методу. Так, в [348] стверджується, що результатом використання пропонованого ними евристичного методу є елемент $d_{i,j}^*$ слабо неузгодженої МПП, що спричиняє цикл в цій матриці. Тоді має існувати нове значення елементу $d_{i,j}^*$, таке, що виключає цикл або цикли та покращує рівень узгодженості МПП. Однак, як показано в даній роботі нижче (п.5.3, п.5.3.3), евристичний метод потоків [348] в ряді задач призводить до елемента $d_{i,j}^*$, коригування якого не виключає цикл в МПП. Це спричинило необхідність удосконалення цього методу.

Сформулюємо узагальнення методу, запропонованого в [55*], що дасть можливість використання для МПП загального виду. Нехай $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ – \otimes -обернено симетрична МПП над абелевою лінійно впорядкованою групою $G = (X, \otimes, \leq)$, e – одиниця в G .

Узагальнений метод MOutflow складається з етапів:

1. Обчислити значення вхідного потоку Φ_i^- для альтернативи a_i , $i = 1, 2, \dots, n$:
 Φ_i^- – це кількість альтернатив a_j , таких що a_j переважає a_i , а саме, $d_{ji} > e$.
2. Обчислити значення вихідного потоку Φ_i^+ для альтернативи a_i , $i = 1, 2, \dots, n$:
 Φ_i^+ – це кількість альтернатив a_j , таких що a_i переважає a_j , а саме $d_{ij} > e$.

3. Найбільш неузгодженим є елемент $d_{i^*j^*}$ МПП, який визначається з умови

$$d_{i^*j^*} : \max_{i,j} (\max(\Phi_j^+ - \Phi_i^+, \Phi_i^- - \Phi_j^-)), \text{ якщо } i \neq j, d_{ij} > e.$$

Якщо останній умові задовольняють декілька елементів $d_{i^*j^*}$, то серед них шукається елемент, який приводить до більшої неузгодженості – на якому досягається максимальне значення виразу:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^n (\ln d_{ij} - \ln(d_{ik} \otimes d_{kj})), \text{ де } k \neq i \neq j. \quad (2.2)$$

Таким чином, найбільш неузгодженим елементом МПП є елемент $d_{i^*j^*}$, що відповідає максимальному значенню виразу (2.2).

Описаний метод може бути використано для пошуку найбільш неузгодженого елементу широкого класу МПП: мультиплікативних, адитивних та нечітких. Моделювання великої кількості тестових МПП різного рівня узгодженості показало, що запропонований удосконалений метод потоків MOutflow більш ефективний за умов моделювання ніж інші відомі методи пошуку найбільш неузгодженого елементу МПП (п.5.3.2).

2.2.4. Методи підвищення узгодженості МПП

Розглядається $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ – \otimes -обернено симетрична МПП над ділимою абелевою лінійно впорядкованою групою G . Методи підвищення узгодженості використовуються, якщо МПП D не є \otimes -допустимо узгодженою над G . Для таких МПП пропонується використовувати два різних методи підвищення узгодженості без участі експерта, залежно від того, чи володіє МПП властивістю \otimes -слабкої узгодженості.

Метод 1 підвищення узгодженості \otimes -слабо узгодженої МПП без участі експерта. Якщо МПП \otimes -слабо узгоджена але не є \otimes -допустимо узгодженою,

здійснюється перерахунок всіх елементів цієї матриці без участі експерта за наступним методом до досягнення МПП \otimes -допустимої узгодженості.

Нехай $D = \{(d_{ij}) | i, j = 1, \dots, n\}$ – \otimes -обернено симетрична, \otimes -слабко узгоджена МПП над абелевою лінійно впорядкованою групою $G = (X, \otimes, \leq)$, $\alpha \in (0, 1)$ – параметр коригування, Δ, Σ – порогові значення ефективності коригування. Метод підвищення узгодженості полягає в ітераційному перерахунку елементів МПП за формулами:

$$1. \quad d_{ij}^* = (d_{ij})^\alpha (c_{ij})^{1-\alpha}, \text{ де } c_{ij} = \left(\bigotimes_{k=1, \dots, n} (d_{ik} \otimes d_{kj}) \right)^{1/n}, \quad \forall i, j,$$

2. якщо $ConsInd(D^*) < Cons^r$, то $D^{cor} := D^*$, інакше $D := D^*$ і перехід на крок 1, де $ConsInd(D^*)$ – індекс неузгодженості (2.1).

Результатом є \otimes -допустимо неузгоджена МПП D^{cor} .

Використовують показники коригування $\sigma = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i,j=1}^n (d_{ij}^{cor} - d_{ij})^2}$,

$\delta = \max_{i,j} |d_{ij}^{cor} - d_{ij}|$. Коригування вважається ефективним, якщо $\delta < \Delta$, $\sigma < \Sigma$.

У випадку *мультиплікативної слабко узгодженої МПП* та при використанні показника узгодженості CR , метод підвищення узгодженості записується наступним чином [57*, 409]:

1. Задати значення параметра α , $0 < \alpha < 1$. Обчислити значення CR МПП D .

2. В циклі, поки $CR > CR^{porog}$:

2.1. Обчислити ваги $w = (w_1, \dots, w_n)^T$ на основі МПП D .

2.2. Обчислити скориговану МПП $D^* = (d_{ij}^*)$:

мультиплікативний метод WMM: $d_{ij}^* = (d_{ij})^\alpha \left(\frac{w_i}{w_j} \right)^{1-\alpha}$;

адитивний метод WAM: $d_{ij}^* = \alpha d_{ij} + (1-\alpha) \frac{w_i}{w_j}$, якщо $i = 1, 2, \dots, n$; $j = i, i+1, \dots, n$

$$d_{ij}^* = \frac{1}{\alpha d_{ji} + (1 - \alpha) \frac{w_j}{w_i}}, \text{ якщо } i = 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, \dots, i - 1.$$

2.3. Обчислити значення CR МПП D^* .

2.4. Виконати переприсвоєння МПП: $D := D^*$.

Для описаного методу $\lim_{k \rightarrow +\infty} CR^{(k)} = 0$.

При виборі параметра α необхідно враховувати, що чим більше значення приймає α , тим меншим є відхилення скоригованої МПП від початкової і тим більша кількість ітерацій необхідна для досягнення допустимої неузгодженості. Використовуються значення $0.5 \leq \alpha < 1$.

Аналітично доведено дві теореми, які показують, що при використанні мультиплікативного WMM і адитивного WAM методів коригування без участі експерта рівень неузгодженості скоригованої мультиплікативної МПП не перевищує рівень неузгодженості мультиплікативної МПП до коригування.

Метод 2 підвищення узгодженості \otimes -слабо неузгодженої МПП без участі експерта. Якщо МПП \otimes -слабо неузгоджена, то її коригування за наведеним вище методом 1 призведе до зміни всіх елементів цієї МПП, замість того, щоб знайти та змінити лише один або декілька найбільш неузгоджених елементів або викидів.

За означенням в \otimes -слабо неузгодженій МПП існує елемент, що порушує порядкову транзитивність на множині порівнюваних альтернатив. Такий елемент може з'явитися, наприклад, якщо експерт, заповнюючи велику кількість опитувальних форм, помилився при введенні в обернено симетричні позиції МПП. Тому коригування всіх елементів початкової МПП є неприйнятним, воно може призвести до викривлення наданої експертом вірної інформації.

Для \otimes -слабо неузгодженої МПП пропонується шукати її найбільш неузгоджений елемент, повернути його експерту для перегляду або виконати його коригування без участі експерта. Коригування без участі експерта найбільш

неузгодженого елемента $d_{i^*j^*}$ МПП полягає у пошуку нового значення шкали для $d_{i^*j^*}$, яке забезпечує мінімальне значення показника неузгодженості всієї матриці:

$$d_{i^*j^*} := x^*, d_{j^*i^*} := (x^*)^{-1}, x^* \in Scale,$$

$$x^* = \arg \min_{x \in Scale} ConsInd(D^{cor}, x),$$

де $ConsInd(D^{cor}, x)$ – індекс неузгодженості (2.1) для скоригованої МПП D^{cor} , в якій $d_{ij}^{cor} = d_{ij} \forall i, j$, крім $d_{i^*j^*}^{cor} = x$, $d_{j^*i^*}^{cor} = (x)^{-1}$, $Scale = \{1/9, 1/8, \dots, 1/2, 1, 2, \dots, 8, 9\}$.

Метод підвищення узгодженості \otimes -слабко неузгодженої МПП полягає в тому, що ітераційно шукається її найбільш неузгоджений елемент, використовуючи метод Transitiv або MOutflow, поки не буде досягнута \otimes -допустима неузгодженість МПП.

У випадку мультиплікативної слабко неузгодженої МПП D та при використанні показника CR метод коригування МПП складається з етапів:

1. Обчислити значення CR МПП D .

2. В циклі, поки $CR > CR^{porog}$:

2.1. Знайти найбільш неузгоджений елемент $d_{i^*j^*}$ МПП D , використовуючи один з методів Transitiv або MOutflow.

2.2. Обчислити скориговану МПП $D^* = (d_{ij}^*)$, а саме, коригується тільки елемент $d_{i^*j^*}$ і обернено симетричний йому $d_{j^*i^*} = 1/d_{i^*j^*}$. Відповідно до шкали оцінювання, що використовується, елементу $d_{i^*j^*}$ присвоюється значення, що забезпечує найбільшу можливу узгодженість МПП, тобто, найменше значення CR :

$$d_{i^*j^*} := x^*, d_{j^*i^*} := 1/x^*, x^* \in Scale,$$

$$x^* = \arg \min_{x \in Scale} CR(D^{cor}, x),$$

D^{cor} - скоригована МПП, в якій $d_{ij}^{cor} = d_{ij} \forall i, j$, крім $d_{i^*j^*}^{cor} = x$, $d_{j^*i^*}^{cor} = 1/x$.

2.3. Обчислити значення CR МПП D^* . $D := D^*$.

2.2.5 Спосіб підвищення узгодженості МПП без участі експерта на основі мультиплікативного та адитивного методів

Складовою описаного вище методу оцінювання і підвищення узгодженості у випадку *мультиплікативної слабо узгодженої МПП* (в подальшому – МПП) є метод підвищення узгодженості, який використовує WMM і WAM коригування (див.п.2.2.4). В цьому методі узгодженість МПП вимірюється лише за показником CR і показано, що скоригована МПП є більш узгодженою в термінах CR .

Розглянемо пропонований спосіб підвищення узгодженості слабо узгодженої МПП, в якому узгодженість вимірюється за множиною показників GCI , HCR та CI^{tr} . Цей *спосіб підвищення узгодженості* МПП складається з етапів:

1 Задати значення параметра α , $0 < \alpha < 1$. Обчислити значення показників CR , GCI , HCR та CI^{tr} МПП D .

2 В циклі, поки $CR > CR^{porog}$ і $GCI > GCI^{porog}$ і $HCR > HCR^{porog}$ і $CI^{tr} > CI^{tr\ porog}$:

2.1 Обчислити ваги $w = (w_1, \dots, w_n)^T$ на основі МПП D .

2.2 Обчислити скориговану МПП $D^* = (d_{ij}^*)$, використовуючи WMM і WAM коригування (див. п.2.2.4).

2.3 Обчислити значення показників CR , GCI , HCR та CI^{tr} МПП D^* . $D := D^*$

Спосіб базується на сформульованих і доведених нижче узагальнених твердженнях 2.1 та 2.2, які показують, що використання WMM і WAM коригувань призводить до покращення узгодженості МПП за показниками CR , GCI , HCR та CI^{tr} .

Твердження 2.1 (мультиплікативне коригування). Нехай $D_{n \times n}^* = (d_{ij}^*)$,

$d_{ij}^* = (d_{ij})^\alpha \left(\frac{w_i}{w_j}\right)^{1-\alpha}$ – скоригована МПП, де $\alpha \in (0,1)$ – параметр коригування. Тоді:

$$CI^* \leq CI, GCI^* \leq GCI, HCI^* \leq HCI \text{ та } CI^{tr*} \leq CI^{tr}, \quad (2.3)$$

де CI^* , GCI^* , HCI^* і CI^{tr*} – відповідно традиційний, геометричний, гармонічний індекси узгодженості та індекс узгодженості транзитивностей скоригованої МПП $D_{n \times n}^*$; CI , GCI , HCI і CI^{tr} – індекси узгодженості початкової МПП $D_{n \times n}$; рівності $CI^* = CI$, $GCI^* = GCI$, $HCI^* = HCI$ і $CI^{tr*} = CI^{tr}$ виконуються тоді і тільки тоді, коли $D_{n \times n}$ узгоджена.

Твердження 2.2 (адитивне коригування). Нехай $D_{n \times n}^* = (d_{ij}^*)$ – скоригована МПП,

де $d_{ij}^* = \alpha d_{ij} + (1 - \alpha) \left(\frac{w_i}{w_j} \right)$, якщо $i < j$ і $d_{ij}^* = \left(\alpha d_{ji} + (1 - \alpha) \left(\frac{w_j}{w_i} \right) \right)^{-1}$, якщо $i \geq j$,

$\alpha \in (0, 1)$ – параметр коригування. Тоді виконуються нерівності (2.3).

Твердження 2.1 і 2.2 для показника CI і, відповідно, CR доведені в [409]. Виконано доведення тверджень 2.1 і 2.2 для показників GCI , HCR і CI^{tr} .

Доведення твердження 2.1

1) Покажемо, що твердження справджується за показником

$$GCI(D_{n \times n}) = \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (\ln d_{ij} - \ln(w_i / w_j))^2.$$

Нехай $e_{ij} = d_{ij} w_j / w_i$ і $b = 2 / ((n-1)(n-2)) > 0$ при $n \geq 3$, тоді

$$GCI^* - GCI = b \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n ((\ln e_{ij}^*)^2 - (\ln e_{ij})^2).$$

Оскільки $d_{ij}^* = (d_{ij})^\alpha \left(\frac{w_i}{w_j} \right)^{1-\alpha}$, $\alpha \in (0, 1)$, то $e_{ij}^* = d_{ij}^* w_j / w_i = (e_{ij})^\alpha$. Тоді:

$$\begin{aligned} GCI^* - GCI &= b \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n ((\ln e_{ij}^* - \ln e_{ij})(\ln e_{ij}^* + \ln e_{ij})) = b \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \ln e_{ij}^{\alpha-1} \ln e_{ij}^{\alpha+1} = \\ &= b(\alpha - 1)(\alpha + 1) \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (\ln e_{ij})^2 \leq 0 \text{ при } b > 0 \text{ та } \alpha \in (0, 1). \end{aligned}$$

Таким чином, $GCI^* \leq GCI$ і рівність $GCI^* = GCI$ виконується тоді і тільки тоді, коли $e_{ij} = 1$ при $\forall i, j = 1, \dots, n$, тобто коли $D_{n \times n}$ узгоджена.

2) Покажемо, що твердження справджується за показником

$$HCI(D_{n \times n}) = (HM(s) - n)(n + 1)/(n(n - 1)).$$

Має місце $HCI^* - HCI = b(HM^*(s) - HM(s))$, де $b = (n + 1)/(n(n - 1)) > 0$,

$$s_j^* = \sum_{i=1}^n (d_{ij})^\alpha (w_i / w_j)^{1-\alpha} \leq \sum_{i=1}^n (\alpha d_{ij} + (1 - \alpha)(w_i / w_j)) = \alpha s_j + (1 - \alpha) s_j \sum_{i=1}^n (s_i)^{-1} \quad (2.4)$$

якщо $w_j = (s_j)^{-1}$. Тоді $HCI^* - HCI = bn((\sum_{j=1}^n (s_j^*)^{-1})^{-1} - (\sum_{j=1}^n (s_j)^{-1})^{-1})$.

Доведемо, що $HCI^* - HCI \leq 0$. Так як $s_j > 0$ та $s_j^* > 0$, то для цього достатньо показати виконання нерівності $\sum_{j=1}^n (s_j)^{-1} - \sum_{j=1}^n (s_j^*)^{-1} \leq 0$. Ця нерівність випливає з того, що для $\forall j$ $s_j^* = s_j(\alpha + (1 - \alpha)\sum_{i=1}^n (s_i)^{-1}) \leq s_j$, оскільки $\alpha + (1 - \alpha)\sum_{i=1}^n (s_i)^{-1} \leq 1$ (доведення нерівності $\sum_{i=1}^n (s_i)^{-1} \leq 1$ можна знайти в [80*]). Таким чином, $HCI^* \leq HCI$.

Рівність $HCI^* = HCI$ виконується коли мають місце рівність у виразі (2.4) та рівність $\sum_{i=1}^n (s_i)^{-1} = 1$. У виразі (2.4) рівність

$$(d_{ij})^\alpha (w_i / w_j)^{1-\alpha} = \alpha d_{ij} + (1 - \alpha)(w_i / w_j)$$

виконується тоді і тільки тоді, коли $d_{ij} = w_i / w_j$ при $\forall i, j = 1, \dots, n$, тобто коли $D_{n \times n}$ узгоджена. Рівність $\sum_{i=1}^n (s_i)^{-1} = 1$ виконується т.т.т.к $D_{n \times n}$ узгоджена (див. [80*]).

3) Покажемо, що твердження справджується за показником CI^{tr} . Для цього достатньо довести, що $CI^{tr}(\Gamma_l^*) = \det(\Gamma_l^*) \leq CI^{tr}(\Gamma_l) = \det(\Gamma_l)$, де

$$\Gamma_l = \begin{pmatrix} 1 & d_{ij} & d_{ik} \\ d_{ji} & 1 & d_{jk} \\ d_{ki} & d_{kj} & 1 \end{pmatrix}.$$

Згідно з означенням, $\det(\Gamma_l) = (d_{ij}d_{jk} / d_{ik}) + d_{ik} / (d_{ij}d_{jk}) - 2$. Тоді

$$\det(\Gamma_l^*) = (d_{ij}d_{jk} / d_{ik})^\alpha + (d_{ik} / (d_{ij}d_{jk}))^\alpha - 2, \text{ де } \alpha \in (0, 1).$$

Оскільки $x^\alpha + (\frac{1}{x})^\alpha \leq x + \frac{1}{x}$ має місце при $x > 0$ та $\alpha \in (0,1)$, маємо, що $\det(\Gamma_l^*) \leq \det(\Gamma_l)$, що і треба було довести.

Функції $y = x^\alpha + (\frac{1}{x})^\alpha$ та $y = x + \frac{1}{x}$, як відомо, приймають свої мінімальні значення в точці $x = 1$, а рівність $x = d_{ij}d_{jk} / d_{ik} = 1 \quad \forall i, j, k = 1, \dots, n$ має місце тоді і тільки тоді, коли $D_{n \times n}$ узгоджена.

Таким чином, $CI^{tr*} = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^{NT} CI^{tr}(\Gamma_i^*) \leq CI^{tr}$ і рівність $CI^{tr*} = CI^{tr}$ виконується тоді і тільки тоді, коли $D_{n \times n}$ узгоджена.

Твердження 2.1 доведено. ■

Доведення твердження 2.2.

1) Покажемо, що твердження справджується за показником GCI .

$$GCI^* - GCI = b \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n ((\ln e_{ij}^* - \ln e_{ij})(\ln e_{ij}^* + \ln e_{ij})) = b \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \ln(e_{ij}^* / e_{ij}) \ln(e_{ij} / e_{ji}^*),$$

$$b = 2/((n-1)(n-2)) > 0.$$

Виконуються наступні рівності: $e_{ij}^* = d_{ij}^* w_j / w_i = \alpha e_{ij} + (1 - \alpha)$ при $i < j$,

$e_{ij}^* = (\alpha e_{ji} + (1 - \alpha))^{-1}$ при $i \geq j$, $\alpha \in (0,1)$.

$$e_{ij}^* = \alpha e_{ij} + (1 - \alpha) \leq e_{ij} \quad \text{при } e_{ij} \geq 1 \quad \text{і} \quad e_{ij}^* \geq e_{ij} \quad \text{при } 0 < e_{ij} \leq 1. \quad (2.5)$$

$$e_{ji}^* = (\alpha e_{ij} + (1 - \alpha))^{-1} \geq e_{ij} \quad \text{при } 0 < e_{ij} \leq 1 \quad \text{і} \quad e_{ij}^* \leq e_{ij} \quad \text{при } e_{ij} \geq 1. \quad (2.6)$$

Тому $GCI^* - GCI = b \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \ln(e_{ij}^* / e_{ij}) \ln(e_{ij} / e_{ji}^*) \leq 0$.

Нерівності (2.5) і (2.6) перетворюються на рівності, коли $e_{ij} = 1 \quad \forall i, j = 1, \dots, n$, тобто коли $D_{n \times n}$ узгоджена.

2) Покажемо, що твердження справджується за показником HCI .

Враховуючи п.2 доведення твердження 2.1, треба показати

$$\sum_{j=1}^n (s_j)^{-1} - \sum_{j=1}^n (s_j^*)^{-1} \leq 0,$$

де $s_j^* = \sum_{i=1}^{j-1} (\alpha d_{ij} + (1-\alpha)w_i / w_j) + \sum_{i=j}^n (\alpha d_{ji} + (1-\alpha)w_j / w_i)^{-1}$. Для цього використаємо допоміжну нерівність

$$(\alpha d_{ji} + (1-\alpha)w_j / w_i)^{-1} \leq \alpha d_{ij} + (1-\alpha)w_i / w_j,$$

яка доводиться з урахуванням того, що $x + 1/x \geq 2$ при $x > 0$, де $x = d_{ij}w_j / w_i$. Тоді

$$\begin{aligned} s_j^* &\leq \sum_{i=1}^{j-1} (\alpha d_{ij} + (1-\alpha)w_i / w_j) + \sum_{i=j}^n (\alpha d_{ij} + (1-\alpha)w_i / w_j) = \sum_{i=1}^n (\alpha d_{ij} + (1-\alpha)w_i / w_j) = \\ &= s_j(\alpha + (1-\alpha)\sum_{i=1}^n (s_i)^{-1}) \leq s_j, \end{aligned}$$

оскільки $\alpha + (1-\alpha)\sum_{i=1}^n (s_i)^{-1} \leq 1$. Таким чином, $HCI^* \leq HCI$.

$$HCI^* = HCI \text{ виконується коли } x + 1/x = 2 \Leftrightarrow x = d_{ij}w_j / w_i = 1 \text{ та } \sum_{i=1}^n (s_i)^{-1} = 1.$$

Рівність $d_{ij} = w_i / w_j$ при $\forall i, j = 1, \dots, n$, як відомо, має місце коли $D_{n \times n}$ узгоджена.

3) Покажемо, що твердження справджується за показником CI^{tr} .

$$\text{Треба показати, що } CI^{tr} - CI^{tr*}(\alpha) \geq 0, \quad \text{де } CI^{tr} = \frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}} + \frac{d_{ik}}{d_{ij}d_{jk}} - 2,$$

$$CI^{tr*}(\alpha) = \frac{d_{ij}^*(\alpha)d_{jk}^*(\alpha)}{d_{ik}^*(\alpha)} + \frac{d_{ik}^*(\alpha)}{d_{ij}^*(\alpha)d_{jk}^*(\alpha)} - 2 \quad (\text{див. п.3 доведення твердження 2.1}) \text{ і елемент}$$

скоригованої МПП $d_{ij}^*(\alpha) = \alpha d_{ij} + (1-\alpha)(\frac{w_i}{w_j})$, якщо $i < j$, $\alpha \in (0,1)$.

Використаємо метод AN розрахунку ваг: $w_i = (\sum_k d_{ki})^{-1}$.

Введемо наступні позначення:

$$x(\alpha) = \frac{d_{ij}^*(\alpha)d_{jk}^*(\alpha)}{d_{ik}^*(\alpha)}, \quad y = \frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}}$$

і розглянемо функцію $x = x(\alpha)$, $\alpha \in (0,1)$. Ця функція монотонно зростає при $y \geq 1$, монотонно спадає при $y \leq 1$ і $x(\alpha=0)=1$, $x(\alpha=1)=y$.

Легко показати, що нерівність $CI^{tr} - CI^{tr*}(\alpha) < 0$ не справджується для жодних пар (y, x) , оскільки не виконується жодна з систем нерівностей

$$\begin{cases} y \geq 1, \\ x < y, \\ x < 1/y \end{cases} \vee \begin{cases} y \geq 1, \\ x > y, \\ x > 1/y \end{cases} \vee \begin{cases} y < 1, \\ x < y, \\ x < 1/y \end{cases} \vee \begin{cases} y < 1, \\ x > y, \\ x > 1/y \end{cases},$$

отриманих в результаті розв'язання нерівності $CI^{tr} - CI^{tr*}(\alpha) < 0$.

Розв'язком нерівності $CI^{tr} - CI^{tr*}(\alpha) \geq 0$, яку потрібно довести, є

$$\begin{cases} y \geq 1, \\ x \geq y, \\ x \leq 1/y \end{cases} \vee \begin{cases} y \geq 1, \\ x \leq y, \\ x \geq 1/y \end{cases} \vee \begin{cases} y < 1, \\ x \geq y, \\ x \leq 1/y \end{cases} \vee \begin{cases} y < 1, \\ x \leq y, \\ x \geq 1/y \end{cases},$$

де друга і третя з цих чотирьох умов виконуються.

Твердження 2.2 доведено. ■

2.2.6 Ілюстрація запропонованих методів **Transitiv** і **MOutflow**

Приклад 2.1. В наступному модельному прикладі ранжування, отримане на основі МПП, скоригованої з використанням запропонованих методів **Transitiv** і **MOutflow**, співпадає з відомим реальним ранжуванням порівнюваних елементів, на відміну від відомого методу [348], який не виключає цикли в МПП і призводить до іншого ранжування, відмінного від реального (рис.2.3).

2.2.7 Висновки за п.2.2

Розроблено метод оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок, представлених МПП. Цей метод відрізняється від інших врахуванням властивості слабкої узгодженості МПП, пошуком найбільш неузгодженого елементу МПП та використанням для МПП загального виду. Удосконалено та узагальнено метод потоків для пошуку найбільш неузгодженого елементу МПП шляхом врахування вхідного потоку та використанням для МПП загального виду. Запропоновано метод

Transitiv пошуку найбільш неузгодженого елементу мультиплікативної МПП, що є більш ефективним за відомі методи. Розроблено спосіб підвищення узгодженості мультиплікативних МПП без участі експерта на основі відомих мультиплікативного та адитивного методів, який відрізняється від інших отриманими властивостями цих методів. Розроблений метод оцінювання і підвищення узгодженості може бути використано для широкого класу МПП: мультиплікативних, адитивних та нечітких.

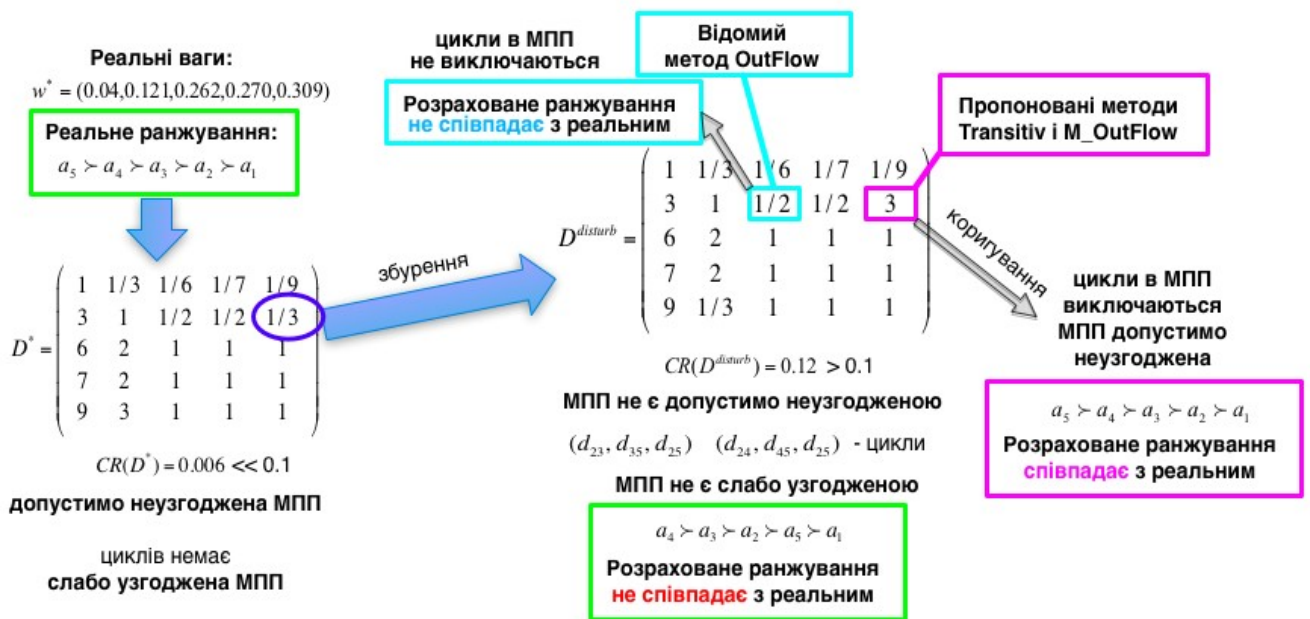


Рисунок 2.3. Приклад більш достовірних результатів, отриманих пропонованими методами Transitive і M_Outflow на модельній задачі ППР

2.3 Метод дефазифікації оцінювання і підвищення узгодженості нечіткої матриці парних порівнянь (НМПП)

2.3.1 Постановка задачі

У деяких задачах експертного оцінювання використовуються нечіткі МПП, елементи яких – нечіткі множини з різними видами функцій приналежності [168, 176, 282, 283, 386, 393], а також інтервальні МПП [175, 272, 356, 395, 400, 413].

НМПП для n альтернатив рішень називається матриця [85, 86]

$$\tilde{D} = \begin{pmatrix} 1 & \tilde{d}_{12} & \cdots & \tilde{d}_{1n} \\ \tilde{d}_{21} & 1 & \cdots & \tilde{d}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{d}_{n1} & \tilde{d}_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

де нечітка множина $\tilde{d}_{ij} = (x, \mu_{ij}(x))$ відображає інтенсивність переваги альтернативи a_i над альтернативою a_j , $\mu_{ij}(x)$ – значення функції приналежності для нечіткого відношення переваги альтернативи a_i над альтернативою a_j , $\tilde{d}_{ii} = 1$, $x \in \mathfrak{R}$, \mathfrak{R} – множина дійсних чисел.

Припустимо, що експерт, виконуючи парні порівняння n альтернатив рішень, надає оцінки ступеня переваги однієї альтернативи над іншою в нечіткому виді. Наприклад, оцінки "величина переваги між слабкою і дуже слабкою інтенсивністю" або "величина переваги близька до сильної інтенсивності" задаються деякими функціями приналежності.

Нечітка МПП також може бути логічним результатом оцінювання альтернатив рішень групою експертів. Нехай m експертів використовують при парних порівняннях альтернатив традиційну шкалу Сааті. Позначимо $D(k) = \{(d_{ij}(k))\}$ – МПП, надана k -м експертом. Тоді в результаті агрегування множини цих МПП отримаємо одну нечітку МПП $\tilde{D} = \{(\tilde{d}_{ij})\}$, у якої \tilde{d}_{ij} – дискретне нечітке число, що відображає розподіл значень серед елементів $d_{ij}(k)$ МПП $D(k)$, $k=1, \dots, m$.

Мало уваги у відомих методах приділяється питанням оцінювання узгодженості інтервальних і нечітких МПП. Так, метод Чанга [176] не містить етапу оцінювання узгодженості. У двохетапних моделях [175], що ґрунтуються на ІМПП, оцінці узгодженості присвячено перший етап. Однак, двохетапні моделі, як і інші відомі [272, 356, 395, 400, 413], не дозволяють оцінити допустимість неузгодженості ІМПП для її використання в процесі прийняття рішень. Відомі методи і моделі не мають

засобів підвищення узгодженості інтервальних і нечітких МПП, виключення циклів та нетранзитивних елементів в цих матрицях.

Тому в даній роботі ставиться наступна задача. Нехай $\tilde{D} = \{(\tilde{d}_{ij})\}$ – НМПП (2.7) n альтернатив рішень. *Необхідно:*

- провести аналіз відомих означень узгодженості НМПП,
- розробити коректні методи оцінювання узгодженості НМПП та покращення (підвищення) узгодженості НМПП до допустимого рівня, прийнятного для обчислення коефіцієнтів відносної важливості, ваг, пріоритетів альтернатив рішень.

У відомих постановках задач [168, 282, 283, 386, 393, 176, 272, 356, 395, 400, 413] робиться припущення, що експерт виконує парні порівняння в шкалі Сааті, аналогічно методу аналізу ієрархій [93, 94, 336], а потім його оцінки формалізуються з використанням нечітких фундаментальних шкал, елементи яких – симетричні трикутні або трапецевидні нормовані випуклі нечіткі множини. Ці нечіткі множини, як правило, мають висоти, що відповідають заданим експертом оцінкам в шкалі Сааті, але можуть мати різну ширину. В даній роботі, на відміну від відомих постановок, елементи НМПП (2.7) мають *довільну форму*, у тому числі можуть бути дискретними, побудованими на основі статистичних даних за результатами групової експертизи.

2.3.2 Пропоновані означення узгодженості НМПП

Метод оцінювання і підвищення узгодженості НМПП базується на пропонованих означеннях, які визначають сильну і слабку узгодженість НМПП (2.7) через узгодженість деякої чіткої МПП, побудованої на основі заданої НМПП. Тоді для оцінювання і підвищення узгодженості НМПП може бути використано розроблений апарат оцінювання і підвищення узгодженості чітких МПП. Подібні підходи використовуються в [270, 271]. Розглянемо МПП D , елементи якої – додатні

дійсні числа i є результатом дефазифікації відповідних нечітких множин \tilde{d}_{ij} – елементів НМПП (2.7):

$$D = \{(d_{ij})\} \in R_{n \times n}^+, \quad (2.8)$$

1) $d_{ij} = \text{Defuz}(\tilde{d}_{ij})$ якщо $\tilde{d}_{ij} \geq 1$,

2) $d_{ij} = 1/d_{ji}$ інакше.

Відмітимо, що друга умова забезпечує необхідну властивість оберненої симетричності МПП D .

Означення 2.1. НМПП \tilde{D} (2.7) *сильно узгоджена*, в подальшому – *узгоджена*, якщо узгоджена відповідна їй дефазифікована МПП D (2.8), а саме, $d_{ij} = d_{ik} d_{kj}$ для $\forall i, j, k = 1, \dots, n$.

Означення 2.2. НМПП \tilde{D} (2.7) *допустимо неузгоджена*, якщо допустимо неузгоджена відповідна їй дефазифікована МПП D (2.8), а саме $CR(D_{n \times n}) \leq CR^{porog}$ або $GCI(D_{n \times n}) \leq GCI^{porog}$, або $HCR(D_{n \times n}) \leq HCR^{porog}$, або $CI^{tr}(D_{n \times n}) \leq CI^{tr porog}$ (залежно від показника узгодженості, що використовується), де $CR^{porog}, GCI^{porog}, HCR^{porog}, CI^{tr porog}$ – порогові значення відповідних показників.

Означення 2.3. НМПП \tilde{D} (2.7) *слабко узгоджена*, якщо слабко узгоджена відповідна їй дефазифікована МПП D (2.8), а саме, виконуються порядкові транзитивності:

$$(d_{ij} > 1) \wedge (d_{jk} > 1) \Rightarrow (d_{ik} > 1), (d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} > 1) \Rightarrow (d_{ik} > 1),$$

$$(d_{ki} > 1) \wedge (d_{ij} = 1) \Rightarrow (d_{kj} > 1), (d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} = 1) \Rightarrow (d_{ik} = 1).$$

2.3.3 Порівняння з іншими відомими означеннями узгодженості НМПП

Означення 2.4 [168]. Нечітка додатна обернено симетрична матриця A узгоджена, якщо $a_{ij} \otimes a_{jk} = a_{ik}$ виконується для всіх $i, j, k = 1, \dots, n$, де \otimes – розширена бінарна операція множення.

Означення 2.4 працює з НМПП в загальному вигляді (2.7) і є безпосереднім розширенням на нечітку МПП традиційного широко відомого означення [93,94,336] узгодженості МПП з дійсними елементами. Пізніше було запропоновано декілька означень, які є окремими випадками означення 2.4 для НМПП спеціального виду.

Означення 2.5 [270]. ІМПП $\tilde{D} = \{\tilde{d}_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}]\}$ узгоджена, якщо МПП D^L і D^U (2.9) узгоджені.

Означення 2.6 [271]. НМПП з трикутними числами $\tilde{D} = \{\tilde{d}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})\}$ узгоджена, якщо МПП D^L , D^U і $D^M = \{(m_{ij})\}$ узгоджені:

$$D^L = \begin{pmatrix} 1 & l_{12} & \cdots & l_{1n} \\ u_{21} & 1 & \cdots & l_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}, \quad D^U = \begin{pmatrix} 1 & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ l_{21} & 1 & \cdots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}, \quad D^M = \begin{pmatrix} 1 & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & 1 & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Покажемо, що використання означень 2.4, 2.5 і 2.6 може привести до суперечливих результатів. Так, якщо множина порівнюваних об'єктів складається тільки з двох елементів, то результат парного порівняння, як відомо [93, 94, 336], завжди узгоджений – неузгодженість за своєю природою може з'явитися тільки з появою третього порівнюваного об'єкту. Тому МПП розмірності 2x2 слід бути узгодженою, незалежно від того, чіткими або нечіткими є її елементи. Використовуючи означення 2.4 для НМПП розмірності 2x2, наприклад, з трикутними елементами

$$\tilde{D}_{2 \times 2} = (\tilde{d}_{ij})_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & (l_{12}, m_{12}, u_{12}) \\ (\frac{1}{u_{12}}, \frac{1}{m_{12}}, \frac{1}{l_{12}}) & 1 \end{pmatrix},$$

отримаємо, що ця НМПП в загальному випадку неузгоджена, так як $\tilde{d}_{12} \otimes \tilde{d}_{21} \neq \tilde{d}_{11}$.

Запропоноване вище означення 2.1, у свою чергу, не має подібного протиріччя, оскільки результат дефазифікації (2.8) НМПП (2.7) при $n=2$ завжди буде узгодженою МПП.

Розглянемо НМПП більшої розмірності $n \geq 3$, наприклад, з трикутними елементами

$$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n} = \begin{pmatrix} 1 & (l_{12}, m_{12}, u_{12}) & \cdots & (l_{1n}, m_{1n}, u_{1n}) \\ (l_{21}, m_{21}, u_{21}) & 1 & \cdots & (l_{2n}, m_{2n}, u_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (l_{n1}, m_{n1}, u_{n1}) & (l_{n2}, m_{n2}, u_{n2}) & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

де $u_{ij} \geq m_{ij} \geq l_{ij} > 0$, $l_{ij} = \frac{1}{u_{ji}}$, $m_{ij} = \frac{1}{m_{ji}}$, $u_{ij} = \frac{1}{l_{ji}}$ для всіх $i, j = 1, \dots, n$. Для цієї НМПП означення 2.4 і 2.6 потребують виконання наступних рівностей:

$$l_{ij} \cdot l_{jk} = l_{ik}, \quad (2.10)$$

$$u_{ij} \cdot u_{jk} = u_{ik},$$

$$m_{ij} \cdot m_{jk} = m_{ik}$$

для $\forall i, j, k = 1, \dots, n, i < j < k$.

Одночасне виконання умов (2.10) – досить жорстка вимога і тільки окремі НМПП задовольняють їй на практиці. Для ілюстрації розглянемо наступний приклад 2.2, в якому для наочності використано трикутні нечіткі числа.

Приклад 2.2. Нехай експерт задав мультиплікативне відношення переваги на множині $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ з чотирьох альтернатив рішень, відповідно до якого величина переваги a_1 над a_2 і a_4 близька до слабкої інтенсивності, a_2 практично еквівалентна a_4 і так далі. Нехай для формалізації цих експертних оцінок парних порівнянь використано трикутні нечіткі числа (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}) , $0 < l_{ij} \leq m_{ij} \leq u_{ij}$,

$l_{ij} = \frac{1}{u_{ji}}$, $m_{ij} = \frac{1}{m_{ji}}$, $u_{ij} = \frac{1}{l_{ji}}$, $i, j = 1, \dots, n$ і в результаті отримано НМПП

$$\tilde{D} = \begin{pmatrix} 1 & (1,3,5) & (4,6,8) & (1,3,5) \\ (1,3,5)^{-1} & 1 & (1,2,4) & (1,1,3) \\ (4,6,8)^{-1} & (1,2,4)^{-1} & 1 & (1,2,4)^{-1} \\ (1,3,5)^{-1} & (1,1,3)^{-1} & (1,2,4) & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

Ця НМПП, очевидно, неузгоджена відповідно до означень 2.4 і 2.6, оскільки для неї не виконуються рівності $l_{ij} \cdot l_{jk} = l_{ik}$ і $u_{ij} \cdot u_{jk} = u_{ik}$ в (2.10). Проте, для $\forall i, j, k = 1, \dots, n$ виконуються $m_{ij} \cdot m_{jk} = m_{ik}$. Отже, має місце суперечність результатів на основі чіткої і фазифікованої МПП. А саме, в цьому прикладі при формалізації експертних оцінок за допомогою чіткої МПП отримаємо повну узгодженість (МПП $D^M = \{(m_{ij})\}$ узгоджена), а при використанні нечітких трикутних чисел не лише не отримаємо повну узгодженість, але навіть не отримаємо допустимої неузгодженості. Це має місце внаслідок того, що МПП D^L і D^U (2.9), яким слід бути узгодженими за означеннями 2.4 і 2.6, в цьому прикладі мають досить високий рівень неузгодженості $CR(D^L) = 0.93 > CR^{порог} = 0.08$, $CR(D^U) = 0.06 < CR^{порог} = 0.08$, який для МПП D^L є недопустимим. Вказана суперечність може бути зменшена використанням трикутних чисел меншої ширини, проте, добитися виконання рівностей $l_{ij} \cdot l_{jk} = l_{ik}$ і $u_{ij} \cdot u_{jk} = u_{ik}$ в (2.10) не вдасться – в результаті зможемо отримати лише допустиму неузгодженість МПП D^L і D^U (2.9).

Відповідно до запропонованого означення 2.1, НМПП (2.11) узгоджена, оскільки результатом її дефазифікації є узгоджена МПС $D^M = \{(m_{ij})\}$. *Суперечливих результатів на основі чіткої і фазифікованої МПП при використанні означення 2.1 не виникає.*

Наступне означення 2.7 представляє інший підхід до оцінювання узгодженості і використовується в методах [282, 356, 395, 400] обчислення ваг на основі ІМПП.

Означення 2.7 [282, 283, 356, 395, 400]. ІМПП $\tilde{D} = \{\tilde{d}_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}]\}$ називається узгодженою, якщо $\exists w$ вектор ваг, $w_i \in R$, $w_i > 0$, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$, такий що $l_{ij} \leq w_i / w_j \leq u_{ij}$, $i=1, 2, \dots, n-1$, $j=2, 3, \dots, n$.

Для виконання означення 2.7 необхідною і достатньою умовами є існування узгодженої МПП, такої що усі її елементи належать відповідним інтервалам

початкової ІМПП. Це означення, очевидно, слабкіше в порівнянні з означеннями 2.4 і 2.1: більша кількість ІМПП потрапляє в клас узгоджених.

Проведено оцінювання чутливості нечіткого спектрального коефіцієнта узгодженості НМПП, введеного в [35*], до зміни виду і параметрів функцій приналежності нечітких експертних оцінок парних порівнянь. Отримано, що використання різних видів і параметрів функцій приналежності елементів НМПП призводить практично до однакових результатів оцінювання узгодженості.

2.3.4 Метод оцінювання і підвищення узгодженості НМПП

На основі введених означень 2.1 – 2.3 запропоновано метод оцінювання і підвищення узгодженості НМПП, який складається з двох загальних етапів:

- 1) Побудувати дефазифіковану МПП $D = \{(d_{ij})\} \in R_{n \times n}^+$ (2.8).
- 2) Виконати оцінювання і підвищення узгодженості МПП D , використовуючи метод, запропонований в п.2.2.

Особливості пропонованого методу оцінювання і підвищення узгодженості НМПП полягають у наступному:

1) дозволяє встановити слабку узгодженість НМПП і оцінити допустимість неузгодженості НМПП для обчислення ваг, на відміну від відомих методів, які використовують означення 2.4 – 2.7,

2) дозволяє відносно легко реалізувати підвищення узгодженості НМПП, зокрема, знаходити найбільш неузгоджені елементи і цикли в НМПП, використовуючи апарат, розроблений для чітких МПП, на відміну від відомих методів, які використовують означення 2.4 – 2.7,

3) застосовується для оцінювання НМПП з будь-якими типами елементів: трикутними, трапецевидними, гаусівськими тощо, а також дискретними нечіткими множинами,

4) при використанні запропонованого методу не виникає протиріч, пов'язаних з результатами за чіткою і фазифікованою МПП, на відміну від відомих методів, які використовують означення 2.4 – 2.6 і базуються на розширених бінарних арифметичних операціях,

5) не призводить до протиріччя в окремому випадку оцінювання узгодженості НМПП при $n=2$,

6) в окремому випадку при оцінюванні узгодженості інтервальних МПП запропоноване означення 1 є сильнішим в порівнянні з відомим для ІМПП означенням 2.7: ІМПП, узгоджені за означенням 2.7, не завжди є такими за пропонуваним означенням 2.1. Проте, ці ІМПП, в основному, допустимо неузгоджені (див. означення 2.2) і, отже, прийнятні для обчислення ваг.

2.3.5 Порівняльний аналіз результатів, отриманих пропонуваним та відомими методами на прикладах НМПП різного рівня узгодженості

Розглянуто приклади застосування пропонуваного в п.2.3.4 методу на частковому випадку НМПП, а саме, на ІМПП різного рівня неузгодженості. Проведено порівняння отриманих результатів з результатами за відомим методом, який використовує означення 2.7.

Приклад 2.3. Наступна ІМПП \tilde{D} узгоджена за означенням 2.7: вектором ваг може бути, наприклад, вектор $w=(0.45 \ 0.22 \ 0.11 \ 0.22)$. Ця ІМПП неузгоджена за означенням 2.4, оскільки жодна з МПП D^L і D^U (2.9) не є узгодженою:

$$\tilde{D} = \begin{pmatrix} 1 & [2,5] & [2,4] & [1,3] \\ \left[\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right] & 1 & [1,3] & [1,2] \\ \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{3}, 1\right] & 1 & \left[\frac{1}{2}, 1\right] \\ \left[\frac{1}{3}, 1\right] & \left[\frac{1}{2}, 1\right] & [1,2] & 1 \end{pmatrix}, \quad D^L = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1 & 1/2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ і } D^U = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 3 \\ 1/5 & 1 & 3 & 2 \\ 1/4 & 1/3 & 1 & 1 \\ 1/3 & 1/2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пропонований метод також відносить дану ІМПП \tilde{D} до неузгоджених. Використовуючи означення 2.2, стає можливим оцінити рівень неузгодженості ІМПП \tilde{D} . В цьому прикладі ІМПП \tilde{D} допустимо неузгоджена, оскільки $CR(Defuzz(\tilde{D})) = 0.04 < CR^{порог} = 0.08$.

Приклад 2.4. Розглянемо ІМПП \tilde{D} , яка є слабо узгодженою за пропонованим методом і не містить циклів:

$$\tilde{D} = \begin{pmatrix} 1 & \left[\frac{1}{3}; 1\right] & \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{7}; \frac{1}{5}\right] & \left[\frac{1}{3}; 1\right] \\ [1; 3] & 1 & [3; 5] & [4; 6] & [1; 3] \\ [2; 4] & \left[\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right] & 1 & \left[\frac{1}{3}; 1\right] & \left[\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right] \\ [5; 7] & \left[\frac{1}{6}; \frac{1}{4}\right] & [1; 3] & 1 & \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right] \\ [1; 3] & \left[\frac{1}{3}; 1\right] & [3; 5] & [2; 4] & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 2 \\ 3 & \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 6 & \frac{1}{5} & 2 & 1 & \frac{1}{3} \\ 2 & \frac{1}{2} & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Рівень неузгодженості дефазифікованої МПП D перевищує допустимий поріг, про що свідчить значення відношення узгодженості $CR(D) = 0.202$. Тому, в даному прикладі ІМПП \tilde{D} недопустимо неузгоджена і не може використовуватися для розрахунку ваг, потребує коригування з метою підвищення її узгодженості.

Для порівняння, означення 2.7 також відносить цю ІМПП \tilde{D} до неузгоджених. В табл.2.1 наведено результати розрахунку ваг відомими методами на основі ІМПП \tilde{D} . Зокрема, в двохетапних методах TLGP і 2SLGP перший етап присвячено оцінюванню узгодженості ІМПП. Як показують дані табл.2.1 різні методи призвели до однакового ранжування альтернатив рішень. Це є наслідком властивості слабкої узгодженості ІМПП \tilde{D} . Відмінне від нуля значення показника J^* в моделі TLGP свідчить про неузгодженість даної ІМПП \tilde{D} .

Таблиця 2.1. Ваги альтернатив різними методами на основі ІМПП \tilde{D} з прикладу 2.4

Ваги	TLGP [400]	TLGP (дефаз.)	GPM [395]	2SLGP [175]	LUAM [356]
	$J^* = 1,610$				
w_1	[0,268; 0,749]	0,080	0.04	1	0.109
w_2	[1,958; 3,107]	0,396	0.424	5.576	0.273
w_3	[0,514; 0,720]	0,097	0.094	1.28	0.119
w_4	[0,621; 1,000]	0,127	0.148	2.021	0.125
w_5	[1,599; 2,245]	0,301	0.281	3.655	0.177

Приклад 2.5. Наступна ІМПП \tilde{D} не є слабо узгодженою, оскільки порушується умова порядкової транзитивності дефазифікованої матриці D в означенні 2.3:

$$\tilde{D} = \begin{pmatrix} 1 & [1; 5] & [4; 8] & [3; 7] & [2; 6] \\ \left[\frac{1}{5}; 1\right] & 1 & \left[\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{7}; \frac{1}{3}\right] & [3; 7] \\ \left[\frac{1}{8}; \frac{1}{4}\right] & [2; 6] & 1 & \left[\frac{1}{4}; 1\right] & \left[\frac{1}{7}; \frac{1}{3}\right] \\ \left[\frac{1}{7}; \frac{1}{3}\right] & [3; 7] & [1; 4] & 1 & [1; 5] \\ \left[\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{7}; \frac{1}{3}\right] & [3; 7] & \left[\frac{1}{5}; 1\right] & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 5 & 4 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & 5 \\ \frac{1}{6} & 4 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 5 & 3 & 1 & 3 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & 5 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

Існує трійка елементів в D , яка визначає цикл в цій матриці: $(d_{53} > 1) \wedge (d_{32} > 1) \wedge (d_{52} < 1)$. Рівень неузгодженості МПП D достатньо великий, про що свідчить значення $CR(D) = 0.514$, яке набагато перевищує допустимий поріг 0.1. Тому дана ІМПП \tilde{D} не може використовуватися для обчислення ваг і потребує корегування з метою підвищення її узгодженості

Означення 2.7 також відносить цю ІМПП \tilde{D} до неузгоджених. В табл. 2.2 наведено результати розрахунку ваг відомими методами на основі ІМПП \tilde{D} . Як

показують дані табл.2.2, має місце протиріччя в ранжуваннях альтернатив рішень, отриманих на основі ваг, розрахованих різними методами. Значення показника J^* в моделі TLGP свідить про високий рівень неузгодженості ІМПП \tilde{D} . Однак, ні означення 2.7, ні показник J^* , на відміну від пропонованого методу, не дозволяють оцінити допустимість рівня неузгодженості цієї матриці.

Таблиця 2.2. Ваги альтернатив різними методами на основі ІМПП \tilde{D} з прикладу 2.5

Ваги	TLGP [400]	TLGP (дефаз.)	GPM [395]	2SLGP [175]	LUAM [356]
	$J^* = 2,036$				
w_1	[2,442; 4,091]	0,483	0.481	1	0.25
w_2	[0,324; 0,813]	0,084	0.128	0.359	0.133
w_3	[0,422; 0,804]	0,091	0.059	0.206	0.133
w_4	[1,000; 1,888]	0,213	0.226	0.467	0.136
w_5	[0,556; 1,185]	0,129	0.063	0.262	0.133

2.3.6 Висновки за п.2.3

Запропоновано метод оцінювання і підвищення узгодженості НМПП з елементами, заданими функціями приналежності довільного вигляду. Метод базується на введених означеннях сильно узгодженої, слабо узгодженої і допустимо неузгодженої НМПП, які використовують результат дефазифікації НМПП. Показано переваги пропонованого методу в порівнянні з відомими методами оцінювання узгодженості ІМПП та НМПП.

2.4 Оцінювання і підвищення достовірності результатів методів аналізу ієрархій та мереж

Методи аналізу ієрархій і мереж використовуються для розв'язання слабо структурованих і неструктурованих задач ППР, які мають свої особливості. До таких особливостей відносяться, зокрема, унікальність задачі, відсутність оптимальності в класичному розумінні, неповнота кількісної вхідної інформації та інші [22, 24]. Істинний розв'язок таких задач на момент ПР не може бути відомий, вимірний приладами, розрахований або оцінений методами теорії імовірності, статистики, економетрики, оптимізації, дослідження операцій або іншими кількісними методами.

В умовах, коли інші методи не можуть застосовуватися, розв'язання слабо структурованих і неструктурованих задач ППР здійснюється методами аналізу ієрархій та мереж, використовуючи оцінки експертів та принцип декомпозиції задачі на підзадачі, розв'язуючи кожен з підзадач та агрегуючи локальні результати.

Для задач, які розв'язуються кількісними методами, достовірність розуміється як ступінь наближення, відповідності між дійсними кількісними відношеннями та їх відображенням в показниках. Даний підхід не може бути використаний для оцінювання достовірності розв'язків, отриманих методами якісного аналізу ієрархій і мереж для конкретної практичної слабо структурованої задачі ППР, оскільки для такої задачі істинний розв'язок невідомий.

Оцінювання достовірності розв'язків практичних задач ППР, отриманих на основі ієрархічних та мережевих моделей, в даній роботі включає:

- оцінювання достовірності вхідних експертних оцінок за показниками узгодженості та
- оцінювання стійкості отриманих ранжувальних елементів моделі.

Підвищення достовірності вхідних експертних оцінок при розв'язанні практичної задачі ППР має місце за рахунок використання пропонованого в роботі більш ефективного методу оцінювання і підвищення узгодженості експертних

оцінок, представлених матрицями парних порівнянь загального виду. Цей метод може застосовуватися до всіх відомих на сьогоднішній день часткових видів матриць парних порівнянь, зокрема, мультиплікативних, адитивних та лінгвістичних.

Ефективність методу оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь вимірюється згідно з *означенням ефективності*, введеним в п.5.3.1 (див. етап 5 методики), використовуючи результати моделювання тестових задач ППР. Метод підвищення узгодженості МПП вважається ефективним, якщо вектор ваг на основі скоригованої МПП є ближчим до вектору реальних ваг, порівняно з вектором ваг на основі початкової МПП до коригування. При цьому, вектор реальних ваг є відомим, задається в процесі моделювання.

Ефективність методу оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь елементів моделі пропонується вимірювати показником:

$$\mathfrak{Z} = \text{dist}(w, w^*),$$

де w^* – відомий вектор реальних ваг елементів моделі, w – вектор ваг, розрахований на основі МПП елементів моделі, $\text{dist}(x, y)$ – функція відстані, наприклад, функція кутової відстані, яка пропонується в [17] для аналізу МПП.

Складовою розробленого методу оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь є *метод пошуку найбільш неузгодженого елементу* МПП. Ефективність останнього методу пропонується вимірювати на основі результатів моделювання тестових задач ППР, в яких найбільш неузгоджений елемент відомий, використовуючи показник:

$$\mu = p / N,$$

де p – кількість експериментів, в яких найбільш неузгоджений елемент було знайдено вірно, N – загальна кількість експериментів.

Достовірність розв'язку практичної задачі ППР також підвищується шляхом розрахунку нечітких ваг та довірчих інтервалів для ваг, на відміну від точкових ваг, розрахованих відомими методами.

Стійкість розв'язку оцінюється індексами стійкості та чутливості. Досліджується *стійкість узгодженості множини експертних оцінок* або матриці парних порівнянь до збурень в окремих оцінках, тобто елементах матриці. Розраховуються інтервали та індекси стійкості кожної експертної оцінки (див. п.3.3.1 і п.3.3.3). Також проводиться аналіз *стійкості локального і глобального ранжувань* елементів ієрархічної та мережевої моделей. Аналізується стійкість і чутливість локального ранжування до збурень в окремих оцінках парних порівнянь, наданих експертом (див. п.3.3.2), а також стійкість і чутливість глобального ранжування альтернатив рішень до зміни ваг критеріїв та локальних ваг альтернатив за критеріями (див.п.4.4).

Пропонуються наступні показники стійкості.

Індекс стійкості локального ранжування до збурень елемента d_{ij} МПП :

$$I_{ij} = \min((\underline{SInt}_{ij})^{-1}, \overline{SInt}_{ij}),$$

де \underline{SInt}_{ij} і \overline{SInt}_{ij} – кінці інтервалу стійкості, $i, j = 1, \dots, n$ (див. п.3.3.2).

Індекс чутливості критерія c_l в ієрархічній моделі до зміни глобального ранжування альтернатив рішень:

$$SensVal(c_l) = \min_{i < j} (|\delta_{i,j,l}|)$$

де $\delta_{i,j,l}$ – величина відносної зміни глобальної ваги елемента c_l , що призводить до зміни глобального ранжування між альтернативами a_i і a_j , $i, j = 1, \dots, n$, $l = 1, \dots, m$ (див. п.3.3.5).

2.5 Висновки за розділом 2

Запропоновано методологію ППР в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей. В межах запропонованої методології розроблено системний підхід до ППР.

Розроблено засоби оцінювання достовірності результатів, отриманих на основі ієрархічних та мережевих моделей, які включають підвищення достовірності вхідних експертних оцінок за показниками узгодженості, оцінювання стійкості отриманих ранжовань елементів моделі та розрахунок нечітких ваг та довірчих інтервалів для ваг, на відміну від точкових ваг, розрахованих відомими методами. Підвищення достовірності вхідних експертних оцінок при розв'язанні практичної задачі ППР має місце за рахунок використання пропонованого в роботі більш ефективного методу оцінювання і підвищення узгодженості цих оцінок. Ефективність методу перевіряється шляхом моделювання множин тестових задач ППР і оцінюється значенням віддаленості вектору розрахованих ваг від вектору реальних ваг, який генерується в процесі моделювання. Стійкість розв'язку оцінюється пропонованими індексами стійкості та чутливості.

Пропонована методологія ППР включає розроблений метод підвищення узгодженості МПП, особливості якого полягають у наступному: використовується як традиційне поняття узгодженої МПП, так і нове поняття слабо узгодженої МПП, що дозволяє коректно коригувати МПП залежно від її властивостей; здійснюється оцінювання і коригування узгодженості за множиною показників; методи знаходження найбільш неузгоджених елементів та викидів в МПП є складовою запропонованого методу; методи коригування МПП без участі експерта є складовою запропонованого методу. Метод може використовуватися для оцінювання і підвищення узгодженості МПП будь-якого виду, зокрема, мультиплікативних, адитивних нечітких та інших. Застосування відомих методів підвищення узгодженості МПП зі зворотнім зв'язком з експертом не завжди можливе. Розроблений метод дозволяє коригувати МПП залежно від рівня її неузгодженості без участі експерта і, як наслідок, економити фінансові та часові ресурси.

Для пошуку найбільш неузгодженого елементу мультиплікативної МПП розроблено метод *Transitiv*, який полягає в аналізі транзитивностей цієї матриці. Переваги методу *Transitiv* полягають в тому, що він надає більше інформації про

неузгодженість МПП в порівнянні з іншими відомими методами, а також вказує на транзитивність, яка визначає цикл в МПП. Запропоновано удосконалений та узагальнений метод потоків MOutflow для пошуку найбільш неузгодженого елемента МПП загального виду.

Запропоновано спосіб підвищення узгодженості слабо узгодженої мультиплікативної МПП, в якому узгодженість вимірюється за множиною показників GCI , HCR та CI^w . Цей спосіб базується на сформульованих і доведених властивостях відомих методів мультиплікативного WMM та адитивного WAM підвищення узгодженості МПП без участі експерта. Отримано, що використання WMM і WAM коригувань призводить до покращення узгодженості МПП за показниками GCI , HCR та CI^w .

Запропоновано метод оцінювання і підвищення узгодженості нечітких ЕО парних порівнянь, заданих функціями приналежності довільного вигляду. Використання цього методу дозволяє, на відміну від розглянутих в роботі відомих методів, встановити присутність циклів в НМПП, відносно легко реалізувати підвищення узгодженості НМПП, а також оцінити допустимість неузгодженості НМПП для обчислення ваг.

Застосування розроблених методів оцінювання і підвищення узгодженості дозволяє для всіх елементів мережевої моделі отримати МПП прийнятної якості, які використовуються на наступному етапі для знаходження більш достовірних локальних ваг елементів моделі.

Результати, отримані в розділі 2, опубліковано в роботах [37, 39, 46, 47, 55, 57, 61, 65, 66, 289, 292, 301, 307, 310].

РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ЛОКАЛЬНИХ ВАГ НА ОСНОВІ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК ПАРНИХ ПОРІВНЯНЬ

3.1 Метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг елементів ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень

3.1.1 Постановка задачі та основні означення

Практичне застосування будь-якого методу, який використовує суб'єктивну вхідну інформацію, потребує відповіді на питання про достовірність отриманих результатів. Відомі методи [72, 110, 147, 148, 274] ґрунтуються на припущенні, що оцінки експерта, задані в шкалах, не містять помилок і перевіряти їх якість немає необхідності: "Експерт завжди прав, оскільки він висловлює саме свою думку" [110, с. 84]. Проте, експерт може не мати повних знань з питання, що розглядається, може не бути в змозі виразити свої знання в пропонованій шкалі, допустити випадкову помилку тощо. Під можливими *помилками експерта* будемо розуміти невизначеність задання експертом ступеня переваги однієї альтернативи над іншою при їх парному порівнянні.

У методі аналізу ієрархій якість експертних оцінок парних порівнянь перевіряється за допомогою коефіцієнта узгодженості і передбачається, що якщо експерт вказав множину повністю узгоджених оцінок, то ці оцінки істинні, тобто відображають істинні ваги альтернатив за критерієм рішень. Це твердження не завжди є вірним, оскільки експерти, виконуючи оцінювання в шкалі, можуть поставити у відповідність реальним вагам різні множини повністю узгоджених оцінок парних порівнянь. Тому потрібні додаткові засоби оцінювання невизначеності експертних оцінок парних порівнянь. З цією метою розробляються методи парних порівнянь в нечітких шкалах [386, 391 – 393], пропонуються закони розподілу експертних оцінок [196, 223, 224].

Для обчислення ваг альтернатив рішень на основі експертних оцінок парних порівнянь альтернатив використовується метод головного власного вектору (ЕМ) [93, 94, 336], моделі оптимізації [40, 77, 175, 179, 187, 282, 283, 356] та інші [119].

В даному дослідженні ставиться мета розробити метод оцінювання невизначеності експертних парних порівнянь в задачі обчислення ваг альтернатив рішень. В результаті альтернативам рішень ставляться у відповідність довірчі інтервали для відносних ваг альтернатив. Ці інтервали більш достовірно, в порівнянні з точковими вагами, обчисленими, зокрема, відомим методом ЕМ, відображають відносну важливість альтернатив рішень.

Дано: $A = \{a_i \mid i=1, \dots, n\}$ – множина альтернатив рішень, C – характеристика, за якою порівнюються ці альтернативи, в подальшому – критерій рішень, $D_{n \times n} = \{d_{ij} \mid i, j=1, \dots, n\}$ – обернено симетрична МПП альтернатив.

Необхідно: оцінити невизначеність експертних парних порівнянь в задачі обчислення ваг альтернатив рішень; визначити $w = \{w_i = [\underline{w}_i, \overline{w}_i] \mid i=1, \dots, n\}$ – довірчі інтервали для ваг альтернатив.

Повна узгодженість експертних оцінок парних порівнянь не може бути ознакою їх істинності, тобто якщо оцінки повністю узгоджені, то вони не обов'язково відображають істинні ваги альтернатив. Для ілюстрації цього твердження розглянемо модельний приклад 3.1 – зворотну задачу обчислення ваг.

Приклад 3.1. Нехай відомі реальні ваги $w^{real} = (0.45, 0.25, 0.10, 0.20)$ чотирьох альтернатив, наприклад геометричних фігур, відносно деякої загальної для них характеристики (площі). Не повідомляючи реальних ваг, експертів попросили розглянути і попарно порівняти ці альтернативи в шкалі Сааті так, щоб оцінки були повністю узгодженими. Для побудови узгодженої МПП розмірності n досить визначити її $n-1$ ведучих елементи [72]. В даному прикладі різні експерти вибрали різні множини пар альтернатив в якості ведучих елементів МПП. Інші, не ведучі, елементи МПП були обчислені на основі множини ведучих елементів, використовуючи умови узгодженості $d_{ij} = d_{ik} d_{kj}$ для $\forall i, j, k = 1, \dots, n$ і оберненої симетричності $d_{ji} = 1/d_{ij}$. В результаті, різні експерти поставили у відповідність заданим альтернативам різні повністю узгоджені МПП $D^1 - D^4$ (ведучі елементи позначено) :

$$D^1 = \begin{pmatrix} 1 & \textcircled{2} & 4 & 2 \\ 1/2 & 1 & 2 & \textcircled{1} \\ 1/4 & 1/2 & 1 & \textcircled{1/2} \\ 1/2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, D^2 = \begin{pmatrix} 1 & \textcircled{2} & 6 & 2 \\ 1/2 & 1 & \textcircled{3} & \textcircled{1} \\ 1/6 & 1/3 & 1 & 1/3 \\ 1/2 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, D^3 = \begin{pmatrix} 1 & \textcircled{2} & 6 & 6 \\ 1/2 & 1 & \textcircled{3} & 3 \\ 1/6 & 1/3 & 1 & \textcircled{1} \\ 1/6 & 1/3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, D^4 = \begin{pmatrix} 1 & \textcircled{2} & 4 & 4 \\ 1/2 & 1 & \textcircled{2} & 2 \\ 1/4 & 1/2 & 1 & \textcircled{1} \\ 1/4 & 1/2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

МПП у дійснозначній шкалі, що відповідає вагам w^{real} , очевидно, дорівнює

$$D^{real} = \left(\frac{w_i^{real}}{w_j^{real}} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 1.8 & 4.5 & 2.25 \\ 1/1.8 & 1 & 2.5 & 1.25 \\ 1/4.5 & 1/2.5 & 1 & 0.5 \\ 1/2.25 & 1/1.25 & 1/0.5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Усі експерти мали високу компетентність. Експертів, які задали МПП D^1 і D^2 , назовемо *експертами-реалістами*, оскільки визначені ними значення ведучих елементів МПП в точності дорівнюють відповідним відношенням реальних ваг $\left(\frac{w_i^{real}}{w_j^{real}} \right)$, округленим за законами математики до найближчих поділок шкали Сааті.

МПП D^1 і D^2 – найближчі в шкалі Сааті до D^{real} при різних множинах ведучих елементів. Їх називатимемо надалі *незміщеними МПП* по відношенню до реальних ваг. Експертів, які задали МПП D^3 і D^4 , назовемо *експертами-оптимістами/песимістами*: ведучі елементи $d_{3,4}^3$ і $d_{3,4}^4$ в МПП D^3 і D^4 були завищені на одну поділку шкали, а ведучий елемент $d_{2,3}^4$ в МПП D^4 – занижений на одну поділку шкали, тобто проявляються такі особисті якості експерта як оптимізм і песимізм, що виражаються в схильності до незначного (на одну поділку шкали) завищення або заниження реальних значень. Ці МПП надалі називатимемо *зміщеними МПП*.

Ваги $w^1 - w^4$ альтернатив, обчислені відомим методом аналізу ієрархій [93, 94, 336] на основі МПП $D^1 - D^4$:

$$w^1 = (0.444, 0.222, 0.111, 0.222), w^2 = (0.462, 0.231, 0.077, 0.231)$$

$$w^3 = (0.545, 0.273, 0.091, 0.091), w^4 = (0.500, 0.250, 0.125, 0.125)$$

відрізняються між собою і від реальних ваг w^{real} . Відмінність в побудованих МПП $D^1 - D^4$ і, отже, в отриманих вагах $w^1 - w^4$ обумовлена шкалою, що

використовується для побудови МПП (наприклад, шкала не дозволяє розрізнити альтернативи a_2 і a_4 в МПП D^1 і D^2), і вимогою повної узгодженості МПП.

Таким чином, підтверджується твердження, що повна узгодженість експертних оцінок парних порівнянь не може бути ознакою їх істинності.

В роботі ставиться задача розробки методу для оцінювання невизначеності та розрахунку довірчих інтервалів на основі МПП для ваг елементів ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень за умови, що ця невизначеність обумовлена шкалою Сааті та можливими помилками експерта при виконанні парних порівнянь внаслідок таких особистих якостей експерта, як реалізм, песимізм і оптимізм.

3.1.2 Ідея методу

В основу пропонованого методу покладено твердження, що задана експертом МПП $D_{n \times n} = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$ тільки в деякій мірі відображає реальні відношення ваг альтернатив і містить невизначеність, незалежно від рівня її узгодженості. Як зазначалося вище, під можливими *помилками* експерта будемо розуміти невизначеність задання експертом ступеня переваги однієї альтернативи над іншою під час їх парного порівняння. Припустимо, що задача обчислення ваг на основі МПП містить наступні види невизначеності:

1) Невизначеність, яку вносить шкала, в якій експерт виконує оцінювання. З теоретичної точки зору, чим більшу кількість поділок має шкала, тим точнішими можуть бути оцінки. Проте, на практиці, внаслідок психофізіологічних особливостей людини, не рекомендується використовувати шкалу, яка містить більше дев'яти поділок [329]. Від вибраної шкали (числа її поділок) залежить, очевидно, кількість об'єктів, які можуть бути в ній розрізнені.

2) Другий вид невизначеності обумовлений можливими помилками експерта при виконанні парних порівнянь і його особистими якостями, такими як реалізм, оптимізм або песимізм. Помилковість оцінок не зв'язуємо з поняттям їх узгодженості: як показано вище в прикладі 3.1 узгоджені оцінки парних порівнянь в шкалі також можуть містити помилки.

Для кількісного оцінювання невизначеності описаних вище видів, надалі називатимемо її *невизначеністю експертних оцінок*, і побудови довірчих інтервалів для ваг альтернатив, пропонується метод, що використовує апарат теорії довіри (свідчень) Демпстера-Шеффера [192].

3.1.3 Побудова показника невизначеності експертних оцінок парних порівнянь

Нехай $D_{n \times n} = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$ – обчислена на основі експертних оцінок МПП альтернатив рішень a_1, a_2, \dots, a_n . При розв’язанні задачі обчислення ваг альтернатив на основі МПП з використанням теорії довіри розглянемо наступні гіпотези:

- одноелементні множини $\{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_n\}$, які включають альтернативи рішень,

- множина $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} = \Theta$, яка включає усі альтернативи рішень.

Базові довіри $m_i = m(\{a_i\})$ до альтернатив відповідають вагам альтернатив, а базова довіра $m(\Theta)$ до множини, яка містить усі альтернативи, як довіра до гіпотези, що усі альтернативи нерозрізнені експертом або мають однакову важливість для експерта, пропонується використовувати для вираження рівня невизначеності експертних оцінок.

Базовим розподілом довіри називається функція $m: 2^\Theta \rightarrow [0,1]$, що визначена на підмножинах множини Θ і задовольняє аксіомам [192]: $m(\emptyset) = 0$ і $\sum_{B \in 2^\Theta} m(B) = 1$.

Базовий розподіл довіри в задачі, що розглядається, визначимо наступним чином:

$$m(a_i) = m_i = \frac{v_i}{\sum_{j=1}^n v_j + X}, \quad i = 1, \dots, n,$$

де $v_i > 0$ – ненормована вага альтернативи a_i , обчислена на основі МПП одним з відомих методів аналізу ієрархій: головного власного вектору ЕМ, геометричної

середньої RGMM або ін., $X > 0$ – ненормований показник рівня невизначеності експертних оцінок парних порівнянь.

Значення базової довіри до усієї множини альтернатив – нормований показник рівня невизначеності експертних оцінок визначимо

$$m_{\Theta} = \frac{X}{\sum_{j=1}^n v_j + X}.$$

Виконується рівність: $\sum_i m_i + m_{\Theta} = 1$. Показник X побудуємо як деякий відсоток від суми $\sum_j v_j$ таким чином:

– якщо експертні оцінки повністю узгоджені, то $X = X_1 = k_1 \sum_{j=1}^n v_j$, де параметр $k_1 \in (0,1)$ моделює невизначеність, яку вносить шкала Сааті, а також невизначеність внаслідок якостей експерта, таких як песимізм і оптимізм;

– якщо в експертних оцінках присутня неузгодженість, то рівень невизначеності збільшується мультиплікативно відповідно до значення показника узгодженості (ПУ) МПП, взятого з деяким коефіцієнтом $k_2 > 0$:

$$X = X_1(1 + k_2 \cdot \text{ПУ}),$$

$$X = X_1 = k_1 \sum_{j=1}^n v_j \cdot (1 + k_2 \cdot \text{ПУ}),$$

де $k_1 \in (0,1)$, $k_2 > 0$, $\text{ПУ} \geq 0$.

Тоді значення базової довіри до альтернативи a_i дорівнює

$$m_i = \frac{v_i}{(1 + k_1 \cdot (1 + k_2 \cdot \text{ПУ})) \sum_{j=1}^n v_j}, \quad (3.1)$$

а нормований показник рівня неузгодженості експертних оцінок –

$$m_{\Theta} = \frac{k_1 \cdot (1 + k_2 \cdot \text{ПУ})}{1 + k_1 \cdot (1 + k_2 \cdot \text{ПУ})}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.2)$$

Якщо МПП повністю узгоджена, то значення базової довіри $m_i = \frac{v_i}{(1+k_1)\sum_{j=1}^n v_j}$

до альтернатив зменшуються, а значення показника невизначеності $m_\Theta = \frac{k_1}{1+k_1}$

збільшується із зростанням параметра k_1 .

3.1.4 Метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг

Довірчий інтервал для локальної ваги альтернативи a_i визначимо, використовуючи апарат теорії довіри Демпстера-Шеффера, наступним чином:

$$[Bel_i, Pls_i],$$

де Bel_i і Pls_i – значення функцій довіри і правдоподібності до одноелементної гіпотези $\{a_i\}$.

Відомо, що функція довіри $Bel: 2^\Theta \rightarrow [0,1]$ визначається аксіомами $Bel(\emptyset) = 0$, $Bel(\Theta) = 1$ і $Bel(A) + Bel(\neg A) \leq 1$ [192]. Величина $Bel(A)$ обчислюється як сума базових довір за всіма підмножинами A : $Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$ і показує повну довіру до гіпотези $A \subseteq \Theta$.

Функцією правдоподібності називається $Pls: 2^\Theta \rightarrow [0,1]$, де $Pls(A)$ показує величину максимального значення довіри, яке може бути по можливості назначено гіпотезі $A \subseteq \Theta$: $Pls(A) = 1 - Bel(\neg A)$ [192]. Величина $Bel(\neg A)$ показує рівень сумніву в гіпотезі A і обчислюється за формулою: $Bel(\neg A) = \sum_{\substack{B \subseteq \Theta \\ A \cap B = \emptyset}} m(B)$.

Функції $Bel(A)$ і $Pls(A)$ інтерпретуються як нижні і верхні імовірності появи гіпотези A в тому розумінні, що припускається існування деякої істинної імовірності $p(A)$ появи гіпотези A , такої що $Bel(A) \leq p(A) \leq Pls(A)$.

Очевидно, що значення довіри Bel до одноелементної множини співпадає зі значенням базової довіри до неї: $Bel(\{a_i\}) = m_i$, а значення правдоподібності для множини $\{a_i\}$: $Pls(\{a_i\}) = m_i + m_\Theta$. Таким чином, довірчий інтервал для локальної

ваги альтернативи a_i в даній задачі дорівнює довірчому інтервалу до гіпотези $\{a_i\}$ і дорівнює:

$$[Bel_i, Pls_i] = [m_i, m_i + m_\Theta]. \quad (3.3)$$

Враховуючи (3.1) і (3.2), сформулюємо етапи методу розрахунку довірчого інтервалу для локальної ваги альтернативи a_i . Розглянемо загальний випадок, коли $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ – це \otimes -обернено симетрична МПП в шкалі Сааті над ділимою абелевою лінійно впорядкованою групою $G = (X, \otimes, \leq)$. Відомі особисті якості експерта (реаліст, песиміст або оптиміст).

Метод складається з етапів:

1. Розрахувати ненормовані локальні ваги v_i на основі МПП D :

$$v_i = \left(\bigotimes_{k=1, \dots, n} d_{ik} \right)^{1/n}$$

2. Розрахувати показник узгодженості CI для МПП D .
3. Визначити значення параметру $k_1 \in (0, 1)$ залежно від особистих якостей експерта та шкали, а також значення параметру $k_2 > 0$.
4. Розрахувати довірчі інтервали $[Bel_i, Pls_i] = [m_i, m_i + m_\Theta]$ (3.3) для локальних ваг альтернатив a_i , $i = 1, \dots, n$.

Проведемо порівняння результатів за пропонованим вище методом для випадку мультиплікативної МПП зі значеннями $w_i = v_i / \sum_j v_j$ локальних ваг альтернатив a_i , знайденими традиційним МАІ. Виконується нерівність $m_i < w_i < m_i + m_\Theta$, де величини m_i і m_Θ обчислюються за рівностями (3.1) і (3.2), відповідно. Тому отримаємо таке твердження 3.1.

Твердження 3.1. Локальна вага альтернативи a_i , розрахована відомим МАІ [93, 94, 336], міститься в довірчому інтервалі (3.3).

Далі розглянемо граничний випадок: висококваліфікований експерт виконує парні порівняння в шкалі, якою є множина дійсних додатніх чисел R_+^n . Нехай елементи МПП D^{real} , побудованої на основі оцінок такого експерта, узгоджені і

дорівнюють відношенням елементів деякого нормованого вектора ваг w^{real} . Справедливе наступне твердження 3.2, яке показує, що ваги w_i^{real} містяться в довірчих інтервалах (3.3), побудованих пропонованим методом на основі узгодженої МПП D^{real} . Твердження 3.2 обґрунтовує коректність розробленого методу.

Твердження 3.2. Нехай $v^{real} \in R_+^n$ і $w^{real} = v^{real} / \sum_k v_k^{real}$ – вектори ненормованих і нормованих ваг n альтернатив відповідно, $D = \left\{ d_{ij} = \frac{v_i^{real}}{v_j^{real}} \mid i, j = 1, \dots, n \right\}$ – МПП, $I = \{[Bel_i, Pls_i] \mid i = 1, \dots, n\}$ – довірчі інтервали (3.3) для ваг v_i^{real} , обчислені на основі узгодженої МПП D . Тоді $w_i^{real} \in [Bel_i, Pls_i]$ для всіх $i = 1, \dots, n$.

Доведення. За побудовою МПП D повністю узгоджена. Тому вектори $w = v / \sum_k v_k$ нормованих ваг, де v обчислені на основі D різними методами парних порівнянь (ЕМ, RGMM та ін.), співпадають між собою і співпадають з w^{real} : $w^{EM} = w^{RGMM} = w = w^{real}$.

Вектор ваг w дорівнює нормованому стовбчику узгодженої МПП D :

$$w_i = \frac{d_{ij}}{\sum_{k=1}^n d_{kj}} \text{ для будь-якого } j = 1, \dots, n. \quad (3.4)$$

Зафіксуємо j – номер стовбчика МПП D , $j = 1, \dots, n$. Нехай вектор ненормованих ваг $v = (d_{ij} \mid i = 1, \dots, n)$. Тоді в довірчому інтервалі (3.3) величини

$$m_i = \frac{v_i}{\sum_{j=1}^n v_j + X} = \frac{d_{ij}}{\sum_{k=1}^n d_{kj} + X},$$

$$m_{\Theta} = \frac{X}{\sum_{j=1}^n v_j + X} = \frac{X}{\sum_{k=1}^n d_{kj} + X}.$$

Так як $w_i^{real} = w_i$, то з урахуванням (3.4) і $X > 0$, отримаємо наступну нерівність $m_i < w_i^{real} < m_i + m_{\Theta}$, що і потрібно було довести.

Метод потребує знання значення параметру $k_1 \in (0,1)$ залежно від особистих якостей експерта та шкали, яка використовується експертом. Пропонується наступний спосіб оцінювання значень параметра k_1 в (3.1), (3.2) і (3.3) з використанням результатів комп'ютерного моделювання суджень експертів реаліста, песиміста і оптиміста.

3.1.5 Оцінки параметрів методу розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг

Моделювання оцінок експерта-реаліста. Нехай парні порівняння проводяться експертом-реалістом, тобто невизначеність задачі обумовлена тільки шкалою Сааті, що використовується експертом для оцінювання. Нехай $v^{real} \in R_+^n$ – випадковим чином згенерований вектор ненормованих ваг (див. п.5.1), $w_i^{real} = v_i^{real} / \sum_k v_k^{real}$. Обчислюється незміщена МПП D^* , елементи якої найбільш близькі до відповідних відношень ваг v_i^{real} / v_j^{real} . Елемент d_{ij}^* цієї МПП – це округлене до найближчої поділки шкали Сааті значення відношення v_i^{real} / v_j^{real} . Виконується округлення відношень $v_i^{real} / v_j^{real} \geq 1$ відповідно до законів математики, коли це не призводить до конфлікту (див. приклад 3.2 нижче). Інші значення МПП D^* обчислюються за властивістю $d_{ji} = 1 / d_{ij}$.

Моделювання проводиться в загальному випадку для великої кількості тестових МПП D^* різної розмірності $n = 3, 4, 5, \dots, 9$. Зафіксуємо n . Нехай $w^{real}(l) \in R_+^n$ – випадковим чином згенерований вектор реальних ваг, $D^*(l)$ – незміщена МПП, що йому відповідає, l – номер експерименту, $l = 1, \dots, 10^5$. Розглядаються значення норми відхилення вектору $w^{real}(l)$ від вектору $w(l)$:

$$p_1(l) = \|w(l) - w^{real}(l)\|_\infty, \quad (3.5)$$

де $\|a\|_\infty = \max_{i=1, \dots, n} |a_i|$ – чебишевська норма, $w(l) = v(l) / \sum_k v_k(l)$, вектор $v(l)$ обчислено на основі $D^*(l)$ методом головного власного вектору ЕМ, $l = 1, \dots, 10^5$.

Параметр k_1 визначимо як деяку функцію від p_1 :

$$k_1 = f(p_1). \quad (3.6)$$

Гістограми розподілів і значення величин ексцесу і асиметрії (рис.3.1), отримані за результатами $M=10^5$ експериментів, дозволяють зробити висновок, що величина $p_1(l)$ (3.5) чебишевської норми відхилень обчислених ваг від реальних ваг для $n \geq 5$ має розподіл близький до нормального з параметрами, наведеними в табл.3.1.

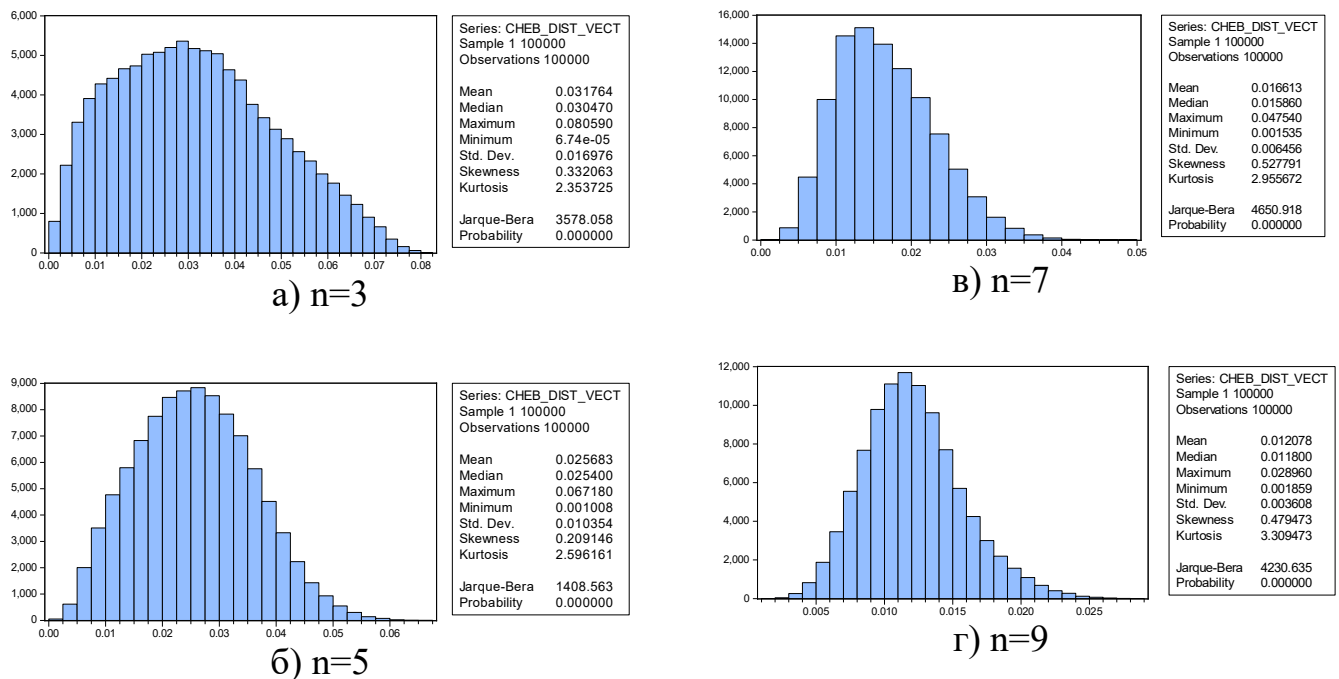


Рисунок 3.1. Гістограми розподілів величини $p_1(l) = \|w(l) - w^{real}(l)\|_\infty$ для різних значень n , моделювання оцінок експерта-реаліста

В якості оцінки для параметра p_1 , яка потім використовується при обчисленні параметра k_1 (3.6) і далі – значень довіри $Bel_i(l) = m_i(l)$ (3.1), показника рівня невизначеності $m_\Theta(l)$ (3.2) і величини правдоподібності $Pls_i(l) = m_i(l) + m_\Theta(l)$, пропонується використати

$$\hat{p}_1^{0.90} = \hat{p}_1^{av} + 1.3\sigma(p_1), \quad (3.7)$$

яке відповідає квантилю рівня 0.90 (табл. 3.2).

Значення, приведені в табл.3.2, є оцінками невизначеності експертних суджень парних порівнянь в задачі обчислення ваг альтернатив методом головного власного вектору ЕМ, коли ця невизначеність обумовлена шкалою Сааті, в якій експерт-реаліст виконує оцінювання. Як видно зі значень табл.3.2, ця невизначеність зменшується із зростанням величини n .

Таблиця 3.1. Вибіркові середні значення \hat{p}_1^{av} і стандартні відхилення $\sigma(p_1)$ для параметра p_1 , моделювання оцінок експерта-реаліста

n	3	4	5	6	7	8	9
\hat{p}_1^{av}	0.032	0.029	0.026	0.021	0.017	0.014	0.012
$\sigma(p_1)$	0.017	0.013	0.010	0.009	0.006	0.005	0.004

Таблиця 3.2. Оцінки значень параметра p_1 в рівності (3.6) при обчисленні довірчих інтервалів для ваг альтернатив (експерт-реаліст)

n	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{p}_1 = \hat{p}_1^{0.90}$	0.054	0.046	0.039	0.033	0.025	0.021	0.017

Моделювання оцінок експерта-песиміста і оптиміста. Комп'ютерне моделювання здійснюється аналогічно попередньому за винятком того, що в кожному експерименті після обчислення МПП $D^*(l)$ здійснюється її зміщення за наступними правилами:

- для оптиміста кожен елемент $1 \leq d_{ij}^*(l) < 9$, $i \neq j$ випадковим чином збільшується на одиницю (одна поділлка шкали Сааті) або залишається незмінним:

$$d_{ij}^{optim}(l) = d_{ij}^*(l) + \Delta(l), \text{ де } \Delta(l) \text{ вибирається випадковим чином з множини } \{0, 1\};$$

- для песиміста кожен елемент $1 < d_{ij}^*(l) \leq 9$ випадковим чином зменшується на одиницю (одна поділлка шкали Сааті) або залишається незмінним:

$$d_{ij}^{pessim}(l) = d_{ij}^*(l) + \Delta(l), \text{ де } \Delta(l) \text{ вибирається випадковим чином з множини } \{0, -1\}.$$

Далі на основі МПП $D^{optim}(l)$ і $D^{pessim}(l)$ обчислюються значення чебишевських норм $p_1^{optim}(l)$ і $p_1^{pessim}(l)$ відповідно до (3.5). Розподіли величин $p_1^{optim}(l)$ і $p_1^{pessim}(l)$ близькі до нормального; гістограми розподілів і значення коефіцієнтів ексцесу і асиметрії аналогічні приведеним на рис.3.1 для оцінок експерта-реаліста. Параметри розподілів величин $p_1^{optim}(l)$ і $p_1^{pessim}(l)$ приведені в табл.3.3. Оцінки величини p_1 для експерта-песиміста і оптиміста обчислюються за формулою (3.7) і відповідають квантилю рівня 0.90 (табл. 3.4).

Результати табл. 3.3 і 3.4 показують, що параметри розподілів, а також оцінки значень параметра p_1 для суджень експертів песиміста і оптиміста співпадають в межах практичної точності.

Таблиця 3.3. Вибіркові середні значення \hat{p}_1^{av} і стандартні відхилення $\sigma(p_1)$

для параметра p_1

а) моделювання оцінок експерта-песиміста

n	3	4	5	6	7	8	9
\hat{p}_1^{av}	0.073	0.066	0.058	0.050	0.044	0.039	0.036
$\sigma(p_1)$	0.041	0.030	0.023	0.018	0.015	0.013	0.011

а) моделювання оцінок експерта-песиміста

n	3	4	5	6	7	8	9
\hat{p}_1^{av}	0.063	0.061	0.055	0.049	0.044	0.040	0.036
$\sigma(p_1)$	0.033	0.026	0.022	0.018	0.015	0.013	0.011

Таблиця 3.4. Оцінки значень параметра p_1 в рівності (3.6) при обчисленні довірчих інтервалів для ваг альтернатив (експерти-песиміст/оптиміст)

n	3	4	5	6	7	8	9
\hat{p}_1^{pessim}	0.126	0.105	0.088	0.073	0.064	0.056	0.050
\hat{p}_1^{optim}	0.106	0.095	0.084	0.072	0.064	0.056	0.050

Значення в табл.3.4 є оцінками невизначеності експертних суджень парних порівнянь в задачі обчислення локальних ваг альтернатив методом головного власного вектору ЕМ, обумовленої такими особистими якостями експерта як песимізм і оптимізм, а також шкалою Сааті, яка використовується експертом при виконанні оцінювання. Ця невизначеність зменшується із зростанням величини n .

Визначення параметра k_1 . Параметр $k_1(n)$ в (3.1) і (3.2) знайдемо на основі оцінки $\hat{p}_1 = \hat{p}_1^{0.90}(n)$ величини $p_1(l) = \|w(l) - w^{real}(l)\|_\infty$ чебишевської норми відхилення реальних ваг $w^{real}(l)$ від ваг $w(l)$, обчислених на основі МПП $D^*(l)$ за результатами комп'ютерного моделювання:

$$k_1 = k_{11} \cdot \hat{p}_1, \quad (3.8)$$

де $w(l) = v(l) / \sum_k v_k(l)$, вектор $v(l)$ обчислено методом головного власного вектору, $\hat{p}_1^{0.90}(n) = \hat{p}_1^{cp}(n) + 1.3\sigma(p_1(n))$ – значення чебишевської норми, таке, що для 90% модельованих МПП $D^*(l)$ виконується нерівність $p_1(l) \leq \hat{p}_1^{0.90}(n)$, l – номер експерименту, $l = 1, \dots, 10^5$, коефіцієнт $k_{11}(n) > 0$.

Підберемо значення коефіцієнта $k_{11} = k_{11}(n)$ в (3.8) так, щоб в 90% експериментів всі координати реального вектору ваг містилися в своїх довірчих інтервалах:

$$\vec{I} = ([Bel_1, Pls_1] \quad [Bel_2, Pls_2] \quad \dots \quad [Bel_n, Pls_n])^T \quad (3.9)$$

Введемо величину N – кількість елементів вектору нормованих реальних ваг w^{real} , $w_i^{real} = v_i^{real} / \sum_k v_k^{real}$, які попадають у відповідні довірчі інтервали (3.9):

$$w_i^{real} \in [Bel_i, Pls_i], \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Очевидно, що $N \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$.

Розглянемо хід комп'ютерного моделювання для визначення коефіцієнта k_{11} , коли оцінки надані експертом-реалістом. Зафіксуємо n – кількість альтернатив рішень, $n = 3, 4, 5, \dots, 9$. Випадковим чином генеруємо вектор ненормованих реальних ваг $v^{real} \in R_+^n$ (див. п.5.1), нормуємо $w_i^{real} = v_i^{real} / \sum_k v_k^{real}$, $i = 1, \dots, n$.

Обчислюємо незміщену МПС D^* , яка відповідає оцінкам експерта-реаліста, далі вектор \bar{I} (3.9), (3.3), використовуючи оцінки параметра p_1 з табл. 3.2 і значення параметра k_2 рівне одиниці. Обчислюємо величину N . Для кожного з $n = 3, 4, 5, \dots, 9$ проведемо $M=10^5$ експериментів. Аналогічно виконується моделювання оцінок експертів песиміста і оптиміста.

Емпірично підібрані значення коефіцієнта k_{11} , такі, що в $m = 89.500\%$ – $m = 90.499\%$ (при округленні в $m = 90\%$) експериментів усі координати реального вектору ваг містяться у своїх довірчих інтервалах, приведені в табл.3.5.

Таблиця 3.5. Значення коефіцієнта k_{11} і середні значення \hat{m}_Θ показника

невизначеності m_Θ , що їм відповідають

а) експерт-реаліст

n	3	4	5	6	7	8	9
$k_{11}^{0.89500}$ для $m = 89.500\%$	2.325	2.800	3.313	3.830	4.730	5.375	5.975
$k_{11}^{0.90499}$ для $m = 90.499\%$	2.370	2.845	3.370	3.893	4.810	5.470	6.083
\hat{m}_Θ для $k_{11}^{0.89500}$	0.113	0.115	0.115	0.112	0.106	0.100	0.094
\hat{m}_Θ для $k_{11}^{0.90499}$	0.115	0.117	0.117	0.114	0.108	0.102	0.096

б) експерти-песиміст/оптиміст

n	3	4	5	6	7	8	9
$k_{11}^{0.89500}$ для $m = 89.500\%$	3.570	4.391	5.15	5.98	6.78	7.60	8.210
$k_{11}^{0.90499}$ для $m = 90.499\%$	3.68	4.491	5.25	6.08	6.89	7.71	8.328
\hat{m}_Θ для $k_{11}^{0.89500}$	0.319	0.324	0.319	0.313	0.309	0.307	0.301
\hat{m}_Θ для $k_{11}^{0.90499}$	0.326	0.329	0.324	0.317	0.313	0.310	0.304

Значення \hat{m}_Θ в табл.3.5 показують, що рівень невизначеності експертних оцінок в даній задачі обчислення ваг зменшується із зростанням кількості

альтернатив n . Як наслідок, із зростанням n зменшується ширина обчислюваних довірчих інтервалів (3.3).

3.1.6 Модель оцінювання якостей експерта

Вхідними даними для пропонованого методу розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг елементів моделі ППР є особисті якості експерта, такі як реалізм, песимізм або оптимізм. При розв'язанні практичної задачі ОПР не завжди володіє такою інформацією. Для вибору профіля експерта з можливих альтернативних варіантів «реаліст», «песиміст» або «оптиміст» в даній роботі пропонується використовувати метод аналізу ієрархій або мереж. Ідея полягає в тому, щоб оцінити вказані якості експерта, вибрати профіль експерта з множини варіантів на основі ієрархічної або мережевої моделі, яка містить критерії оцінювання якостей експерта.

Базова ієрархічна модель наведена на рис.3.2. В *апріорних* або *евристичних* методах оцінки якості експерта не використовується інформація про його судження, які мали місце у попередніх експертизах. До цієї групи методів належать [11, 30]:

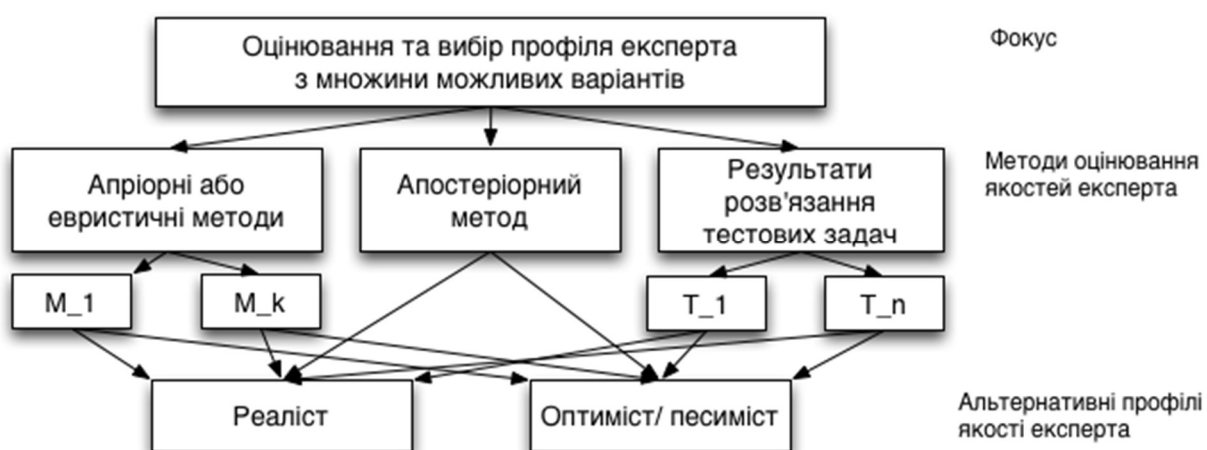


Рисунок 3.2. Базова ієрархічна модель оцінювання якостей експерта

- метод самооцінки з використанням бальних або вербально-числових шкал;
- метод комплексної самооцінки з урахуванням самооцінки степені знайомства експерта з основними джерелами інформації в питанні, що розглядається та самооцінки знайомства експерта з досліджуваним об'єктом, зваженої коефіцієнтом вагомості;
- методи взаємної оцінки, в яких кожний експерт дає оцінку іншим експертам і формуються матриці взаємних оцінок експертів в балах або числових значеннях.

Відомо, що самооцінка характеризується значною суб'єктивністю, залежить від психологічних особливостей експерта.

При виборі профіля експерта також можна аналізувати *результати* розв'язаних ним *тестових задач*, відповіді за якими відомі. Тестові методи оцінки ставлять за мету встановити професійність експерта, наявність необхідних навичок та досвіду для ефективної участі в роботі експертної комісії. Відомі умови, яким мають задовольняти тестові експерименти [11, 30]: цілеспрямованість змісту теста на конкретні об'єкти експертизи; розуміння експертом постановки тестової задачі та умов, яким має задовольняти розв'язок; наявність точного розв'язку тестової задачі; наявність шкали, яка дозволяє оцінити точність оцінок експерта; наявність мінімальної ймовірності випадкового вгадування експертом істинної оцінки. Наприклад, розглядаються тестові задачі оцінювання експертом площ геометричних фігур, енергетичної цінності продуктів харчування тощо [334].

Використовуючи модель, наведену на рис.3.2, ОПР попарно порівнює методи оцінювання якостей експерта та визначає значення коефіцієнтів відносної важливості або ваги кожного з методів. Далі, відповідно до МАІ, для конкретного експерта проводиться оцінювання його якостей за кожним з методів і розраховуються локальні ваги якостей. Потім ці ваги за множиною методів агрегуються в глобальні ваги якостей. Вибирається якість експерта, яка має найбільшу агреговану вагу.

3.1.7 Ілюстративні приклади

Приклад 3.2. Обчислимо довірчі інтервали для МПП $D^1 - D^4$, наведених вище в прикладі 3.1 (п.3.1.1), за умови, що функція f в рівності (3.6) приймає вигляд $k_1 = n \cdot p_1$. Значення $p_1 = 0.046$ для повністю узгоджених МПП D^1 і D^2 , заданих експертами-реалістами (табл.3.2). Значення $p_1 = 0.095$ для МПП D^3 і D^4 , заданих експертами-оптимістами (табл.3.4). Ненормовані ваги v_i альтернатив a_i обчислимо методом головного власного вектору ЕМ. Відповідно до (3.3) обчислимо значення довір $Bel_i(D^j)$ і правдоподібностей $Pls_i(D^j)$ для ваг альтернатив a_i (табл.3.6).

Таблиця 3.6. Значення показника невизначеності m_Θ та кінців $Bel_i(D^j)$, $Pls_i(D^j)$ довірчих інтервалів для ваг a_i на основі МПП D^j , $j = 1, \dots, 4$

	Значення довір $Bel_i(D^j)$ і правдоподібностей $Pls_i(D^j)$								m_{Θ}
	a_1		a_2		a_3		a_4		
	Bel	Pls	Bel	Pls	Bel	Pls	Bel	Pls	
Реальні ваги	0.45		0.25		0.10		0.20		
МПП D^1	0.376	0.531	0.188	0.343	0.094	0.249	0.188	0.343	0.155
МПП D^2	0.390	0.545	0.195	0.350	0.065	0.220	0.195	0.350	0.155
МПП D^3	0.395	0.670	0.198	0.473	0.066	0.341	0.066	0.341	0.275
МПП D^4	0.363	0.637	0.181	0.456	0.091	0.366	0.091	0.366	0.275

За результатами табл.3.6 зроблено такі висновки.

1. Реальні ваги $w^{real} = (0.45, 0.25, 0.10, 0.20)$ (див. п.3.1.1) містяться в усіх розраховних відповідних інтервалах: $w_i^{real} \in [Bel_i(D^j), Pls_i(D^j)]$, $i = 1, \dots, 4$, $j = 1, \dots, 4$.

2. Реальна вага w_3^{real} альтернативи a_3 практично дорівнює значенню довіри $Bel_3(D^1)$, обчисленої на основі МПП D^1 (лівому кінцю довірчого інтервала). Також

для альтернативи a_4 значення w_4^{real} практично дорівнює значенню довіри $Bel_4(D^2)$, обчисленої на основі МПП D^2 . Аналогічно для альтернативи a_3 значення w_3^{real} практично дорівнює значенню довіри $Bel_3(D^4)$, обчисленої на основі МПП D^4 .

Тому отримані в табл. 3.5 значення невизначеності m_Θ є для цього прикладу обґрунтованими.

3. Значення показника невизначеності m_Θ для МПП D^3 і D^4 перевищують значення m_Θ для МПП D^1 і D^2 , оскільки окрім невизначеності, яку вносить шкала Сааті, в МПП D^3 і D^4 присутня також невизначеність спричинена песимізмом або оптимізмом експертів.

Приклад 3.3. Конфлікт має місце, наприклад, для $w^{real} = (0.42, 0.28, 0.10, 0.20)$. В цьому випадку найближча до відношення $w_2^{real} / w_4^{real} = 1.4$ поділка шкали Сааті дорівнює одиниці, $d_{24} = 1$ і, відповідно $d_{42} = 1$ (назвемо це першим варіантом приведення до шкали). Якщо розглядати обернено симетричне відношення $w_4^{real} / w_2^{real} = 0.7$, то найближча до нього поділка шкали дорівнює $1/2$, тому $d_{42} = 1/2$, $d_{24} = 2$ (другий варіант приведення до шкали).

Досліджуючи середні за усіма експериментами значення норми (3.5) для першого і другого варіантів приведення відношень v_i^{real} / v_j^{real} до шкали Сааті, приходимо до висновку, що менші помилки в обчислених вагах мають місце при другому варіанті. Цей другий варіант побудови МПП $D^*(I)$ використовується в роботі у разі виникнення конфлікту.

Приклад 3.4. Розглянемо задачу з відомими реальними вагами чотирьох альтернатив $w^{real} = (0.45, 0.25, 0.10, 0.20)$, наведену в прикладі 3.1, і незміщену МПП D^* (3.10), яка відповідає оцінкам цих альтернатив, наданих експертом-реалістом в шкалі Сааті:

$$D^* = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 1/2 & 1 & 3 & 1 \\ 1/5 & 1/3 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Нехай $k_1 = k_{11} \cdot \hat{p}_1$. З табл.3.2 і табл.3.5 (а) отримано параметри задачі, вони дорівнюють $\hat{p}_1 = 0.046$ і $k_{11} = 2.845$. Відношення узгодженості МПП D^* (3.10) дорівнює $CR=0.006$ і значно менше порогового значення $CR^{porog} = 0.08$, тому МПП D^* має малий рівень неузгодженості. Використовуючи пропонований метод, обчислимо значення довір і правдоподібностей для ваг альтернатив a_i (табл.3.7).

Таблиця 3.7. Значення лівого і правого кінців довірчих інтервалів для локальних ваг альтернатив a_i , $i = 1, \dots, 4$ з прикладу 3.4

Альтернативи	a_1	a_2	a_3	a_4
$Bel_i(D^*)$	0.401	0.211	0.081	0.190
$Pls_i(D^*)$	0.517	0.327	0.198	0.307

Довірчі інтервали $[Bel_i(D^*), Pls_i(D^*)]$, наведені в табл.3.7, містять реальні ваги w^{real} і є вузькими порівняно з інтервалами для МПП D^1 і D^2 , що отримані в прикладі 3.2 і представлені в табл.3.6. Значення показника невизначеності експертних оцінок в даному прикладі дорівнює $m_{\Theta} = 0.116$ і є меншим порівняно із значенням 0.155, отриманим в прикладі 3.2. Це є наслідком більш точного визначення параметру k_1 за формулою (3.8) та відмови від властивості повної узгодженості експертної МПП D^* (3.10) порівняно із МПП D^1 і D^2 .

3.1.8 Висновки за п.3.1

Розглянуто задачу обчислення локальних ваг альтернатив рішень на основі експертних оцінок парних порівнянь альтернатив в шкалі Сааті. Припускається, що ці судження тільки деякою мірою відображають реальні відношення ваг альтернатив і містять невизначеність, незалежно від рівня їх узгодженості. Зроблено спробу змоделювати судження експерта-реаліста, невизначеність якого обумовлена тільки шкалою Сааті, а також експертів-песиміста і оптиміста, в

судженнях яких присутня додаткова невизначеність, обумовлена цими особистими якостями експерта. Комп'ютерне моделювання дозволило отримати кількісні оцінки невизначеності суджень експертів-реаліста, песиміста і оптиміста в задачі обчислення ваг методом головного власного вектору в шкалі Сааті. Запропоновано загальний показник невизначеності експертних оцінок даної задачі обчислення ваг, обумовленої вказаними вище факторами невизначеності.

Використовуючи апарат теорії довіри Демпстера-Шеффера, запропоновано оригінальний метод обчислення довірчих інтервалів для локальних ваг альтернатив. Параметри цього метода визначаються за результатами комп'ютерного моделювання, виходячи з умови, щоб не менш ніж у 90% експериментів всі координати відомого у процесі моделювання вектору ваг містилися у розрахованих довірчих інтервалах. Результати моделювання показують, що пропоновані довірчі інтервали більш достовірно відображають реальні ваги порівняно з точковими вагами, які отримуються відомим MAI, а також нечіткими вагами за методом нечіткої геометричної середньої.

Практичне використання розробленого методу розрахунку довірчих інтервалів потребує знання якостей експерта: реаліст, песиміст або оптиміст. Пропонується базова ієрархічна модель оцінювання вказаних якостей експерта, елементи якої – методи оцінювання якостей експерта. Використовуючи метод аналізу ієрархій, проводиться оцінювання конкретного експерта за елементами цієї моделі і вибирається якість, яка має найбільшу агреговану вагу.

3.2 Удосконалений метод розрахунку нечітких локальних ваг на основі нечіткої матриці парних порівнянь

3.2.1 Постановка задачі

Незважаючи на свою популярність, метод парних порівнянь піддається критиці через обмежені властивості обробки невизначеності та неточності, пов'язаної з відображенням суджень експерта у вигляді чітких чисел. В багатьох випадках модель відношення переваги, якою користується експерт, невизначена і

досить складно отримати чітке числове вираження порівняльних суджень експерта. В умовах невизначеності різної природи людині-експерту часто зручніше надавати оцінки в інтервальному та нечіткому вигляді [16, 18, 19, 75, 76, 419]. Невизначеність під час надання переваги тому чи іншому елементу може бути спричинена такими факторами як неповнота інформації чи знань, а також властива задачі складність. Представлення суджень людини-експерта у вигляді нечітких множин – це природний шлях врахування їх невизначеності [71]. Тому постає задача розробки нечіткого методу парних порівнянь, в якому ваги розраховуються на основі експертних оцінок, представлених НМПП. Використовується означення НМПП, наведене вище в п.2.3.1.

Постановка задачі багатокритеріального оцінювання альтернатив рішень на основі НМПП, яка розглядається в даній роботі, є розширенням відповідної постановки, наведеної в [35*] і формулюється наступним чином.

Дано: $A = \{A_i \mid i = \overline{1, N}\}$ – множина альтернативних варіантів рішень;
 $C = \{C_k \mid k = \overline{1, K}\}$ – множина критеріїв; $A^{неч} = \{(A_k^{неч}) \mid k = \overline{1, K}\}$ – множина НМПП альтернатив відносно критеріїв, де $A_k^{неч} = \{(a_{ijk}^{неч}) \mid i, j = \overline{1, N}, k = \overline{1, K}\}$ – НМПП, в якій $a_{ijk}^{неч} = (x, \mu_{ijk}(x))$ – нормальна нечітка множина і відображає результат парного порівняння альтернатив A_i та A_j відносно критерію C_k , $k = \overline{1, K}$, $x \in \mathfrak{R}$.

Необхідно:

- знайти нечіткий нормований вектор агрегованих ваг $w^{глоб} = \{w_i^{глоб} \mid i = \overline{1, N}\}$ альтернатив, який відображає переваги на множині НМПП;
- знайти ранжування нечітких глобальних ваг $w_i^{глоб}$;
- оцінити і підвищити узгодженість нечітких експертних оцінок, представлених НМПП, а також оцінити рівень допустимості неузгодженості НМПП для розрахунку вектора локальних ваг.

Розширення даної постановки задачі в порівнянні з [35*] полягає у включенні підзадач підвищення узгодженості НМПП, оцінювання рівня допустимості неузгодженості НМПП для розрахунку вектора локальних ваг і розрахунку

нормованих нечітких локальних ваг. Використовуючи підхід, наведений в [35*], задачу обробки нечітких експертних оцінок в даній роботі представлено у вигляді складної багаторівневої системної задачі, яка містить підзадачі: *знаходження нечітких нормованих локальних ваг* на основі НМПП $A^{неч} = \left\{ \left(a_{ij}^{неч} \right) \mid i, j = \overline{1, N} \right\}$; *оцінювання і підвищення узгодженості* НМПП $A^{неч} = \left\{ \left(a_{ij}^{неч} \right) \mid i, j = \overline{1, N} \right\}$ та *оцінювання рівня допустимості неузгодженості* $A^{неч}$ для розрахунку вектора локальних ваг; *агрегування локальних ваг*, в якій дано $W = \{w_{ik} \mid i = \overline{1, N}, k = \overline{1, K}\}$ – матриця нечітких локальних ваг альтернатив відносно критеріїв; $w^{crit} = \{w_k^{crit} \mid k = \overline{1, K}\}$ – вектор нечітких ваг критеріїв і потрібно знайти $w^{глоб} = \{w_i^{глоб} \mid i = \overline{1, N}\}$ – вектор нечітких агрегованих ваг альтернатив; та *задача пошуку ранжування глобальних ваг* $w^{глоб} = \{w_i^{глоб} \mid i = \overline{1, N}\}$.

3.2.2 Опис удосконаленого методу розрахунку нечітких локальних ваг

На рис.3.3 показана структурна схема пропонованого удосконалення методу розрахунку нормованих нечітких локальних ваг на основі НМПП. За основу взято модель GPM розрахунку нормованих нечітких локальних ваг [391, 395], яка за результатами проведеного аналізу (див. п.5.5) є більш ефективною в порівнянні з іншими відомими моделями.

Пропонований в роботі метод, на відміну від моделі GPM, містить етапи оцінювання допустимості неузгодженості НМПП для розрахунку ваг, підвищення узгодженості НМПП, врахування властивостей слабкого і сильного збереження порядку в НМПП та етап коригування НМПП з метою збереження цих бажаних властивостей. Ці додаткові етапи підвищують достовірність результатів, отриманих удосконаленим методом. У відомих варіантах моделі GPM ваги розраховуються на основі ІМПП [395] або НМПП з трикутними функціями приналежності [391]. В пропонованому методі використовується декомпозиційне представлення НМПП на множину ІМПП, що дозволяє працювати з НМПП з довільним виглядом функцій приналежності. Інтервальна апроксимація нечіткого

числа є зручною в багатьох випадках і широко використовується в літературі [16, 31, 76, 180, 220, 282, 283].



Рисунок 3.3. Структурна схема методу розрахунку нечітких локальних ваг на основі НМПП

Декомпозиційне представлення НМПП $A_k^{неч}$, $k = \overline{1, K}$ полягає в її розкладенні за множинами рівня $A_k(\alpha)$ [80*]:

$$A_k^{неч} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha A_k(\alpha), \quad k = \overline{1, K},$$

де $A_k(\alpha) = \{(a_{ijk}(\alpha)) \mid i, j = \overline{1, N}\}$ – матриця множин рівня α , $a_{ijk}(\alpha) = \{x : \mu_{ijk}(x) \geq \alpha\}$, $\alpha \in [0,1]$, $\mu_{ijk}(x)$ – функція приналежності нечіткій множині $a_{ijk}^{неч}$, $x \in \mathfrak{R}$.

Нехай елементи $a_{ijk}^{неч}$ НМПП $A_k^{неч}$, $k = \overline{1, K}$ – трикутні нечіткі числа $a_{ijk}^{неч} = (a_{ijk}^l, a_{ijk}^m, a_{ijk}^u)$, $a_{ijk}^l \leq a_{ijk}^m \leq a_{ijk}^u$. Тоді елементи $A_k(\alpha)$ множини рівня $\alpha \in [0,1]$

дорівнюють $a_{ijk}(\alpha) = [a_{ijk}^l + \alpha(a_{ijk}^m - a_{ijk}^l), a_{ijk}^u - \alpha(a_{ijk}^u - a_{ijk}^m)]$, $i, j = \overline{1, N}$. Елементи $a_{ijk}(\alpha)$ також можна представити у вигляді $a_{ijk}^{інтерв. \alpha} = [a_{ijk}^m - x1_{ijk}^\alpha, a_{ijk}^m + x2_{ijk}^\alpha]$, де $x1_{ijk}^\alpha = (1 - \alpha)(a_{ijk}^m - a_{ijk}^l)$, $x2_{ijk}^\alpha = (1 - \alpha)(a_{ijk}^u - a_{ijk}^m)$, $x1_{ijk}^\alpha \geq 0$, $x2_{ijk}^\alpha \geq 0$ – величини відхилень від значення a_{ijk}^m .

Використовуючи декомпозиційне представлення НМПП $A_k^{неч}$, $k = \overline{1, K}$ переходимо до розгляду множини ІМПП:

$$\{A_k(\alpha) | \alpha \in [0, 1]\},$$

$$\text{де } A_k(\alpha) = \{(a_{ijk}(\alpha)) | i, j = \overline{1, N}\}, \quad a_{ijk}(\alpha) = [a_{ijk}^m - x1_{ijk}^\alpha, a_{ijk}^m + x2_{ijk}^\alpha].$$

Задача розрахунку нормованих нечітких локальних ваг альтернатив відносно критерію C_k зводиться до задачі розрахунку множини нормованих інтервальних локальних ваг $\{w_k(\alpha) | \alpha \in [0, 1]\}$ альтернатив на основі множини ІМПП $\{A_k(\alpha) | \alpha \in [0, 1]\}$, $k = \overline{1, K}$, де $w_k(\alpha) = \{(w_{ik}(\alpha)) | i = \overline{1, N}\}$, $\alpha \in [0, 1]$. Подальші дії полягають в агрегуванні множини інтервальних ваг за рівнями $\alpha \in [0, 1]$ і отриманні локальних нечітких ваг. Агрегування проводиться за допомогою одного з методів синтезу [80*, 309*].

Під час розв'язання багатокритеріальних задач підтримки прийняття рішень часто використовуються нормовані ваги альтернатив за кожним з критеріїв. Тому пропонується метод містить етап нормування інтервальних ваг, обчислених на основі ІМПП. В задачах вибору найкращої альтернативи рішень, побудови рейтингів та інших задачах упорядкування альтернатив за їх важливістю потрібні спеціальні методи ранжування інтервальних ваг.

Методи ранжування і нормування інтервалів використовуються в розробленому методі також на етапах оцінювання узгодженості ІМПП та розрахунку інтервальних ваг.

3.2.3 Ранжування і нормування інтервальних ваг

Ранжування інтервальних ваг. Для ранжування інтервальних ваг, а також для узагальнення на нечіткий випадок означень слабкої узгодженості, слабого і сильного збереження порядку необхідно вибрати метод порівняння інтервальних і нечітких чисел – елементів ІМПП, НМПП, а також вектору ваг. Недолік відомих методів ранжування інтервалів, які ґрунтуються на порівнянні середин або кінців інтервалів, в тому, що у багатьох випадках можна отримати тільки часткове ранжування. Метод ступенів переваги [400, 402, 413, 414] простий в застосуванні, має бажані властивості, зокрема дозволяє отримати повне ранжування, і знайшов широке практичне застосування. В даній метод ступенів переваги використано в пропонуваніх означеннях слабкої узгодженості ІМПП та слабого і сильного збереження порядку на множині інтервальних ваг при визначенні відношень між інтервальними числами (див. п.3.2.4).

Нехай $a = [a^L, a^U]$ і $b = [b^L, b^U]$ – інтервальні числа, $0 \leq a^L \leq a^U \leq 1$, $0 \leq b^L \leq b^U \leq 1$. Ступінь переваги $a \succeq b$ обчислюється наступним чином [400, 414]:

$$p(a \succeq b) = \max(1 - \max(\frac{b^U - a^L}{(a^U - a^L) + (b^U - b^L)}, 0), 0) \quad (3.10)$$

і має наступні властивості:

- 1) $p(a \succeq b) \in [0, 1]$
- 2) $p(a \succeq b) + p(b \succeq a) = 1$, $p(a \succeq a) = 1/2$
- 3) $p(a \succeq b) = 1$ тоді і тільки тоді коли $a^L \geq b^U$
- 4) $p(a \succeq b) = 0$ тоді і тільки тоді коли $b^L \geq a^U$
- 5) $p(a \succeq b) \geq 0.5$ тоді і тільки тоді коли $a^L + a^U \geq b^L + b^U$
- 6) нехай a, b, c – інтервальні числа. Якщо $p(a \succeq b) \geq 0.5$ і $p(b \succeq c) \geq 0.5$, то $p(a \succeq c) \geq 0.5$ (властивість транзитивності).

Ступінь переваги $p(a \succeq b)$ можна розглядати як ступінь виконання нечіткого відношення переваги $a \succeq b$ одного інтервального числа над іншим. Під час

побудови ранжування використовують позначення $a \stackrel{p(a \succeq b)}{\succ} b$. Формулу розрахунку ступеня переваги (3.10) можна також записати в еквівалентному виді:

$$p(a \succeq b) = \frac{\max(a^U - b^L, 0) - \max(a^L - b^U, 0)}{(a^U - b^L) - (a^L - b^U)}$$

Метод ранжування інтервальних чисел на основі ступенів переваги складається з етапів:

1. Обчислити матрицю ступенів переваги $P = \{(p_{ij}) | i, j = 1, \dots, n\}$, де $p_{ij} = p(x_i \succeq x_j)$
2. Для кожного $i = 1, 2, \dots, n$ обчислити узагальнену величину переваги інтервального числа x_i :

$$p_i = \sum_{j=1}^n p_{ij} \text{ чи } p_i = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{j=1}^n p_{ij} + \frac{n}{2} - 1 \right) [402]).$$

3. Побудувати ранжування інтервальних чисел x_1, x_2, \dots, x_n відповідно до спадання величин p_i .

Нормування інтервальних ваг. Зазвичай для нормування інтервальних чисел застосовуються методи, засновані на інтервальній арифметиці. Наприклад, кожне число ділиться на суму усіх інтервальних чисел, використовуючи розширені бінарні операції. Інший метод полягає в нормуванні середин інтервалів. При виборі методу нормування слід враховувати, що використання під час нормування розширених бінарних операцій часто призводить до широких результуючих інтервалів і тому не завжди виправдано на практиці. У даній роботі використовується новий метод [396] нормування векторів інтервальних і нечітких величин, який базується на понятті досяжності кінців інтервалів в множині нормованих векторів.

Нехай $w = \{(w_i = [w_i^L, w_i^U]) | i = 1, \dots, n\}$ – вектор інтервальних ваг, де $0 \leq w_i^L \leq w_i^U$ і

$N = \{X = (x_1, \dots, x_n) | w_i^L \leq x_i \leq w_i^U, i = 1, \dots, n, \sum_{i=1}^n x_i = 1\}$ – множина нормованих векторів.

Вектор інтервальних ваг $w = \{(w_i = [w_i^L, w_i^U]) | i = 1, \dots, n\}$, $0 \leq w_i^L \leq w_i^U$ називається *нормованим*, якщо він задовольняє наступним умовам:

- 1) $\exists X = (x_1, \dots, x_n) \in N$,
- 2) w_i^L і w_i^U досяжні в N для всіх $i = 1, \dots, n$.

Перша умова свідчить про те, що множина N непорожня. Вона задовольняється тоді і тільки тоді коли $\sum_{i=1}^n w_i^L \leq 1$ і $\sum_{i=1}^n w_i^U \geq 1$. Відповідно до другої умови кожен з кінців інтервалів w_i^L і w_i^U , $i = 1, \dots, n$ досяжний принаймні для одного вектору з N .

Твердження 3.3. Вектор інтервальних ваг $w = \{(w_i = [w_i^L, w_i^U]) | i = 1, \dots, n\}$, $0 \leq w_i^L \leq w_i^U$ нормований згідно з останнім означенням тоді і тільки тоді коли [396]:

$$\sum_{i=1}^n w_i^L + \max_j (w_j^U - w_j^L) \leq 1, \quad \sum_{i=1}^n w_i^U - \max_j (w_j^U - w_j^L) \geq 1.$$

3.2.4 Узгодженість ІМПП та слабе і сильне збереження порядку

Розглянемо ІМПП

$$A = \{(a_{ij}) | a_{ij} = [l_{ij}; u_{ij}], i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n\}, \quad (3.11)$$

де $u_{ij} \geq m_{ij} \geq l_{ij} > 0$, $l_{ij} = \frac{1}{u_{ji}}$, $u_{ij} = \frac{1}{l_{ji}}$ при $i \neq j$ і $a_{ii} = l_{ii} = u_{ii} = 1$.

У загальному випадку ІМПП (3.11), побудована на основі експертних оцінок, неузгоджена. Множина експертних оцінок може містити викиди та бути нетранзитивною, що призводить до значної неузгодженості ІМПП. Найкращий варіант коригування ІМПП в задачах, коли експерт є єдиним джерелом знань – це повернення окремих оцінок експертові для перегляду. Коли зворотний зв'язок з експертом з певних причин неможливий, з метою підвищення узгодженості пропонується автоматична зміна елементів ІМПП без участі експерта.

В даному розділі виконано узагальнення наведених в розділі 2 означень слабкої узгодженості МПП та циклу в МПП на випадок ІМПП. Для знаходження

циклів в ІМПП в роботі додатково досліджуються властивості слабкого і сильного збереження порядку на множині розрахованих ваг альтернатив рішень.

ІМПП A (3.11) назвемо *слабко або порядково узгодженою*, якщо для її елементів виконуються порядкові транзитивності:

$$(a_{ij} > 1) \wedge (a_{jk} > 1) \Rightarrow (a_{ik} > 1), (a_{ij} = 1) \wedge (a_{jk} > 1) \Rightarrow (a_{ik} > 1),$$

$$(a_{ki} > 1) \wedge (a_{ij} = 1) \Rightarrow (a_{kj} > 1),$$

де відношення переваги визначається наведеним вище методом ступенів переваги.

ІМПП A (3.11) назвемо *слабко неузгодженою*, якщо в ній існує принаймні один цикл, який визначається трійкою індексів (i, j, k) , таких що:

$$(a_{ij} > 1) \wedge (a_{jk} > 1) \wedge (a_{ik} < 1) \text{ або } (a_{ij} = 1) \wedge (a_{jk} > 1) \wedge (a_{ik} \leq 1), \text{ або}$$

$$(a_{ki} > 1) \wedge (a_{ij} = 1) \wedge (a_{kj} \leq 1), \text{ або } (a_{ij} = 1) \wedge (a_{jk} = 1) \wedge (a_{ik} \neq 1),$$

де відношення переваги визначається наведеним вище методом ступенів переваги.

Цикл в ІМПП свідчить про порушення порядкової транзитивності на множині порівнюваних альтернатив рішень і може бути результатом випадкової помилки експерта при виконанні парних порівнянь альтернатив. У більшості випадків ІМПП з циклом має високий рівень неузгодженості і не може застосовуватися для обчислення ваг.

Метод оцінювання і підвищення узгодженості ІМПП A (3.11), що пропонується, складається з етапів:

$$1. \text{ Якщо допустима область } W = \left\{ w = (w_1, \dots, w_n) \left| l_{ij} \leq \frac{w_i}{w_j} \leq u_{ij}, \sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i > 0 \right. \right\}$$

непорожня, то A – це *узгоджена* ІМПП. Вихід.

2. В іншому випадку, якщо ІМПП – *слабко узгоджена*, то перевірити допустимість неузгодженості ІМПП.

ІМПП A – *допустимо неузгоджена*, якщо допустимо неузгоджена відповідна їй дефазифікована МПП:

$$D = \{(d_{ij})\} \in R_{n \times n}^+,$$

де $d_{ij} = Defuz(a_{ij})$, якщо $a_{ij} \geq 1$ і $d_{ij} = 1/d_{ji}$ в іншому випадку.

Якщо ІМПП A допустимо неузгоджена, тоді вихід. В іншому випадку:

- 2.1. Виконати коригування слабко узгодженої ІМПП без участі експерта.
- 2.2. Розрахувати показники ефективності коригування. Якщо коригування ефективне, тоді вихід, інакше перейти на крок 3.1.
3. В іншому випадку, якщо в ІМПП A присутній *цикл*, то:
 - 3.1. Знайти найбільш неузгоджений елемент у дефазифікованій МПП D методами Transitive або MOutflow.
 - 3.2. Виконати коригування найбільш неузгодженого елемента дефазифікованої МПП D в напрямку підвищення її узгодженості.
4. Перейти на крок 1.

Властивості слабкого і сильного збереження порядку для чітких МПП введено в [35*]. В даній роботі виконано узагальнення означень цих властивостей для випадку ІМПП.

Порядок в ІМПП A (3.11) зберігається слабо (перевага за елементами), якщо

$$(a_{ij} > 1) \Rightarrow (w_i \geq w_j),$$

де w_i, w_j – інтервальні ваги; відношення переваги одного інтервального числа над іншим визначається наведеним вище методом ступенів переваги.

Слід зазначити, що означення слабкого збереження порядку $(d_{ij} \geq 1) \Rightarrow (w_i \geq w_j)$ досить жорстке, оскільки умова $\exists d_{ij} = 1$ спричиняє за собою виконання умови $w_i \geq w_j$, а внаслідок властивості оберненої симетричності $d_{ji} = 1$ також і виконання умови $w_j \geq w_i$. Тому призводить до вимоги рівності результуючих ваг $w_i = w_j$, що не завжди виправдано на практиці.

Порядок в ІМПП A (3.11) зберігається сильно (перевага за рядками), якщо

$$\text{з умов } \forall k = \overline{1, n} \ a_{ik} \geq a_{jk} \text{ і } \exists q = \overline{1, n} \ a_{iq} > a_{jq} \text{ витікає, що } w_i \geq w_j,$$

де w_i, w_j – інтервальні ваги; відношення переваги одного інтервального числа над іншим визначається наведеним вище методом ступенів переваги.

Нижче в роботі показано, що властивість слабого збереження порядку дозволяє знайти елементи, які призводять до циклу і, відповідно, до неузгодженості в ІМПП. Коригування цих елементів виключає порушення порядку в результуючих інтервальних вагах і тому підвищує достовірність отриманих результатів.

3.2.5 Висновки за п.3.2

Удосконалено метод GPM [391, 395] розрахунку нечітких локальних ваг на основі НМПП. Удосконалення полягає у додаванні етапів оцінювання і підвищення узгодженості НМПП, а також знаходження і коригування елементів НМПП, на яких порушуються бажані властивості сильного і слабого збереження порядку на множині розрахованих ваг. Метод використовує декомпозиційне представлення НМПП на множини ІМПП, що дозволяє працювати з функціями приналежності будь-якого вигляду. Висунуто гіпотезу, що властивість слабого збереження порядку порушується на елементах, які призводять до циклу в ІМПП. Пошук і коригування цих елементів дозволять виключити порушення порядку в результуючих нечітких вагах і тому підвищить достовірність отриманих результатів. Використовуючи пропонований метод оцінювання і підвищення узгодженості, стає можливим оцінити допустимість неузгодженості НМПП для розрахунку ваг на її основі, а також виконати підвищення узгодженості НМПП, залежно від властивостей цієї матриці.

3.3 Методи оцінювання стійкості ранжувань на основі експертних оцінок парних порівнянь

3.3.1 Постановка задачі і основні означення

Нехай $D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ – МПП, побудована на основі експертних оцінок парних порівнянь альтернатив рішень a_1, a_2, \dots, a_n відносно спільної для них характеристики (в подальшому – критерію рішень). На основі цієї МПП розраховуються локальні ваги v_1, v_2, \dots, v_n альтернатив рішень. Будується локальне ранжування альтернатив у порядку спадання цих ваг, в якому найкращій альтернативі відповідає найбільша вага.

Для дослідження достовірності отриманого за допомогою методу парних порівнянь розв'язку доцільно визначити залежність між результатами методу та ступенем неточності початкових даних — експертних оцінок [36, 44, 51, 79, 93 – 95, 336, 338]. У праці [122] введено поняття інтервалу стійкості (stability interval) оцінки експерта, у межах якого може змінюватися ця оцінка так, щоб неузгодженість всієї множини оцінок залишалася допустимою. У даній роботі запропоновано удосконалення і розширення методу, наведеного у праці [122], через уведення інтервалів стійкості, які зберігають ранжування альтернатив.

Необхідно дослідити наскільки локальне ранжування альтернатив є стійким до зміни оцінок експертів – елементів МПП, зокрема: 1) чи залишається незмінною найкраща альтернатива рішень, 2) чи залишається незмінним усе ранжування альтернатив. Введено наступні означення інтервалів стійкості експертних оцінок парних порівнянь.

Інтервалом стійкості експертних оцінок парних порівнянь щодо збереження ранжування альтернатив (RSInt) назвемо діапазон, в межах якого може змінюватися оцінка експерта так, щоб локальне ранжування альтернатив залишалось незмінним.

Інтервалом стійкості (SInt) експертних оцінок парних порівнянь назвемо інтервал, який є перетином інтервалів RSInt та CSInt:

$$SInt = RSInt \cap CSInt ,$$

де $CSInt$ – інтервал стійкості експертних оцінок парних порівнянь щодо збереження узгодженості [122] – діапазон, в межах якого може змінюватися оцінка експерта так, щоб рівень неузгодженості всієї множини оцінок залишався допустимим.

Позначимо $(\underline{d}_{ij}, \overline{d}_{ij})$ – інтервал стійкості $RSInt$ для оцінки d_{ij} . Без втрати загальності будемо вважати, що альтернативи перенумеровані в порядку спадання важливості, тобто ранжування альтернатив має вигляд

$$a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_n ,$$

де a_1 і a_n – найкраща і найгірша альтернативи рішень, відповідно. В термінах ваг це означає, що $v_i > v_j$ для $i < j$.

3.3.2 Розрахунок інтервалів стійкості локального ранжування альтернатив

Знайдено формули для розрахунку інтервалів стійкості експертних оцінок щодо збереження ранжування, коли оцінки формалізуються мультиплікативною МПП і для розрахунку ваг використовується метод RGMM.

Випадок незмінної найкращої альтернативи. Спочатку розглянемо випадок, коли при зміні елементу МПП найкраща альтернатива a_1 залишається незмінною. Нехай елемент d_{1j} МПП, $j \neq 1$ змінюється в інтервалі $(\underline{d}_{1j}, \overline{d}_{1j})$. Тоді, згідно з методом RGMM, змінюються ваги альтернатив a_1 і a_j . Ці нові ваги змінюються в інтервалах, позначимо їх $v'_1 = (\underline{v}_1, \overline{v}_1)$, $v'_j = (\underline{v}_j, \overline{v}_j)$, де

$$\underline{v}_1 = \left(\frac{d_{1j}}{d_{1j}}\right)^{1/n} \cdot v_1 \text{ і } \overline{v}_1 = \left(\frac{\overline{d}_{1j}}{d_{1j}}\right)^{1/n} \cdot v_1, \quad (3.14)$$

$$\underline{v}_j = \left(\frac{d_{j1}}{d_{j1}}\right)^{1/n} \cdot v_j = \left(\frac{d_{1j}}{d_{1j}}\right)^{1/n} \cdot v_j \text{ і } \overline{v}_j = \left(\frac{\overline{d}_{j1}}{d_{j1}}\right)^{1/n} \cdot v_j = \left(\frac{\overline{d}_{1j}}{d_{1j}}\right)^{1/n} \cdot v_j. \quad (3.15)$$

Шукаємо інтервал $(\underline{d}_{1j}, \overline{d}_{1j})$, такий що найкраща альтернатива не змінюється, тобто $v'_1 > v'_j$, $j \neq 1$ і $v'_1 > v'_k$, $k \neq j \neq 1$. Це еквівалентно виконанню двох умов:

$$\underline{v}_1 > \overline{v}_j \text{ і } \underline{v}_1 > v_k, \quad (3.16)$$

де $k \neq j \neq 1$. Після перетворень отримаємо обмеження для лівого кінця інтервалу стійкості $RSInt$:

$$\underline{d}_{1j} > d_{1j} \cdot \left(\frac{v_j}{v_1}\right)^{n/2} \text{ і } \underline{d}_{1j} > d_{1j} \cdot \left(\frac{v_k}{v_1}\right)^n \quad (3.17)$$

$$\text{або } \underline{d}_{1j} > d_{1j} \cdot \left(\frac{\prod_{l=1}^n d_{jl}}{\prod_{l=1}^n d_{1l}} \right)^{1/2} \text{ і } \underline{d}_{1j} > d_{1j} \cdot \frac{\prod_{l=1}^n d_{kl}}{\prod_{l=1}^n d_{1l}}, \text{ де } k \neq j \neq 1.$$

На правий кінець інтервалу стійкості не встановлено обмежень, тому покладемо його рівним найбільшому допустимому значенню, а саме, найбільшому значенню шкали Сааті, яку експерт використовує при виконанні оцінювання: $\overline{d}_{1j} = 9$. Порівнюючи праві частини нерівностей (3.17), сформулюємо наступне твердження 3.5.

Твердження 3.5. Інтервал стійкості $(\underline{d}_{1j}, \overline{d}_{1j}]$ для оцінки експерта d_{1j} , $j \neq 1$, за якого не змінюється найкраща альтернатива a_1 в ранжуванні альтернатив $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_n$, коли для розрахунку локальних ваг v_j використовується метод RGMM, розраховується за формулами:

$$\underline{d}_{1j} = \max(L_j^1, L_j^2), \quad \overline{d}_{1j} = 9,$$

$$\text{де } L_j^1 = d_{1j} \cdot \left(\frac{v_j}{v_1}\right)^{n/2}, \quad L_j^2 = \max_{k \neq j \neq 1} (d_{1j} \cdot \left(\frac{v_k}{v_1}\right)^n).$$

Розглянемо випадок зміни будь-якого елементу d_{kj} МПП, якщо $k \neq j \neq 1$. Будемо шукати інтервал стійкості $(\underline{d}_{kj}, \overline{d}_{kj})$ для елементу d_{kj} . Згідно з методом RGMM, при зміні d_{kj} змінюються ваги альтернатив a_k і a_j . Позначимо ці нові ваги $v'_k = (\underline{v}_k, \overline{v}_k)$, $v'_j = (\underline{v}_j, \overline{v}_j)$ і розрахуємо їх ліві і праві кінці за RGMM:

$$\underline{v_k} = \left(\frac{d_{kj}}{d_{kj}}\right)^{1/n} \cdot v_k \text{ і } \overline{v_k} = \left(\frac{\overline{d_{kj}}}{d_{kj}}\right)^{1/n} \cdot v_k, \quad (3.18)$$

$$\underline{v_j} = \left(\frac{d_{jk}}{d_{jk}}\right)^{1/n} \cdot v_j = \left(\frac{d_{kj}}{d_{kj}}\right)^{1/n} \cdot v_j \text{ і } \overline{v_j} = \left(\frac{\overline{d_{jk}}}{d_{jk}}\right)^{1/n} \cdot v_j = \left(\frac{d_{kj}}{d_{kj}}\right)^{1/n} \cdot v_j. \quad (3.19)$$

Найкраща альтернатива не змінюється, якщо виконуються нерівності $v'_1 > v'_j$, $j \neq 1$ і $v'_1 > v'_k$, $k \neq j \neq 1$. Це еквівалентно виконанню умов:

$$v_1 > \overline{v_j}, \quad v_1 > \overline{v_k}, \quad (3.20)$$

де $k \neq j \neq 1$. Після перетворень отримаємо наступні обмеження для лівого і правого кінців інтервалу стійкості $RSInt$:

$$\underline{d_{kj}} > d_{kj} \cdot \left(\frac{v_j}{v_1}\right)^n \text{ і } \overline{d_{kj}} < d_{kj} \cdot \left(\frac{v_1}{v_k}\right)^n$$

$$\text{або } \underline{d_{kj}} > d_{kj} \cdot \prod_{l=1}^n d_{jl} / \prod_{l=1}^n d_{1l} \text{ і } \overline{d_{kj}} < d_{kj} \cdot \prod_{l=1}^n d_{1l} / \prod_{l=1}^n d_{kl}, \text{ де } k \neq j \neq 1.$$

Твердження 3.6. Інтервал стійкості $(\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$ для оцінки експерта d_{kj} , $k \neq j \neq 1$, за якого не змінюється найкраща альтернатива a_1 в ранжуванні $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_n$, коли для розрахунку локальних ваг v_j використовується метод RGMM:

$$\underline{d_{kj}} = d_{kj} \cdot \left(\frac{v_j}{v_1}\right)^n, \quad \overline{d_{kj}} = d_{kj} \cdot \left(\frac{v_1}{v_k}\right)^n.$$

Випадок незмінного ранжування альтернатив. Розглянемо випадок, коли при зміні елементу МПП залишається незмінним все ранжування $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_n$ альтернатив рішень. Розглянемо зміну елементу d_{kj} МПП, $k \neq j \neq 1$ в інтервалі $(\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$. Для того, щоб не змінилося все ранжування, необхідно крім вимог $v'_1 > v'_j$, $j \neq 1$ і $v'_1 > v'_k$, $k \neq j \neq 1$, які розглядалися вище, накласти додаткову вимогу:

$$v'_j > v'_k \text{ при } j < k$$

$$v'_k > v'_j \text{ при } k < j$$

де $k \neq j \neq 1$. Ці нерівності еквівалентні наступним:

$$\underline{v_j} > v_k \text{ при } j < k$$

$$v_k > \overline{v_j} \text{ при } k < j$$

або, з використанням (3.18), (3.19):

$$\overline{d_{kj}} < d_{kj} \cdot \left(\frac{v_j}{v_k}\right)^{n/2} \text{ при } j < k$$

$$\underline{d_{kj}} > d_{kj} \cdot \left(\frac{v_j}{v_k}\right)^{n/2} \text{ при } k < j$$

Враховуючи вимоги $v'_1 > v'_j$, $j \neq 1$ і $v'_1 > v'_k$, $k \neq j \neq 1$, сформулюємо твердження 3.7 для розрахунку інтервалів стійкості $RSInt$.

Твердження 3.7. Інтервал стійкості $(\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$ для оцінки експерта d_{kj} , $k < j$, за якого ранжування альтернатив $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_n$ залишається незмінним, коли для розрахунку локальних ваг v_j використовується метод RGMM:

$$\underline{d_{kj}} = d_{kj} \cdot \left(\frac{v_j}{v_k}\right)^{n/2}, \text{ якщо } k+1 = j;$$

$$\underline{d_{kj}} = \max(L_{kj}^1, L_{kj}^2), \text{ де } L_{kj}^1 = d_{kj} \cdot \left(\frac{v_{k+1}}{v_k}\right)^n \text{ і } L_{kj}^2 = d_{kj} \cdot \left(\frac{v_j}{v_{j-1}}\right)^n, \text{ якщо } k+1 \neq j;$$

$$\overline{d_{kj}} = \min(U_{kj}^1, U_{kj}^2), \text{ де } U_{kj}^1 = d_{kj} \cdot \left(\frac{v_j}{v_{j+1}}\right)^n, \text{ якщо } j < n, \text{ } U_{kj}^2 = d_{kj} \cdot \left(\frac{v_{k-1}}{v_k}\right)^n.$$

Індекс стійкості локального ранжування $RSInd$ для елемента d_{kj} МПП D визначимо наступним чином:

$$I_{kj} = \min((\underline{d_{kj}})^{-1}, \overline{d_{kj}}),$$

де $(\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$ – інтервал стійкості $RSInt$ для елемента d_{kj} .

На основі індексів стійкості визначаються експертні оцінки парних порівнянь, найбільш чутливі до зміни локального ранжування альтернатив.

3.3.3 Метод оцінювання стійкості локального ранжування

Нехай $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_n$ – ранжування альтернатив рішень на основі вектора локальних ваг цих альтернатив.

Метод оцінювання стійкості локального ранжування складається з етапів:

1. Знайти інтервали стійкості $RSInt_{1j} = (\underline{d_{1j}}, \overline{d_{1j}}]$, $j \neq 1$ та $RSInt_{kj} = (\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$, $k \neq j \neq 1$, які зберігають найкращу альтернативу, а також інтервали стійкості $RSInt_{kj}^{all\ rank} = (\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$, $k < j$, які зберігають все ранжування альтернатив.
2. Знайти інтервали стійкості $CSInt_{ij}(\Delta) = (\underline{\delta_{ij}(\Delta)}, \overline{\delta_{ij}(\Delta)})$, $\forall i, j$, за яких зберігається допустима неузгодженість МПП, де $\Delta = IY^{порог} - IY(D) > 0$, $IY^{порог} = IY^{порог}(n)$ – порогове значення індексу узгодженості (IY), $IY(D)$ – значення IY для МПП D .
3. Розрахувати інтервали стійкості $SInt_{ij} = RSInt_{ij} \cap CSInt_{ij} \quad \forall i, j$, за яких зберігається найкраща альтернатива та допустима неузгодженість МПП, а також інтервали стійкості $SInt_{ij}^{all\ rank} = RSInt_{ij}^{all\ rank} \cap CSInt_{ij} \quad \forall i, j$, за яких зберігається все ранжування та допустима неузгодженість МПП.
4. Шукані індекси стійкості $\delta_{ij} = \min((SInt_{ij})^{-1}, \overline{SInt_{ij}})$ і $\delta_{ij}^{all\ rank} = \min((SInt_{ij}^{all\ rank})^{-1}, \overline{SInt_{ij}^{all\ rank}})$, $\forall i, j$.

На основі знайдених індексів стійкості шукаються експертні оцінки парних порівнянь, які найбільшою мірою впливають на зміну локального ранжування альтернатив рішень та зміну рівня узгодженості множини оцінок.

Якщо локальні ваги розраховуються методом RGMM, інтервали стійкості $RSInt_{1j} = (\underline{d_{1j}}, \overline{d_{1j}}]$, $j \neq 1$, $RSInt_{kj} = (\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$, $k \neq j \neq 1$ та $RSInt_{kj}^{all\ rank} = (\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$, $k < j$ розраховуються за твердженнями 3.5, 3.6 і 3.7, відповідно. Інтервали

$CSInt_{ij} = (\underline{\delta_{ij}}, \overline{\delta_{ij}})$ стійкості експертних оцінок щодо збереження узгодженості розраховуються відповідно до [122].

3.3.4 Аналіз інтервалів стійкості на прикладах МПП різного рівня узгодженості

Приклад 3.5. Розглянуто декілька МПП, побудованих на основі експертних оцінок парних порівнянь за шкалою Сааті, для оцінювання узгодженості цих МПП використано показник GCI , а для розрахунку ваг на основі МПП – метод RGMM:

$D_1=$	1	2	4	8
	1/2	1	2	4
	1/4	1/2	1	2
	1/8	1/4	1/2	1

$D_2=$	1	2	4	3
	1/2	1	2	4
	1/4	1/2	1	2
	1/3	1/4	1/2	1

$D_3=$	1	2	4	8
	1/2	1	2	1
	1/4	1/2	1	2
	1/8	1	1/2	1

Для елементів кожної з цих МПП знайдено інтервали стійкості $RSInt$, $ACSIInt$ і $SInt$ та індекси стійкості $CSInd$. Показано, що індекс стійкості $CSInd$ дозволяє визначити найбільш чутливі за критерієм узгодженості елементи МПП.

Матриця парних порівнянь D_1 узгоджена ($GCI = 0$), а МПП D_2 і D_3 – неузгоджені, побудовані шляхом збурення елементів d_{14} і d_{24} МПП D_1 з дотриманням вимоги, щоб ці МПП були слабко узгодженими, а також допустимо неузгодженими за показником GCI (виконується $GCI < GCI^{\text{порог}}$). Значення параметру Δ при розрахунку інтервалів стійкості $ACSIInt$ задамо рівним $\Delta = GCI^{\text{порог}} - GCI(D)$, $\Delta > 0$. Інтервали для елементів МПП $D_1 - D_3$ наведено в табл. 3.8 – 3.13. Інтервали стійкості $RSInt$ описують межі, у яких зміни оцінок експерта не призводять до зміни найкращої альтернативи або всього ранжування альтернатив. Інтервали $ACSIInt$ – це межі, у яких можуть змінюватися оцінки експерта, щоб рівень неузгодженості всієї множини оцінок, що описується показником GCI , залишався допустимим. Більше значення показника GCI свідчить про більшу неузгодженість оцінок.

Таблиця 3.8. Інтервали стійкості $ACSI_{Int}$ і RSI_{Int} , приведені до шкали Сааті, для узгодженої МПП D_1 ($GCI=0$)

	$ACSI_{Int}$			RSI_{Int} (збереження найкращої альтернативи)			RSI_{Int} (збереження всього ранжування)		
	a_2	a_3	a_4	a_2	a_3	a_4	a_2	a_3	a_4
a_1	[1/2, 8]	[1, 9]	[2, 9]	[1, 9]	[1/3, 9]	[1, 9]	[1, 9]	[1/3, 9]	[1, 9]
a_2	-	[1/2, 8]	[1, 9]	-	[1/9, 9]	[1/9, 9]	-	[1, 9]	[1/3, 9]
a_3	-	-	[1/2, 8]	-	-	[1/9, 9]	-	-	[1, 9]

Таблиця 3.9. Інтервали стійкості SI_{Int} розв'язку, отриманого методом парних порівнянь RGMM для узгодженої МПП D_1

	SI_{Int} (збереження найкращої альтернативи)						SI_{Int} (збереження всього ранжування)			
	a_1	a_2	a_3	a_4			a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	-	[1, 8]	[1, 9]	[2, 9]		a_1	-	[1, 8]	[1, 9]	[2, 9]
a_2	-	-	[1/2, 8]	[1, 9]		a_2		-	[1, 8]	[1, 9]
a_3	-	-	-	[1/2, 8]		a_3		-	-	[1, 8]

Порівнюючи значення інтервалів (табл. 3.8, 3.10, 3.12) та індексів (табл.3.14) для різних МПП, приходимо до висновку, що більш неузгодженим МПП D_2 і D_3 відповідають більш вузькі інтервали стійкості $ACSI_{Int}$ та менші значення індексів стійкості CSI_{Ind} . Це означає, що для збереження допустимої неузгодженості елементам більш неузгоджених МПП D_2 і D_3 дозволяється змінюватися в менших інтервалах в порівнянні з елементами узгодженої МПП D_1 . Більш неузгодженим МПП в основному відповідають і більш вузькі інтервали RSI_{Int} (табл. 3.8, 3.10, 3.12).

Таблиця 3.10. Інтервали стійкості $ACSI_{Int}$ і RSI_{Int} , приведені до шкали Сааті, для МПП D_2 ($GCI=0.16$)

	$ACSI_{Int}$			RSI_{Int} (збереження найкращої альтернативи)			RSI_{Int} (збереження всього ранжування)		
	a_2	a_3	a_4	a_2	a_3	a_4	a_2	a_3	a_4
a_1	[1/2, 3]	[1, 7]	[2, 9]	[1, 9]	[1, 9]	[1, 9]	[1, 9]	[1, 9]	[1, 9]
a_2	-	[1, 5]	[1, 7]	-	[1/9, 9]	[1/9, 9]	-	[1, 9]	[1, 9]
a_3	-	-	[1/2, 3]	-	-	[1/9, 9]	-	-	[1, 9]

Таблиця 3.11. Інтервали стійкості SI_{Int} розв'язку методом парних порівнянь RGMM для МПП D_2

	SI_{Int} (збереження найкращої альтернативи)						SI_{Int} (збереження всього ранжування)			
	a_1	a_2	a_3	a_4			a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	-	[1, 3]	[1, 7]	[2, 9]		a_1	-	[1, 3]	[1, 7]	[2, 9]
a_2	-	-	[1, 5]	[1, 7]		a_2		-	[1, 5]	[1, 7]
a_3	-	-	-	[1/2, 3]		a_3		-	-	[1, 3]

Результуючі інтервали стійкості SI_{Int} , які є перетином відповідних інтервалів $ACSI_{Int}$ і RSI_{Int} , наведено в табл. 3.9, 3.11 і 3.13. Це інтервали, в яких можуть змінюватися елементи МПП так, щоб одночасно зберігалася і допустима неузгодженість всієї МПП, і найкраща альтернатива або все ранжування альтернатив. Найбільш широкі інтервали SI_{Int} має узгоджена МПП D_1 . Можна також стверджувати, що із збільшенням рівня неузгодженості ці інтервали стійкості в основному стають вузькими. Так, в узгодженій МПП D_1 елемент d_{13} може змінюватися в інтервалі [1, 9] і набувати значень з множини $\{1, 2, \dots, 9\}$ відповідно до шкали Сааті (табл.3.8). Ці зміни зберігають допустиму

неузгодженість МПП D_1 і не призводять до зміни найкращої альтернативи. У більш неузгодженій МПП D_2 , що отримана зміною елементів d_{14} і d_{41} МПП D_1 , елемент d_{13} може змінюватися в інтервалі $[1, 7]$ і набувати значень з множини $\{1, 2, \dots, 7\}$ відповідно до шкали Сааті (табл.3.11). У ще більш неузгодженій МПП D_3 інтервал для елемента d_{13} звузився до $[3, 6]$ (табл.3.12). Зокрема, у D_3 для збереження всього ранжування і допустимої неузгодженості елементи d_{23} і d_{34} можуть набувати лише одного значення, що дорівнює 2 (табл.3.12).

Таблиця 3.12. Інтервали стійкості $ACSI_{Int}$ і RSI_{Int} , приведені до шкали Сааті, для МПП D_3 ($GCI=0.32$)

	$ACSI_{Int}$			RSI_{Int} (збереження найкращої альтернативи)			RSI_{Int} (збереження всього ранжування)		
	a_2	a_3	a_4	a_2	a_3	a_4	a_2	a_3	a_4
a_1	[2, 9]	[3, 6]	[2, 9]	[1/3, 9]	[1/3, 9]	[1/3, 9]	[1/3, 7]	[2, 9]	[3, 9]
a_2	-	[1/2, 2]	[1, 9]	-	[1/9, 9]	[1/9, 9]	-	[2, 7]	[1/3, 9]
a_3	-	-	[1/2, 2]	-	-	[1/9, 9]	-	-	[2, 7]

Таблиця 3.13. Інтервали стійкості SI_{Int} розв'язку, отриманого методом парних порівнянь RGMM для МПП D_3

	SI_{Int} (збереження найкращої альтернативи)						SI_{Int} (збереження всього ранжування)			
	a_1	a_2	a_3	a_4			a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	-	[2, 9]	[3, 6]	[2, 9]		a_1	-	[2, 7]	[3, 6]	[3, 9]
a_2	-	-	[1/2, 2]	[1, 9]		a_2		-	2	[1, 9]
a_3	-	-	-	[1/2, 2]		a_3		-	-	2

Таблиця 3.14. Індеси стійкості $CSInd$ для елементів МПП $D_1 - D_3$

	D_1				D_2				D_3			
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	-	4.29	4.29	4.29	-	2.00	2.00	1.61	-	1.14	1.56	1.14
a_2	4.29	-	4.29	4.29	2.00	-	2.93	2.00	1.14	-	1.14	1.07
a_3	4.29	4.29	-	4.29	2.00	2.93	-	2.00	1.56	1.14	-	1.14
a_4	4.29	4.29	4.29	-	1.61	2.00	2.00	-	1.14	1.07	1.14	-

Розглядаючи значення індексу $CSInd$ для різних елементів МПП (табл. 3.14), можна стверджувати, що найменше значенням цього індексу відповідає *найбільш неузгодженому елементу* МПП. Так, у МПП D_2 найбільш неузгодженим за побудовою є елемент d_{14} , і цей елемент характеризується найменшим серед усіх інших елементів МПП D_2 значенням $CSInd$, що дорівнює 1.61. Аналогічно, найбільш неузгодженому елементу d_{24} МПП D_3 відповідає найменше значення $CSInd$, що дорівнює 1.07 (табл.3.14).

3.3.5 Удосконалений метод комплексного оцінювання чутливості результатів, отриманих МАІ

В [35*] розроблено метод комплексного оцінювання чутливості глобального ранжування, отриманого МАІ. В даній роботі пропонується удосконалення цього методу, яке полягає у включенні розроблених вище додаткових етапів розрахунку інтервалів стійкості експертних оцінок парних порівнянь, в межах яких зміни оцінок зберігають найкращу альтернативу, все ранжування альтернатив, а також допустиму неузгодженість множини оцінок.

Нехай H – ієрархія, яка має $p+1$ рівень. Кількість елементів L_k -го рівня позначимо N_{L_k} , $L_k \in [L_0; L_p]$. Позначимо $D_r^{L_k L_{k-1}}$ — МПП елементів L_k -го рівня

ієрархії відносно r -го елементу L_{k-1} -го рівня, $r \in [1; N_{L_{k-1}}]$; $\hat{w}_{lr}^{L_k L_{k-1}}$ — локальна вага l -го елементу L_k -го рівня відносно r -го елементу L_{k-1} -го рівня, $l \in [1; N_{L_k}]$, $r \in [1; N_{L_{k-1}}]$. Глобальні ваги елементів L_k -го рівня ієрархії позначимо $\hat{w}_l^{L_k}$, $l \in [1; N_{L_k}]$. Згідно із МАІ, вони обчислюються на основі локальних ваг $\hat{w}_{lr}^{L_k L_{k-1}}$ за принципом ієрархічної композиції. Глобальні ваги $\hat{w}^{L_p} = \{\hat{w}_i^{L_p} \mid i \in [1; N_{L_p}]\}$ альтернативних варіантів рішень — елементів останнього рівня є результатом роботи МАІ. Необхідно оцінити чутливість ранжування, отриманого на основі вектора рішення \hat{w}^{L_p} до неточностей та протиріч в елементах МПП $D_r^{L_k L_{k-1}}$.

Удосконалений метод комплексного оцінювання чутливості глобального ранжування альтернатив рішень складається з етапів:

- оцінити стійкість локальних ранжувань на основі векторів $\hat{w}_{lr}^{L_k L_{k-1}}$ до змін в елементах матриць $D_r^{L_k L_{k-1}}$, використовуючи метод, наведений в п.3.3.3;
- знайти експертні оцінки парних порівнянь, які найбільшою мірою впливають на зміну локального ранжування альтернатив рішень та зміну рівня узгодженості множини оцінок;
- оцінити чутливість глобального ранжування альтернатив рішень до зміни ваг елементів ієрархії;
- знайти чутливі та стійкі елементи L_k -го рівня ієрархії.

Для фіксованої МПП $D_r^{L_k L_{k-1}}$ експертною оцінкою парних порівнянь, яка найбільшою мірою впливає на зміну локального ранжування альтернатив рішень, є оцінка, яка має найменше значення індексу стійкості:

$$I_{ij} = \min((\underline{RInt}_{ij})^{-1}, \overline{RInt}_{ij}),$$

де \underline{RInt}_{ij} і \overline{RInt}_{ij} — кінці інтервалу стійкості $RSInt$, $i, j = 1, \dots, n$ (див. п.3.3.2).

Для фіксованої МПП $D_r^{L_k L_{k-1}}$ експертною оцінкою парних порівнянь, яка найбільшою мірою впливає на зміну рівня узгодженості множини оцінок, є оцінка, яка має найменше значення індексу стійкості:

$$I_{ij} = \min((\underline{CInt}_{ij})^{-1}, \overline{CInt}_{ij}),$$

де \underline{CInt}_{ij} і \overline{CInt}_{ij} – кінці інтервалу стійкості $CSInt$, $i, j = 1, \dots, n$ (див. п.3.3.2).

Індексом стійкості критерія c_l в ієрархічній моделі до зміни глобального ранжування альтернатив рішень називається

$$SensVal(c_l) = \min_{i < j} (|\delta_{i,j,l}|)$$

де $\delta_{i,j,l}$ – величина відносної зміни глобальної ваги елемента c_l , що призводить до зміни глобального ранжування між альтернативами a_i і a_j , $i, j = 1, \dots, n$, $l = 1, \dots, m$. Величини $\delta_{i,j,l}$ розраховуються відповідно до [35*, 80*].

Елементом L_k -го рівня ієрархії, який найбільшою мірою впливає на зміну глобального ранжування альтернатив рішень є той, що має найменше значення індексу стійкості $SensVal(c_l)$.

Індексом стійкості i -ї альтернативи відносно r -го елемента L_{p-1} -го рівня:

$$C_{ir}^a = \min_{\substack{j \in [1; N_{L_p}] \\ j \neq i}} \left\{ |\delta_{i,j,r}^a| \right\}.$$

Альтернативою, яка найбільшою мірою впливає на зміну глобального ранжування альтернатив рішень, є та, що має найменше значення індексу стійкості C_{ir}^a для всіх $i \in [1; N_{L_p}]$, $r \in [1; N_{L_{p-1}}]$.

3.3.6 Висновки за п.3.3

Запропоновано удосконалення і розширення методу, наведеного у праці [122], шляхом введення інтервалів стійкості, які зберігають локальне ранжування альтернатив. Отримано формули для розрахунку інтервалів стійкості для елементів матриці парних порівнянь, в межах яких зміни відповідних елементів не впливають на зміну найкращої альтернативи або всього ранжування альтернатив для випадку розрахунку ваг методом RGMM. Результати, отримані в даному пункті узгоджуються з результатами, отриманими в роботі [123].

Удосконалено метод комплексного оцінювання чутливості, запропонований в [35*], шляхом додавання етапів оцінювання стійкості локального ранжування до змін в експертних оцінках парних порівнянь та оцінювання стійкості узгодженості множини експертних оцінок парних порівнянь до зміни окремих оцінок.

3.4 Висновки за розділом 3

Запропоновано показник невизначеності експертних оцінок парних порівнянь в задачі обчислення локальних ваг альтернатив рішень, коли невизначеність обумовлена шкалою Сааті, в якій виконується оцінювання, та такими якостями експерта як реалізм, песимізм та оптимізм.

Розроблено оригінальний метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг альтернатив рішень, який використовує апарат теорії довіри Демпстера-Шеффера та побудований показник невизначеності. Значення параметрів методу оцінено за результатами комп'ютерного моделювання оцінок парних порівнянь, наданих експертами реалістом, песимістом та оптимістом. Результати моделювання показують, що пропонувані довірчі інтервали більш достовірно відображають реальні локальні ваги порівняно з точковими вагами, які отримуються відомим MAI, а також нечіткими вагами за методом нечіткої геометричної середньої.

Запропоновано базову ієрархічну модель для визначення чи є експерт реалістом, песимістом чи оптимістом у практичній задачі ППР. Елементи моделі – методи самооцінювання, взаємного оцінювання, апостеріорний та метод тесових задач. Використовуючи MAI, вибирається одна з вказаних якостей за результатами оцінювання експерта на основі побудованої моделі.

Запропоновано удосконалений метод розрахунку нормованих нечітких локальних ваг елементів моделі на основі НМПП, який відрізняється від відомих етапами оцінювання і підвищення узгодженості НМПП, оцінювання допустимості неузгодженості для розрахунку ваг, оцінювання властивостей сильного і слабого збереження порядку на множині розрахованих ваг та коригування НМПП для

досягнення цих бажаних властивостей. Зокрема, на етапі оцінювання і підвищення узгодженості НМПП використовується більш ефективний в порівнянні з існуючими метод, розроблений в розділі 2. Властивості слабого і сильного збереження порядку в основному виявляють цикли і найбільш неузгоджені елементи в слабо неузгоджених НМПП. Використання пропонованого методу виключає порушення порядку в результуючих нечітких вагах і тому підвищує достовірність отриманих результатів.

Удосконалено метод комплексного оцінювання чутливості, запропонований в [35*], шляхом додавання етапів оцінювання стійкості локального ранжування до змін в експертних оцінках парних порівнянь та оцінювання стійкості узгодженості множини експертних оцінок парних порівнянь до зміни окремих оцінок. Запровадження цих додаткових етапів дозволяє знайти окремі експертні оцінки парних порівнянь, які найбільшою мірою впливають на зміну локального ранжування альтернатив рішень та зміну рівня узгодженості множини оцінок. Шукаються стійкі експертні оцінки парних порівнянь та оцінки, які потребують перегляду для підвищення достовірності розв'язків, отриманих за допомогою МАІ.

Результати, отримані в розділі 3, опубліковано в роботах [42, 43, 47, 49, 59, 67, 69, 290, 302, 303, 308].

РОЗДІЛ 4. РОЗРОБКА МЕТОДІВ АГРЕГУВАННЯ ЛОКАЛЬНИХ ВАГ ЕЛЕМЕНТІВ ЗАДАЧІ ППР

4.1 Удосконалений гібридний метод розрахунку агрегованих ваг елементів ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями рішень

4.1.1 Постановка задачі

Розглянемо альтернативи рішень з множини $A = \{a_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ та взаємозалежні характеристики цих альтернатив, в подальшому – критерії рішень $C = \{c_j | j = 1, 2, \dots, m\}$. Задача полягає в знаходженні агрегованих або глобальних ваг альтернатив $W^{glob} = \{w_i^{glob} | i = 1, 2, \dots, n\}$ на основі експертних оцінок альтернатив за критеріями із C . У багатьох практичних задачах оцінки альтернатив за такими критеріями як ціна або витрати залежать від оцінок за критеріями якості або надійності. Тому розробка методу ППР із взаємозалежними критеріями рішень представляється актуальною задачею.

Один з підходів до вирішення цієї задачі – це узагальнення МАІ – метод аналізу мереж (МАН) [95, 338]. В цьому випадку задачі відповідає мережева модель часткової структури, яка має петлю біля кластера критеріїв. Обмеженням методу МАН є велика кількість оцінок парних порівнянь, які повинен надати експерт, а також значне збільшення кількості цих питань з додаванням у модель нового зв'язку. Внаслідок цього може зростати кількість випадків недопустимої неузгодженості експертної інформації і необхідність організації зворотного зв'язку з експертом, що вимагає додаткових часових і фінансових ресурсів для вирішення задачі підтримки прийняття рішень.

Інший підхід до пошуку агрегованих ваг альтернатив за множиною взаємозалежних критеріїв – це використання нечітких інтегралів. Однак, відомі методи [221, 278, 367, 385], які реалізують цей підхід, а також МАН не дозволяють обробляти нечіткі оцінки та підвищувати узгодженість експертних оцінок без участі експерта.

В роботі ставиться задача розробки гібридного методу багатокритеріального

оцінювання альтернатив рішень за взаємозалежними критеріями рішень, який є удосконаленням відомих [221, 278, 367, 385], за умови, що вхідними даними для оцінювання елементів моделі є чіткі і нечіткі експертні оцінки парних порівнянь.

Цілями розробки методу також є: зменшення навантаження на експерта; зменшення фінансових і часових витрат на розв'язання задачі багатокритеріального прийняття рішень (БКПР) шляхом коригування узгодженості експертних оцінок без організації зворотного зв'язку з експертом; а також розширення застосовності методів БКПР для класу практичних задач, в яких небажані явища, подібні до реверсу рангів.

4.1.2 Загальний опис гібридного методу

Пропонується удосконалений гібридний метод розрахунку агрегованих ваг елементів ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень із взаємозалежними критеріями рішень, який включає методи теорії прийняття рішень, нечітких множин, математичного програмування і статистики, які адаптуються на різних етапах БКПР залежно від задачі та якості вхідної експертної інформації (рис. 4.1).

Множина критеріїв $C = \{c_j | j = 1, 2, \dots, m\}$ розбивається у пропонованому методі на незалежні підмножини (далі – фактори):

$$C = \bigcup_{l=1}^k f_l, f_l = \{c_{l1}, c_{l2}, \dots, c_{lp}\}, p \leq k \leq m,$$

таким чином, що в межах фактору f_l критерії $c_{l1}, c_{l2}, \dots, c_{lp}$ взаємозалежні, а самі фактори між собою є незалежними. Це розбиття дозволяє знизити розмірність простору критеріїв для коректного експертного оцінювання і знизити навантаження на експертів, так як кількість порівнюваних за один тур експертом елементів має не перевищувати число 7 ± 2 . Також стає можливим застосувати більш простий, в порівнянні з відомим методом аналізу мереж, метод агрегування за взаємозалежними критеріями. Його можна умовно розділити на два підетапи: агрегування локальних ваг альтернатив за залежними критеріями в межах факторів і повторне агрегування знайдених агрегованих ваг альтернатив за незалежними факторами.

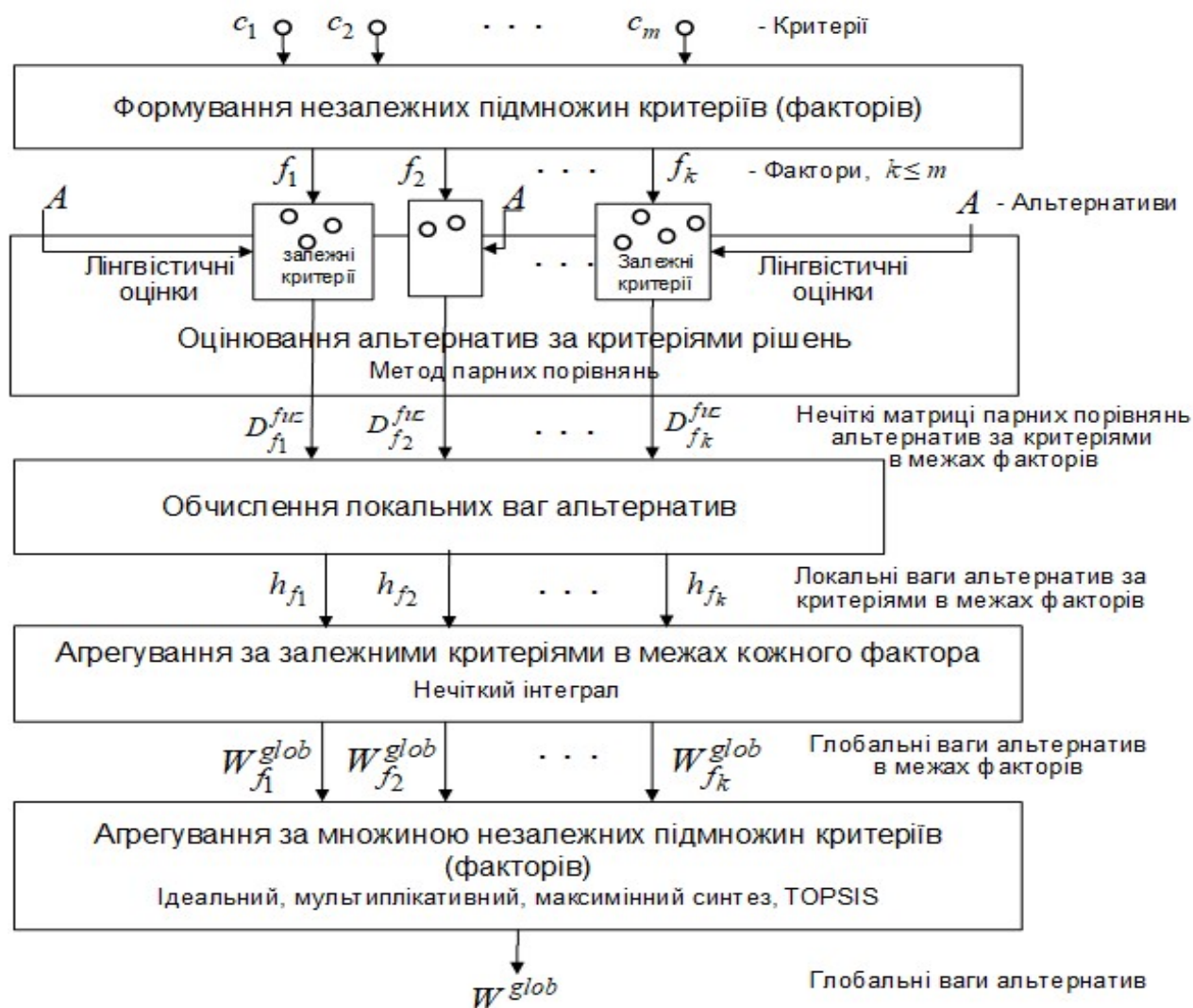


Рисунок 4.1 – Структурна схема гібридного методу БКПР

Для задач з відносно невеликим числом альтернатив розбиття множини критеріїв рішень на незалежні підмножини можна виконати вручну. У задачах з великою кількістю альтернатив для формування незалежних підмножин критеріїв доцільно використати відомі методи зниження розмірності, наприклад, факторного аналізу. До таких може бути віднесена задача експертизи науково-дослідних, інвестиційних та інших проектів з метою вибору для фінансування одного або декількох з них, коли кількість проектів – альтернатив рішень – така, що можна говорити про обґрунтоване застосування статистичних підходів.

На наступному етапі експерт здійснює оцінювання альтернатив за критеріями в межах кожного фактору за методом парних порівнянь. Особливість гібридного методу полягає у застосуванні розроблених більш ефективних методів оцінювання і підвищення узгодженості чітких і нечітких оцінок експерта (див. розділи 2 і 3). Далі розраховуються локальні ваги альтернатив за кожним критерієм, зокрема використовуючи методи запропоновані в розділі 3.

Перейдемо до розгляду методу агрегування локальних ваг за множиною взаємозалежних критеріїв.

4.1.3 Метод агрегування локальних ваг за множиною взаємозалежних критеріїв

Метод агрегування складається з двох етапів: агрегування локальних ваг альтернатив за взаємозалежними критеріями в межах факторів і повторне агрегування знайдених агрегованих ваг альтернатив за незалежними факторами. Подібний підхід використовується в [278, 367, 385].

Агрегування локальних ваг альтернатив за взаємозалежними критеріями в межах кожного фактору. Враховуючи взаємну залежність критеріїв, замість вектору $w = \{w_j | \sum_{j=1}^p w_j, w_j > 0\}$ ваг критеріїв розглядається нечітка міра g_λ , яка задає ваги всіх можливих підмножин множини критеріїв в межах фактору [367]. Аксиоматичне визначення нечіткої міри базується на більш слабкій вимозі монотонності, з метою розширення її можливостей для моделювання реальних процесів. Для нечіткої міри в загальному випадку не виконується умова адитивності, тобто $g(A \cup B) \neq g(A) + g(B)$. Вираз $g(A)$ представляє міру, яка характеризує ступінь нечіткості A , тобто оцінку нечіткості судження $X \in A$.

Для побудови нечітких мір використовується наступне λ -правило [4]:

$$g_\lambda(A \cup B) = g_\lambda(A) + g_\lambda(B) + \lambda g_\lambda(A)g_\lambda(B),$$

де $A, B \in \varphi$, $A \cap B = \emptyset$ і $\lambda \in (-1, \infty)$ називається параметром нормування міри.

Для дискретної множини $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$:

$$g_\lambda(\{x_1, x_2, \dots, x_n\}) = \sum_{i=1}^n g_i + \lambda \sum_{i_1=1}^{n-1} \sum_{i_2=1}^n g_{i_1} g_{i_2} + \dots + \lambda^{n-1} g_1 g_2 \dots g_n =$$

$$= \frac{1}{\lambda} \left(\prod_{i=1}^n (1 + \lambda g_i) - 1 \right), \lambda \in (-1, \infty)$$

Згідно з нечіткою мірою ступінь істинності для істинного висловлювання не завжди дорівнює одиниці. В залежності від значення параметра λ існують декілька класів нечітких мір:

- суперадитивні – міри довіри ($\lambda \geq 0$), міри необхідності або узгоджені міри довіри ($\lambda \gg 0$), для них виконується $g_\lambda(A \cup B) \geq \max(g_\lambda(A), g_\lambda(B))$ і має місце мультиплікативний ефект;
- субадитивні – міри правдоподібності ($\lambda \in (-1, 0]$), міри можливості ($\lambda = -1$), для них виконується $g_\lambda(A \cup B) \leq \min(g_\lambda(A), g_\lambda(B))$ і має місце ефект заміщення.

Нечітка міра є імовірнісною мірою при $\lambda = 0$.

Нехай $C = \{c_1, c_2, \dots, c_p\}$ – дискретна множина. Нечітка міра Сугено g_λ на $(C, 2^C)$ визначається в залежності від параметра нормування $\lambda \in (-1, \infty)$ на основі рівняння [4]:

$$\frac{1}{\lambda} \left(\prod_{i=1}^p (1 + \lambda g_i) - 1 \right) = g_\lambda(C) = 1,$$

де $g_i = g_\lambda(\{c_i\})$.

Нечітка міра Цукамото g_v на $(C, 2^C)$ визначається в залежності від параметра нормування $v \in [0, \infty)$ на основі [4]:

$$(1 - v) \max_{i=1, \dots, p} g_i + v \sum_{i=1}^p g_i = g_v(C) = 1,$$

де $g_i = g_v(\{c_i\})$.

Перевага міри Цукамото (g_v) полягає в тому, що для знаходження параметра v необхідно розв'язати лінійне рівняння, на відміну від міри g_λ , для якої параметр λ шукається на основі алгебраїчного рівняння високого порядку.

При $\lambda = 0$ і $\nu = 1$ маємо ймовірнісну міру – її можна розглядати як суб'єктивну оцінку експертом появи деякої події. Ймовірнісна міра є частковим випадком міри довіри або міри правдоподібності і має місце адитивність суджень експерта. При $\lambda = -1$ і $\nu = 0$ маємо міру можливості – її, в свою чергу, можна розглядати як відсутність принципових обмежень для появи події (оптимізм). Міра необхідності має місце за умов $\lambda > 0$ і $\nu > 1$ – присутність обмежень для появи події (песимізм). Тому використання нечіткої міри представляє єдиний підхід представлення неточних, невизначених, неповних, нечітких значень критеріїв рішень. У зв'язку з цим, нечіткі міри імовірності, можливості та необхідності можна використовувати для формалізації таких очікувань експерта як прагматизм, оптимізм і песимізм.

Для агрегування локальних ваг альтернатив за множиною залежних критеріїв пропонується використовувати методи нечітких інтегралів Шоке і Сугено, які є узагальненням відомих методів агрегування. В результаті отримаємо глобальні ваги альтернатив в межах факторів f_l .

Нехай $C_f = \{c_j \mid j = 1, 2, \dots, p\}$ – множина залежних критеріїв деякого фактору f . $h_i: C_f \rightarrow [0, 1], i = 1, 2, \dots, n$ – функція локальної ваги альтернатив за критеріями з C_f . Розглянемо знаходження вектору $W_f^{glob} = \{w_{if}^{glob}\}$ агрегованих або глобальних ваг w_{if}^{glob} альтернативи a_i за допомогою нечітких інтегралів Шоке і Сугено за нечіткою мірою, яка задає ваги всіх можливих підмножин множини критеріїв в межах фактору.

Нечіткий інтеграл Шоке від функції $h: X \rightarrow [0, 1]$ на дискретній множині $A \subseteq X, X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ за нечіткою мірою g визначається наступним чином [4]:

$$\begin{aligned} I_{ch}(h) &= \int_A h(x) \circ g = h(x_n)g(H_n) + \sum_{i=1}^{n-1} (h(x_i) - h(x_{i+1}))g(H_i) = \\ &= \sum_{i=1}^n h(x_i)(g(H_i) - g(H_{i-1})), \end{aligned}$$

де $H_i = \{x_k \mid h(x_k) \geq h(x_i), k = \overline{1, n}\}, H_0 = \emptyset$.

Нечіткий інтеграл Сугено від функції $h: X \rightarrow [0,1]$ на дискретній множині $A \subseteq X$, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ за нечіткою мірою g визначається наступним чином [4]:

$$I_s(h) = \int_A h(x) \circ g = \max_{i=1, \overline{n}} (\min(h(x_i), g(H_i))),$$

де $H_i = \{x_k | h(x_k) \geq h(x_i), k = \overline{1, n}\}$.

Для ймовірнісної міри ($\lambda = 0$) нечіткий інтеграл еквівалентний адитивній згортці. Інтеграл Сугено визначає ті елементи множини X , що вплинули на результат. Інтеграл Шоке враховує всі елементи множини X .

Глобальна вага альтернативи a_i за множиною взаємозалежних критеріїв C_f дорівнює $w_{if}^{glob} = I_s(h_i)$ або $w_{if}^{glob} = I_{Ch}(h_i)$ за нечіткою мірою g , яка виражає ступінь важливості підмножин з множини C_f . В результаті отримаємо глобальні ваги альтернатив в межах факторів f_l .

На останньому етапі знайдені ваги агрегуються з урахуванням ваг незалежних між собою факторів f_l . Для цього у багатьох відомих методах БКПР, таких як MAI, ELECTRE, PROMETHEE та ін., використовується правило лінійної згортки, яке призводить до явища реверсу рангів [41*, 97, 111, 140, 197], небажаного для деяких практичних задач. Результати досліджень показують, що реверс рангів не виникає при використанні лінійної згортки з нормуванням до максимуму, а також нелінійних згорток, окрім деяких окремих випадків, коли такий реверс виправданий на практиці. В задачах БКПР, в яких ресурси можуть додаватися – так звані відкриті системи – і реверс рангів є допустимим, на останньому етапі гібридного методу застосовується лінійна згортка. В задачах БКПР з фіксованою кількістю ресурсів – замкнуті системи, де реверс рангів виникати не повинен, на останньому етапі гібридного методу застосовується лінійна згортка з нормуванням до максимуму, мультиплікативна згортка або модифікований метод TOPSIS.

Агрегування ваг альтернатив за незалежними підмножинами критеріїв (факторами). Розглядається множина факторів $F = \{f_j | j = 1, \dots, k\}$, знайдених на

першому етапі гібридного методу. Нехай частина факторів представляє доходи, а частина – витрати, тобто $F = F_1 \cup F_2$, де F_1 – підмножина факторів доходів, F_2 – підмножина факторів витрат, $F_1 \cap F_2 = \emptyset$. Відома матриця $W = \{(w_{ij}) \mid i = \overline{1, n}, j = \overline{1, k}\}$ локальних ваг альтернатив за факторами, де $w_{ij} = w_{if_j}^{glob}$ – вага альтернативи a_i відносно фактора f_j , що знайдена на попередньому етапі методом нечіткого інтегралу; вектор $w^c = \{(w_j^c) \mid j = \overline{1, k}\}$ ваг факторів, $\sum_{j=1}^k w_j^c = 1$. Необхідно знайти $W^{glob} = \{w_i^{glob} \mid i = 1, \dots, n\}$ – агреговані або глобальні ваги альтернатив за всіма факторами рішень.

Пропонується модифікований метод TOPSIS, який виключає в задачах небажане явище реверсу рангів. Модифікація полягає у запровадженні іншого правила нормування елементів матриці локальних ваг – а саме, нормування до максимуму, аналогічно до відомого методу ідеального синтезу [336], під час використання якого реверс рангів виникає в значно меншій кількості випадків. Модифікований метод TOPSIS складається з етапів:

- 1) Розрахувати елементи нормованої матриці локальних ваг:

$$n_{ij} = \frac{w_{ij}}{\max_{l=1, \dots, n} w_{lj}}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, k}.$$

- 2) Розрахувати зважену нормовану матрицю рішень: $v_{ij} = w_j^c n_{ij}$.

- 3) Знайти «ідеальний позитивний» (ІП) $A^+ = (v_1^+, \dots, v_k^+)$ та «ідеальний негативний» (ІН) $A^- = (v_1^-, \dots, v_k^-)$ розв'язки:

$$v_j^+ = (\max_i v_{ij} \mid j \in F_1) \text{ or } (\min_i v_{ij} \mid j \in F_2),$$

$$v_j^- = (\min_i v_{ij} \mid j \in F_1) \text{ or } (\max_i v_{ij} \mid j \in F_2).$$

- 4) Розрахувати відстань кожної альтернативи до ІП- та ІН-розв'язків, використовуючи, наприклад, евклідову відстань:

$$d_i^+ = \left\{ \sum_{j=1}^k (v_{ij} - v_j^+)^2 \right\}^{1/2}, \quad d_i^- = \left\{ \sum_{j=1}^k (v_{ij} - v_j^-)^2 \right\}^{1/2}, \quad i = \overline{1, n}.$$

5) Розрахувати коефіцієнти відносної близькості кожної альтернативи a_i до найкращого рішення – це шукані глобальні ваги альтернатив: $w_i^{glob} = d_i^- / (d_i^+ + d_i^-)$.

4.1.4 Порівняння результатів отриманих гібридним методом з результатами за відомим методом аналізу мереж

Розглянемо задачу оцінювання трьох альтернатив рішень за дев'ятьма критеріями $c_1 - c_9$. На першому етапі гібридного методу на множині критеріїв було сформовано п'ять незалежних підмножин критеріїв (факторів): $f_1 = \{c_1\}$, $f_2 = \{c_2, c_3\}$, $f_3 = \{c_4, c_5\}$, $f_4 = \{c_6, c_7, c_8\}$, $f_5 = \{c_9\}$. На другому етапі альтернативи рішень попарно порівнювалися експертом за кожним з критеріїв кожного фактора використовуючи фундаментальну шкалу, і в результаті побудовано НМПП.

На наступному етапі гібридного методу виконано агрегування локальних ваг альтернатив за взаємозалежними критеріями кожного фактора із застосуванням методу нечіткого інтеграла (див. п. 4.1.3). Для розглянутого фактора $f_4 = \{c_6, c_7, c_8\}$ ступені важливості всіх його підмножин критеріїв було визначено песимістично як $g(\{c_6\}) = 0.072$, $g(\{c_7\}) = 0.060$, $g(\{c_8\}) = 0.017$, $g(\{c_6, c_7\}) = 0.2$, $g(\{c_7, c_8\}) = 0.08$, $g(\{c_6, c_8\}) = 0.1$ і $g(\{c_6, c_7, c_8\}) = 1$. Результуючі глобальні ваги альтернатив з використанням нечітких інтегралів Сугено і Шоке наведено в табл.4.1. Також, для порівняння, ці ваги обчислено методом мультиплікативної згортки (Зг), оскільки після її використання для великого класу задач не виникає явища реверсу рангів. За результатами табл.4.1 можна зробити висновок, що обидва методи нечітких інтегралів дають однакові ранжування альтернатив рішень. Це ранжування збігається з ранжуванням за методом згортки. Згідно з усіма трьома методами найкращим за множиною факторів f_1 і f_2 є екобудинки, за множиною факторів f_3 і f_5 – енергозберігаючі технології, а за фактором f_4 – технології відновлюваної енергетики.

Таблиця 4.1. Глобальні ваги альтернатив в межах факторів $f_1 - f_5$

Альтернативи	Ненормовані глобальні ваги альтернатив за факторами								
	$f_1 = \{c_1\}$			$f_2 = \{c_2, c_3\}$			$f_3 = \{c_4, c_5\}$		
	I_S	I_{Chq}	ЗГ	I_S	I_{Chq}	ЗГ	I_S	I_{Chq}	ЗГ
Енергозберігаючі технології	0.286	0.139	0.544	0.200	0.208	0.830	0.592	0.598	0.976
Технології відновлювальної енергетики	0.125	0.061	0.364	0.120	0.097	0.760	0.128	0.130	0.882
Екобудинки	0.486	0.286	0.773	0.592	0.594	0.933	0.143	0.144	0.889

Таблиця 4.1. Глобальні ваги альтернатив в межах факторів $f_1 - f_5$ (продовж.)

Альтернативи	Ненормовані глобальні ваги альтернатив за факторами					
	$f_4 = \{c_6, c_7, c_8\}$			$f_5 = \{c_9\}$		
	I_S	I_{Chq}	ЗГ	I_S	I_{Chq}	ЗГ
Енергозберігаючі технології	0.148	0.156	0.832	0.162	0.120	0.952
Технології відновлювальної енергетики	0.233	0.259	0.860	0.102	0.017	0.691
Екобудинки	0.129	0.143	0.788	0.159	0.026	0.742

Агрегування ваг альтернатив за незалежними факторами $f_1 - f_5$ виконано модифікованим методом TOPSIS (табл.4.2). В результаті нормовані глобальні ваги альтернатив дорівнюють: 0.314 (енергозберігаючі технології), 0.104 (технології відновлюваної енергетики), 0.582 (екобудинки), при використанні на попередньому етапі нечіткого інтеграла Сугено I_S . Необхідно вибирати

екобудинок як найбільш пріоритетну альтернативу за множиною критеріїв, що розглядається.

Таблиця 4.2. Глобальні ваги альтернатив

Альтернативи	Нормовані глобальні ваги альтернатив		
	Модифікований метод TOPSIS		Метод аналізу мереж
	I_S	I_{Chq}	
Енергозберігаючі технології	0.314	0.330	0.335
Технології відновлювальної енергетики	0.104	0.105	0.276
Екобудинок	0.582	0.564	0.389

Розв'язання задачі методом аналізу мереж. Для порівняння розв'яжемо дану задачу, використовуючи відомий метод аналізу мереж [95, 338]. Взаємній залежності між критеріями $c_1 - c_9$ відповідає петля в мережевій моделі задачі. Відповідно до методу МАМ для кожної пари залежних критеріїв експерту ставилося питання: «Який з двох порівнюваних критеріїв сильніше впливає на заданий третій критерій в сенсі головної мети прийняття рішення?» Наприклад, розглядаючи залежні критерії $\{c_6, c_7, c_8\}$, необхідно порівняти критерії c_6 і c_7 відносно c_6 , потім пару c_6 і c_7 відносно критеріїв c_7 і c_8 . Далі c_6 порівнюється з c_8 відносно цих трьох критеріїв, і, аналогічно, порівнюються c_7 і c_8 .

Після виконання усіх парних порівнянь обчислюються локальні ваги і записуються в суперматрицю задачі (табл.4.3). Локальні ваги альтернатив відносно критеріїв, які використовуються в МАМ, покладено рівними локальним вагам альтернатив, отриманим в гібридному методі. Ваги критеріїв відносно головної цілі покладено рівними значенням мір для одноелементних множин у гібридному методі: $g(\{c_1\})=0.486$, $g(\{c_2\})=0.017$, ..., $g(\{c_9\})=0.162$. Ненульовими є блоки на діагоналі суперматриці, які відповідають значенням локальних ваг критеріїв відносно критеріїв.

Таблиця 4.3. Незважена матриця локальних ваг елементів задачі

	Ціль	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	a1	a2	a3
Ціль	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c1	0.486	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c2	0.017	0	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c3	0.120	0	0	0.5			0	0	0	0	0	0	0
c4	0.054	0	0	0	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0
c5	0.011	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0
c6	0.072	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c7	0.060	0	0	0	0	0	0.25	0.75	0	0	0	0	0
c8	0.017	0	0	0	0	0	0.75	0.25	1	0	0	0	0
c9	0.162	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a1	0	0.286	0.200	0.265	0.705	0.592	0.638	0.148	0.114	0.740	1	0	0
a2	0	0.125	0.091	0.143	0.128	0.265	0.233	0.550	0.565	0.102	0	1	0
a3	0	0.589	0.709	0.592	0.167	0.143	0.129	0.302	0.321	0.159	0	0	1

Значення ваг для усієї множини критеріїв і множини альтернатив відносно множини критеріїв було отримано на основі експертних оцінок, вони дорівнюють 0.25 і 0.75 відповідно. Зважена цими вагами суперматриця неприводима та імпримітивна. Результуючі нормовані ваги альтернатив рішень дорівнюють 0.335 (Енергозберігаючі технології), 0.276 (Технології відновлюваної енергетики) і 0.389 (Екобудинки) (див.табл.4.2).

Таким чином, ранжування, отримані двома різними методами – гібридним та методом аналізу мереж збігаються: необхідно вибирати екобудинки як найбільш пріоритетну альтернативу рішень. Однак, пропонується гібридний метод із застосуванням нечіткого інтеграла і відомий метод аналізу мереж [95, 338] по-різному працюють із взаємозалежністю критеріїв. При застосуванні методу аналізу мереж експерт має надати інформацію про парні порівняння критеріїв

відносно критеріїв. Так, для кожної пари взаємозалежних критеріїв експерту ставилося питання виду: «Який з двох порівнюваних критеріїв сильніше впливає на заданий третій критерій в сенсі головної цілі прийняття рішення?» Експерт не завжди може відповісти на питання такого типу. В даному прикладі результуючі глобальні ваги альтернатив рішень виявилися чутливими до вхідних експертних оцінок ваг критеріїв відносно критеріїв. Метод із застосуванням нечіткого інтеграла потребує визначення нечіткої міри, яка виражає ступінь важливості підмножин множини критеріїв розглянутого фактора, що зменшує навантаження на експерта і спрощує роботу із взаємозалежними критеріями.

4.1.5 Висновки за п.4.1

Запропоновано гібридний метод підтримки прийняття рішень на основі ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями рішень, коли вхідними даними є нечіткі експертні оцінки парних порівнянь. Він включає методи теорії прийняття рішень, нечітких множин, математичного програмування і статистики, які адаптуються на різних етапах розв'язання задачі залежно від якості вхідних оцінок. На першому етапі гібридного методу формуються підмножини критеріїв рішень або фактори таким чином, що в межах одного фактору критерії є взаємозалежними, а самі фактори між собою незалежні. На наступному етапі виконується експертне оцінювання елементів моделі, використовуючи метод парних порівнянь. Удосконалення гібридного методу полягає у застосовуванні пропонованих у розділах 2 і 3 більш ефективних методів оцінювання і підвищення узгодженості чітких і нечітких експертних оцінок, а також методів розрахунку локальних ваг.

Агрегування локальних ваг включає два етапи: агрегування за взаємозалежними критеріями в межах факторів і повторне агрегування знайдених агрегованих ваг за незалежними факторами. Локальні ваги альтернатив за множиною взаємозалежних критеріїв кожного фактору агрегуються з використанням нечітких інтегралів Шоке і Сугено, які є узагальненням відомих методів агрегування. Для агрегування ваг за незалежними факторами

пропонується модифікований метод TOPSIS, який виключає в задачах небажане явище реверсу рангів. Модифікація полягає у запровадженні іншого правила нормування елементів матриці локальних ваг – а саме, нормування до максимуму, під час використання якого реверс рангів виникає в значно меншій кількості випадків.

4.2 Оцінювання реверсу рангів при використанні різних правил комбінування функцій довіри

4.2.1 Постановка задачі і основні тестові критерії

Інтегрований метод ДШ/МАІ об'єднує МАІ і теорію довіри Демпстера-Шеффера [192], дозволяючи здійснювати ППР за багатьма критеріями в умовах неповноти, неточності і невизначеності експертної інформації [62*, 68*, 288*, 291*, 304*]. У результаті використання правил агрегування ваг за множиною критеріїв може виникати явище реверсу рангів, небажане для практичних задач [41*, 97, 111, 140, 197]. *Ставиться задача* розробити спосіб оцінювання появи реверсу рангів у результаті використання різних правил комбінування функцій довіри у методі ДШ/МАІ, таких як правило Демпстера [192], Ягера [416], Жанга [421], Дюбуа і Прада, дисконтованої та зваженої середніх (див. [304*]). Якщо агреговані джерела довіри незалежні, доцільно використовувати операції «і»: правила Демпстера, Ягера або Жанга. Якщо тільки окремі джерела вважаються достовірними, більш прийнятними для агрегування є операція «або»: правило Дюбуа і Прада. Правило дисконтованої середньої використовує ступені довіри до агрегованих функцій повної довіри коли ці функції сильно конфліктують між собою. Правила Демпстера, Дюбуа і Прада асоціативні, правило Ягера квазі-асоціативне.

Нехай n альтернатив рішень A_1, A_2, \dots, A_n оцінено за двома критеріями C_1 і C_2 , і за цими критеріями визначено d_1 і d_2 груп альтернатив рішень $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1d_1}$ і $S_{21}, S_{22}, \dots, S_{2d_2}$, відповідно. Нехай метод ДШ/МАІ [68*, 288*, 291*, 304*]

використано для обчислення функцій довіри $Bel(\cdot)$ і довірчих інтервалів $[Bel(\cdot), Pls(\cdot)]$ для кожної групи альтернатив рішень і фрейму Θ .

Необхідно:

- оцінити чутливість результатів, отриманих методом ДШ/МАІ з різними правилами комбінування функцій довіри, до змін у множині альтернатив рішень і визначити, чи виникає реверс рангів у результаті різних збурень множини альтернатив, таких як додавання або вилучення неоптимальної за одним або декількома критеріями альтернативи та еквівалентної альтернативи,
- для дослідження різних типів зміни ранжування використати три тестові критерії [390], які застосовувалися для дослідження інших методів БКПР.

Тестовий критерій №1. Використання ефективного методу БКПР не повинно змінювати найкращу альтернативу при додаванні неоптимальної альтернативи до множини альтернатив рішень за умови незмінності коефіцієнтів відносної важливості критеріїв рішень. Аналогічно не повинні змінюватися відносні ранги інших незмінних альтернатив.

Тестовий критерій №2. Ранжування альтернатив, отримане на основі ефективного методу БКПР, має задовольняти властивості транзитивності.

Тестовий критерій №3. Для тієї ж задачі прийняття рішень і при використанні того ж методу БКПР, ранжування, отримане в результаті об'єднання ранжувань підзадач, має збігатися з початковим ранжуванням до проведення декомпозиції.

4.2.2 Спосіб оцінювання реверсу рангів

Запропоновано дві умови зміни ранжування альтернатив рішень у результаті застосування правил комбінування функцій довіри, коли до множини альтернатив додається ще одна альтернатива. У першій умові розглядаються зміни в значеннях функцій агрегованої повної довіри (далі – довіри) до груп альтернатив. У другій умові досліджуються зміни у довірчих інтервалах до груп альтернатив. Нехай

$Bel(S_i)$ – початкове значення довіри до групи S_i на основі об'єднаного досвіду за двома критеріями, $Bel^*(S_i)$ – відповідне значення після додавання альтернативи.

Умова 1. Ранжування між групами альтернатив S_i і S_j змінюється, якщо:

- 1.1) довіра до групи S_i стає меншою за довіру до групи S_j після додавання альтернативи, тобто $Bel^*(S_i) < Bel^*(S_j)$ при початковій умові $Bel(S_i) > Bel(S_j)$;
- 1.2) виконуються умови $Bel(S_i) < Bel(S_j)$ і $Bel^*(S_i) > Bel^*(S_j)$;
- 1.3) довіри до груп S_i і S_j відрізняються (співпадають) після додавання альтернативи при умові, що вони початково співпадали (відрізнялися).

Тому, загальна умова 1 зміни ранжування наступна:

$$(\Delta Bel_{ij} \Delta Bel_{ij}^* < 0) \vee ((\Delta Bel_{ij} = 0) \wedge (\Delta Bel_{ij}^* \neq 0)) \vee ((\Delta Bel_{ij} \neq 0) \wedge (\Delta Bel_{ij}^* = 0)),$$

$$\Delta Bel_{ij} = Bel(S_i) - Bel(S_j), \Delta Bel_{ij}^* = Bel^*(S_i) - Bel^*(S_j).$$

Умова 2. Змінюються ранжування між групами альтернатив S_i і S_j , які визначаються їх довірчими інтервалами $[Bel(S_i), Pls(S_i)]$ і $[Bel(S_j), Pls(S_j)]$.

Спосіб оцінювання реверсу рангів полягає в наступному:

1. Додати до множини альтернатив неоптимальну за критеріями альтернативу з різними властивостями.
2. Знайти значення агрегованої функції довіри для збуреної множини альтернатив за правилами Демпстера, Ягера, Жанга, Дюбуа і Прада, дисконтованої та зваженої середніх.
3. Перевірити виконання наведених вище тестових критеріїв №1 – 3.
4. Перевірити виконання наведених вище умов 1 і 2 зміни ранжування.
5. Етапи 2 – 4 виконати для випадків додавання альтернативи, неоптимальної за одним або декількома критеріями, та еквівалентної альтернативи.

Розглянемо результати застосування пропонованого способу оцінювання реверсу рангів.

Порушення тестового критерію №1. Розглянемо оцінювання чутливості правила комбінування Демпстера згідно з введеною вище умовою 1 і можливість появи реверсу рангів, коли до множини альтернатив рішень додається неоптимальна за критеріями альтернатива з різними властивостями.

Випадок 1. Нова альтернатива A_{N+1} неоптимальна і формує окрему групу за кожним з критеріїв рішень, тобто $\{A_{N+1}\} \cap S_{1i} = \emptyset$ і $\{A_{N+1}\} \cap S_{2k} = \emptyset$, $i = 1, \dots, D_1$, $k = 1, \dots, D_2$.

Після додавання альтернативи A_{N+1} матриця перетинів $S_{1i} \cap S_{2k}$ відповідно до правила Демпстера для груп початково визначених альтернатив A_1, \dots, A_N не змінюється і позначена в табл. 4.4 жирним шрифтом.

Таблиця 4.4 – Проміжні результати використання правила Демпстера
(випадок 1)

$C_1 \backslash C_2$	S_{21}	S_{22}	...	S_{2D_2}	$\{A_{N+1}\}$	Θ
S_{11}	$S_{11} \cap S_{21}$	$S_{11} \cap S_{22}$...	$S_{11} \cap S_{2D_2}$	\emptyset	S_{11}
S_{12}	$S_{12} \cap S_{21}$	$S_{12} \cap S_{22}$...	$S_{12} \cap S_{2D_2}$	\emptyset	S_{12}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
S_{1D_1}	$S_{1D_1} \cap S_{21}$	$S_{1D_1} \cap S_{22}$...	$S_{1D_1} \cap S_{2D_2}$	\emptyset	S_{1D_1}
$\{A_{N+1}\}$	\emptyset	\emptyset	...	\emptyset	$\{A_{N+1}\}$	$\{A_{N+1}\}$
Θ	S_{21}	S_{22}	...	S_{2D_2}	$\{A_{N+1}\}$	Θ

Змінюється нормуюча константа K в правилі Демпстера:

$$K^* = 1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X)m_2(Y) = K - \sum_{A_{N+1} \cap Y = \emptyset} m_1(A_{N+1})m_2(Y),$$

де K – початкове значення нормуючої константи.

Як наслідок, агреговані функції довір до груп альтернатив, знайдені за правилом Демпстера при вказанному збуренні множини альтернатив, можуть змінюватися непропорційно. Тому ранжування може змінюватися.

Випадок 2. Нова альтернатива A_{N+1} неоптимальна і формує окрему групу за одним з критеріїв рішень. Відносно другого критерію рішень ця альтернатива A_{N+1} має таку ж перевагу відносно фрейму Θ , що й одна чи декілька визначених раніше альтернатив, тобто A_{N+1} включена в одну з існуючих груп альтернатив.

Нехай альтернативу A_{N+1} включено в групу S_{21} (без втрати загальності вибір S_{21} не принциповий). Тоді після додавання A_{N+1} формуються групи $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1D_1}$ і $\{A_{N+1}\}$ відносно критерію C_1 і групи $S'_{21}, S_{22}, \dots, S_{2D_2}$ відносно критерію C_2 , де $S'_{21} = S_{21} \cup \{A_{N+1}\}$ (табл. 4.5).

Таблиця 4.5 – Проміжні результати використання правила Демпстера (випадок 2)

$C_1 \backslash C_2$	$S'_{21} = S_{21} \cup \{A_{N+1}\}$	S_{22}	...	S_{2D_2}	Θ
S_{11}	$\mathbf{S}_{11} \cap \mathbf{S}_{21}$	$\mathbf{S}_{11} \cap \mathbf{S}_{22}$...	$\mathbf{S}_{11} \cap \mathbf{S}_{2D_2}$	\mathbf{S}_{11}
S_{12}	$\mathbf{S}_{12} \cap \mathbf{S}_{21}$	$\mathbf{S}_{12} \cap \mathbf{S}_{22}$...	$\mathbf{S}_{12} \cap \mathbf{S}_{2D_2}$	\mathbf{S}_{12}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
S_{1D_1}	$\mathbf{S}_{1D_1} \cap \mathbf{S}_{21}$	$\mathbf{S}_{1D_1} \cap \mathbf{S}_{22}$...	$\mathbf{S}_{1D_1} \cap \mathbf{S}_{2D_2}$	\mathbf{S}_{1D_1}
$\{A_{N+1}\}$	$\{A_{N+1}\}$	\emptyset	...	\emptyset	$\{A_{N+1}\}$
Θ	$\mathbf{S}_{21} \cup \{\mathbf{A}_{N+1}\}$	\mathbf{S}_{22}	...	\mathbf{S}_{2D_2}	Θ

Як впливає з табл. 4.5, при вказанному збуренні множини альтернатив з наступним агрегуванням базових довір m_1 і m_2 за критеріями, матриця перетинів у правилі Демпстера, яка відповідає групам визначених початково альтернатив (позначена в табл. 4.5 жирним шрифтом), змінюється, так як змінюється результат перетину групи S'_{21} з фреймом Θ . З'являється новий результат агрегування:

$$(m_1^* \oplus m_2^*)(S_{21} \cup \{A_{N+1}\}) = \frac{1}{K^*} m_1(\Theta) m_2(S_{21} \cup \{A_{N+1}\}).$$

Нормуюча константа K в правилі Демпстера для всіх результатів агрегування змінена і обчислюється за формулою:

$$K^* = 1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X)m_2(Y) = K - \sum_{A_{N+1} \cap Y = \emptyset} m_1(A_{N+1})m_2(Y).$$

Тому при застосуванні правила Демпстера до збуреної множини альтернатив агреговані функції довір до груп альтернатив можуть змінюватися непропорційно. І, як наслідок, ранжування може змінюватися.

Аналогічно показано, що реверс рангів може виникати після застосування правил комбінування Жанга і зваженої середньої.

Задоволення тестового критерію №2. Припустимо, що використано правило комбінування Демпстера і знайдено ранжування альтернатив задачі прийняття рішень. Після цього проведено декомпозицію задачі на множину підзадач, в кожній з яких лише дві альтернативи оцінюються за всіма критеріями рішень початкової задачі. Тоді відповідно до тестового критерію №2 всі ранжування підзадач повинні задовольняти властивості транзитивності.

Групи альтернатив відносно двох критеріїв рішень C_1 і C_2 позначимо S_{1i} і S_{2j} . Припустимо, що кожна група складається з одного елемента, тобто $S_{11} = S_{21} = \{A_1\}$, $S_{12} = S_{22} = \{A_2\}$, ..., $S_{1N} = S_{2N} = \{A_N\}$. Нехай ці групи альтернатив, в подальшому для спрощення – просто альтернативи, розглядаються попарно і ранжування двох довільних пар: $A_i \succ A_j$ і $A_j \succ A_k$. Тоді агрегована довіра до альтернативи A_i за правилом Демпстера обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{K} (m_1(A_i)(m_2(A_i) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_i)),$$

де $m_1(\cdot)$ і $m_2(\cdot)$ – значення функцій базової довіри альтернатив відносно критеріїв рішень C_1 і C_2 , величина K – нормуюча константа.

Ранжування $A_i \succ A_j$ і $A_j \succ A_k$ приводять до наступних нерівностей:

$$m_1(A_i)(m_2(A_i) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_i) - m_1(A_j)(m_2(A_j) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_j) > 0,$$

$$m_1(A_j)(m_2(A_j) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_j) - m_1(A_k)(m_2(A_k) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_k) > 0$$

В результаті об'єднання цих нерівностей отримаємо $A_i \succ A_k$:

$$m_1(A_i)(m_2(A_i) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_i) - m_1(A_k)(m_2(A_k) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_k) > 0.$$

Тому, коли групи альтернатив рішень складаються з одного елементу властивість транзитивності рангів альтернатив виконується, і за тестовим критерієм №2 ранжування при використанні правила Демпстера не змінюється.

4.2.3 Приклади реверсу рангів для збуреної множини альтернатив

У прикладі 4.1 наведено перший випадок зміни ранжування, коли додається неоптимальна альтернатива, яка формує окрему групу за кожним з критеріїв рішень. Показано, що правило комбінування Демпстера не задовольняє тестовому критерію № 1, оскільки після додавання до множини альтернатив неоптимальної альтернативи відбувається зміна найкращої альтернативи. Правило Демпстера у цьому прикладі не задовольняє і тестовому критерію №3, оскільки загальне ранжування альтернатив, отримане об'єднанням часткових ранжувань підзадач, не збігається з початковим ранжуванням до декомпозиції задачі.

Приклад 4.1. Альтернативи A_1 , A_2 і A_3 оцінюються за двома критеріями рішень C_1 і C_2 , ваги критеріїв $w_1^c=0,2$ и $w_2^c=0,8$. Групи альтернатив $\{A_1\}$, $\{A_2\}$ і $\{A_3\}$ визначено за критерієм C_1 і групи $\{A_1\}$, $\{A_2\}$ і $\{A_3\}$ - за критерієм C_2 (табл. 4.6).

Таблиця 4.6 – Результати порівняння груп альтернатив з фреймом

C_1	$\{A_1\}$	$\{A_2\}$	$\{A_3\}$		C_2	$\{A_1\}$	$\{A_2\}$	$\{A_3\}$
\ominus	2	8	3		\ominus	6	5	8

Агрегована функція базової довіри, використовуючи правило Демпстера, приймає наступні значення: $m_{aggr}(\{A_1\})=0,2376$, $m_{aggr}(\{A_2\})=0,3501$, $m_{aggr}(\{A_3\})=0,3471$, які співпадають із значеннями агрегованої функції повної довіри. Тому ранжування альтернатив дорівнює $A_2 \succ A_3 \succ A_1$.

Нехай початкова множина альтернатив збурена додаванням неоптимальної альтернативи A_4 , яка формує окрему групу за кожним з критеріїв. Нехай результати порівняння групи $\{A_4\}$ з фреймом за критеріями C_1 і C_2 дорівнюють 1 і

2, відповідно, тобто додана альтернатива – найгірша за кожним з критеріїв (див.табл.4.6). Тоді після додавання альтернативи A_4 агрегована функція повної довіри до груп альтернатив приймає значення $Bel(\{A_1\})=0,2213$, $Bel(\{A_2\})=0,3161$, $Bel(\{A_3\})= 0,3204$ і $Bel(\{A_4\})=0,0704$. Таким чином, ранжування альтернатив стає $A_3 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_4$ і відрізняється від ранжування $A_2 \succ A_3 \succ A_1$, яке мало місце до збурення множини альтернатив – змінюється найкраща альтернатива.

Далі припустимо, що виконано декомпозицію цієї задачі на підзадачі, в кожній з яких тільки дві альтернативи оцінюються за всіма критеріями рішень початкової задачі. Тоді після застосування до кожної з підзадач правила Демпстера отримаємо такі часткові ранжування альтернатив: $A_2 \succ A_1$, $A_3 \succ A_1$, $A_2 \succ A_3$, $A_1 \succ A_4$, $A_2 \succ A_4$ і $A_3 \succ A_4$. Їх об'єднання дає узагальнене ранжування $A_2 \succ A_3 \succ A_1 \succ A_4$, яке відрізняється від ранжування $A_3 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_4$ альтернатив до декомпозиції.

Слід зазначити, що задача прийняття рішення, яка розглядається в прикладі 1, характеризується конфліктними оцінками альтернатив за критеріями рішень. Тому зміна ранжування, що має місце, може відображати раціональний процес прийняття рішень.

Приклад 4.2. Виконаємо оцінювання чутливості відомої задачі вибору курсу навчання з десяти можливих альтернатив А, В, С, D, Е, F, G, Н, I, J відповідно до двох критеріїв C_1 і C_2 , в якій експерти визначили наступні групи альтернатив [146]:

- за критерієм C_1 : $s_1 = \{F\}$, $s_2 = \{A, H\}$, $s_3 = \{C, D, I\}$, $s_4 = \{J\}$,
 - за критерієм C_2 : $s_1 = \{E, F\}$, $s_2 = \{A, G, H\}$, $s_3 = \{B, C, J\}$,
- ваги критеріїв $w_1^c = 0,4$ і $w_2^c = 0,6$.

Результати порівняння груп альтернатив s_i з фреймом $\Theta = \{A, B, C, \dots, J\}$ за кожним з критеріїв представлено в табл. 4.7. Застосовано правило Демпстера, розраховано значення агрегованих функцій базової та повної довіри, знайдено ранжування груп альтернатив (табл.4.8):

$$\{F\} \succ \{J\} \succ \{C\}, \quad \{E, F\} \succ \{A, H\}, \quad \{A, G, H\} \succ \{B, C, J\} \succ \{C, D, I\}.$$

Таблиця 4.7 – Результати порівняння груп альтернатив з фреймом за критеріями C_1 і C_2

C_1	s_1	s_2	s_3	s_4		C_2	s_1	s_2	s_3
Θ	6	4	2	1		Θ	5	3	2

Таблиця 4.8 – Значення агрегованих функцій довіри m_{aggr} та повної довіри Bel

Групи альтерна- тив	$\{C\}$	$\{F\}$	$\{J\}$	$\{A, H\}$	$\{E, F\}$	$\{A, G, H\}$	$\{B, C, J\}$	$\{C, D, I\}$	Θ
m_{aggr}	0,027	0,316	0,033	0,157	0,167	0,100	0,067	0,039	0,096
Bel	0,027	0,316	0,033	0,157	0,482	0,257	0,126	0,065	1,000

Проведемо оцінювання чутливості отриманого ранжування. Нехай множину альтернатив змінено: додано неоптимальну альтернативу K , яка за критерієм C_1 має таке ж перевагу над фреймом Θ , що і альтернатива J , і формує окрему групу за критерієм C_2 . Таким чином, в задачі із збуреною множиною альтернатив визначено такі групи альтернатив:

- за критерієм C_1 : $s_1 = \{F\}$, $s_2 = \{A, H\}$, $s_3 = \{C, D, I\}$, $s_4 = \{J, K\}$,
- за критерієм C_2 : $s_1 = \{E, F\}$, $s_2 = \{A, G, H\}$, $s_3 = \{B, C, J\}$ и $s_4 = \{K\}$,

ваги критеріїв залишаються незмінними: $w_1^c = 0,4$ і $w_2^c = 0,6$.

Нехай результати порівнянь групи $\{J, K\}$ за критерієм C_1 і групи $\{K\}$ за критерієм C_2 з фреймом дорівнюють 1 і 1, відповідно, тобто додана альтернатива – найгірша за кожним з критеріїв (див.табл.4.7). Тоді значення функцій базової довіри:

- за критерієм C_1 : $m_1(\{F\})=0,3333$, $m_1(\{A, H\})=0,2222$, $m_1(\{C, D, I\})=0,1111$,
 $m_1(\{J, K\})=0,0556$, $m_1(\Theta)=0,2778$,

- за критерієм C_2 : $m_3(\{E, F\})=0,3488$, $m_3(\{A, G, H\})=0,2093$, $m_3(\{B, C, J\})=0,1395$, $m_3(\{K\})=0,0698$ і $m_3(\Theta)=0,2326$.

Після порівняння значень функції повної агрегованої довіри (останній рядок табл. 4.9) отримаємо ранжування $C \succ J$. Оскільки ранжування цих альтернатив до додавання альтернативи було $J \succ C$ (див.табл.4.8), то має місце реверс рангів відповідно до наведених вище тестового критерію №1 і умови 1.

Таблиця 4.9 – Значення агрегованих функцій довіри $m_{aggr}=m_1 \oplus m_2$ і повної довіри Bel для збуреної задачі

	$\{C\}$	$\{F\}$	$\{J\}$	$\{K\}$	$\{A, H\}$	$\{E, F\}$	$\{J, K\}$	$\{A, G, H\}$	$\{B, C, J\}$	$\{C, D, I\}$	Θ
m_{aggr}	0,024	0,305	0,012	0,037	0,155	0,152	0,020	0,092	0,061	0,041	0,102
Bel	0,024	0,305	0,012	0,037	0,155	0,457	0,069	0,246	0,098	0,065	1,000

Таким чином, збурення множини альтернатив задачі шляхом додавання неоптимальної альтернативи до початкової множини з десяти альтернатив призводить у даному прикладі до зміни початкового ранжування альтернатив.

4.2.4 Висновки за п.4.2

Запропоновано спосіб оцінювання явища реверсу рангів в результаті застосування правил комбінування функцій довіри до елементів задачі ППР. Він полягає в тому, що визначено умови зміни ранжування і, використовуючи відомі тестові критерії, досліджено різні типи реверсу на множині альтернатив, зокрема зміну оптимальної та неоптимальної альтернатив, порушення властивості транзитивності, а також зміну ранжування, отриманого об'єднанням часткових ранжувань в результаті декомпозиції задачі. Досліджено різні варіанти збурення множини альтернатив, такі як додавання та видалення неоптимальної альтернативи, яка домінується раніше визначеними альтернативами, оптимальної за одним з критеріїв альтернативи та еквівалентної альтернативи.

Отримано, що явище реверсу може мати місце в результаті застосування методу ДШ/МАІ та правил комбінування Демпстера, Жанга і зваженої середньої. Показано, що після використання правила комбінування Демпстера зміна ранжування може мати місце в разі додавання неоптимальної альтернативи, коли задача характеризується конфліктними оцінками альтернатив за критеріями. Також загальне ранжування альтернатив, отримане шляхом об'єднання часткових ранжувань підзадач після декомпозиції, може не співпадати з початковим ранжуванням до декомпозиції задачі. Найкраща альтернатива може змінюватися у результаті використання правила Демпстера після додавання або вилучення неоптимальної за кожним з критеріїв альтернативи і після попарного розгляду альтернатив.

4.3 Оцінювання реверсу рангів в нелінійних правилах агрегування локальних ваг

При вирішенні багатокритеріальних задач застосування лінійної згортки критеріїв, як це пропонується згідно МАІ, допустимо при певних обмежених припущеннях. У випадку скінченної множини можливих рішень, яка не є випуклою, рішення отримане лінійною згортою не є Парето-оптимальним. У зв'язку з цим, в [72, 73] запропоновано модифікацію МАІ, в якій агрегування множини локальних ваг альтернатив здійснюється за правилом максимінної згортки, позбавленої обмеження, пов'язаного з випуклістю множини векторних оцінок. При скінченній множині можливих рішень, додатних критеріях і «раціональній» поведінці ОПР, будь-яке обране рішення завжди може бути отримано в результаті застосування максимінної згортки при певних додатних вагах критеріїв.

Нехай $A = \{A_i \mid i = 1, \dots, n\}$ – множина альтернатив рішень, $C = \{C_j \mid j = 1, \dots, m\}$ – множина критеріїв рішень; v_{ij} – ненормована локальна вага альтернативи A_i

відносно критерію C_j ; w_j^C – вага критерію C_j , $\sum_{j=1}^m w_j^C = 1$. Згідно з правилом максимінної згортки глобальні ваги $w_i^{зл\text{об}}$ альтернатив A_i розраховуються:

$$v_i^{зл\text{об}} = \min_{j=1, \dots, m} v_{ij} w_j^C, \quad i = 1, \dots, n.$$

Задача вибору найкращої альтернативи A_i^* формулюється як задача максимізації

$$A_i^* = \arg \max_i v_i^{зл\text{об}} = \arg \max_i \min_{j=1, \dots, m} v_{ij} w_j^C.$$

Розглянемо декілька видів реверсу рангів:

1 зміна оптимальної альтернативи:

$$i \neq i^*,$$

де i – номер оптимальної альтернативи при розгляді n альтернатив, i^* – номер оптимальної альтернативи при розгляді $n + 1$ альтернативи:

$$i : w_i^{зл\text{об}} = \max_{k=1, \dots, n} w_k^{зл\text{об}}, \quad i^* : w_{i^*}^{зл\text{об}} = \max_{k=1, \dots, n, n+1} w_k^{*зл\text{об}}.$$

2 зміна ранжування альтернатив для пари альтернатив A_i і A_k , $i, k = 1, \dots, n$:

$$(\Delta w_{ik}^{зл\text{об}} \cdot \Delta w_{ik}^{*зл\text{об}} < 0) \vee ((\Delta w_{ik}^{зл\text{об}} = 0) \wedge (\Delta w_{ik}^{*зл\text{об}} \neq 0)) \vee ((\Delta w_{ik}^{зл\text{об}} \neq 0) \wedge (\Delta w_{ik}^{*зл\text{об}} = 0)),$$

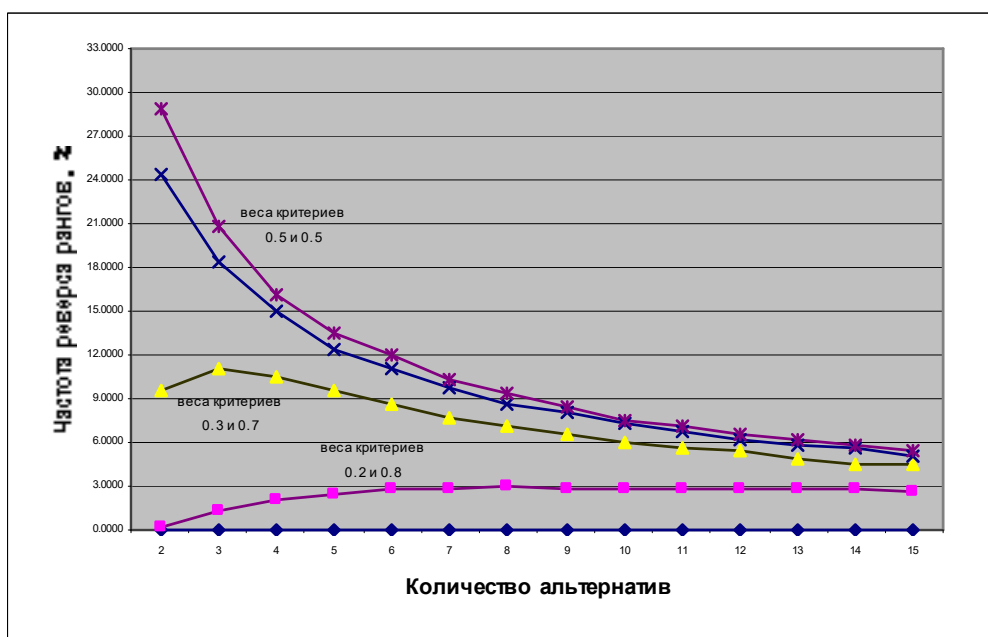
$$\text{де } \Delta w_{ij}^{зл\text{об}} = w_i^{зл\text{об}} - w_j^{зл\text{об}}, \quad \Delta w_{ik}^{*зл\text{об}} = w_i^{*зл\text{об}} - w_k^{*зл\text{об}}.$$

3 зміна рангів альтернатив при їх попарному розгляді порівняно з розглядом всіх альтернатив одночасно

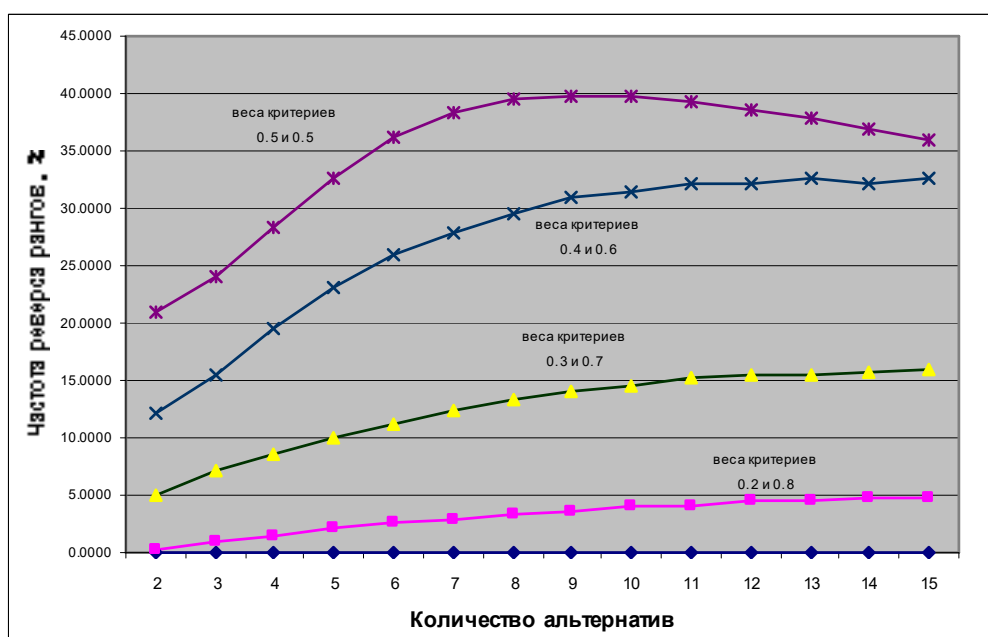
Оцінювання реверсу рангів засноване на розв'язанні випадковим чином згенерованих задач ПР, в яких n альтернатив оцінюються за m критеріями.

Встановлено, що всі розглянуті види реверсу рангів можуть виникнути при використанні правила максимінного агрегування (рис.4.2 – 4.4). На рис.4.2 і 4.3 показані частоти першого і другого видів реверсу рангів при додаванні відповідно неоптимальної за кожним критерієм альтернативи і альтернативи-копії. На рис.4.4 показані частоти третього виду реверсу. З цих малюнків видно, що частоти всіх видів реверсу рангів залежать від ваг критеріїв: найбільші частоти відповідають

задачам ПР, в яких критерії мають однакову або близьку важливість. І чим більша відмінність між вагами критеріїв, тим меншою є частота появи реверсу.

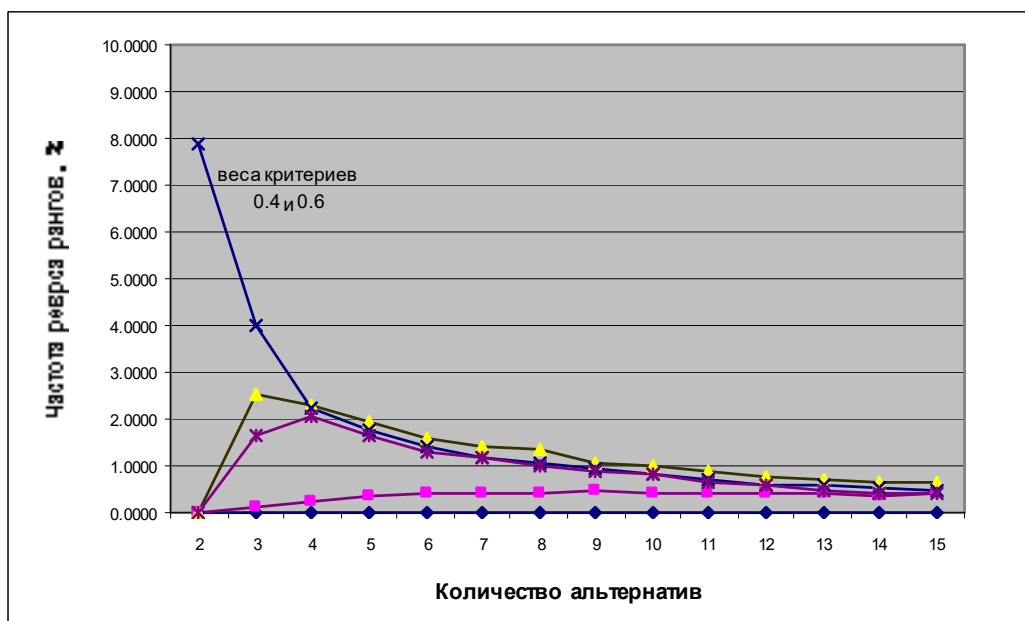


а)

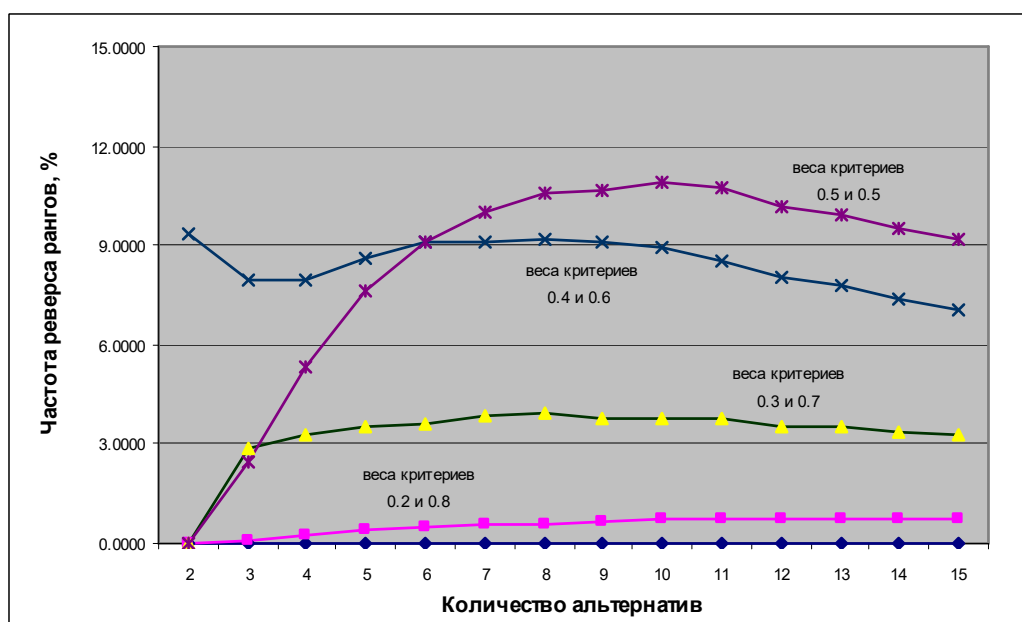


б)

Рисунок 4.2 – Частоти появи першого (а) і другого (б) видів реверсу рангів при додаванні неоптимальної за кожним з критеріїв альтернативи



а)



б)

Рисунок 4.3 – Частоти появи першого (а) і другого (б) видів реверсу рангів при додаванні альтернативи-копії

Зі збільшенням кількості альтернатив рішень частоти другого і третього виду реверсу рангів збільшуються, а першого виду зменшуються. Частоти другого виду реверсу (рис. 1б, 2б) в основному не нижчі за частоти першого виду реверсу (рис. 1а та 2а, відповідно). Частоти третього виду реверсу рангів зростають зі

збільшенням кількості альтернатив (рис.3). Найбільш крутий графік частот має місце для задач ПР з однаковими важливостями критеріїв – частота реверсу дорівнює 60% для трьох альтернатив і досягає вже 95% для п'яти альтернатив.

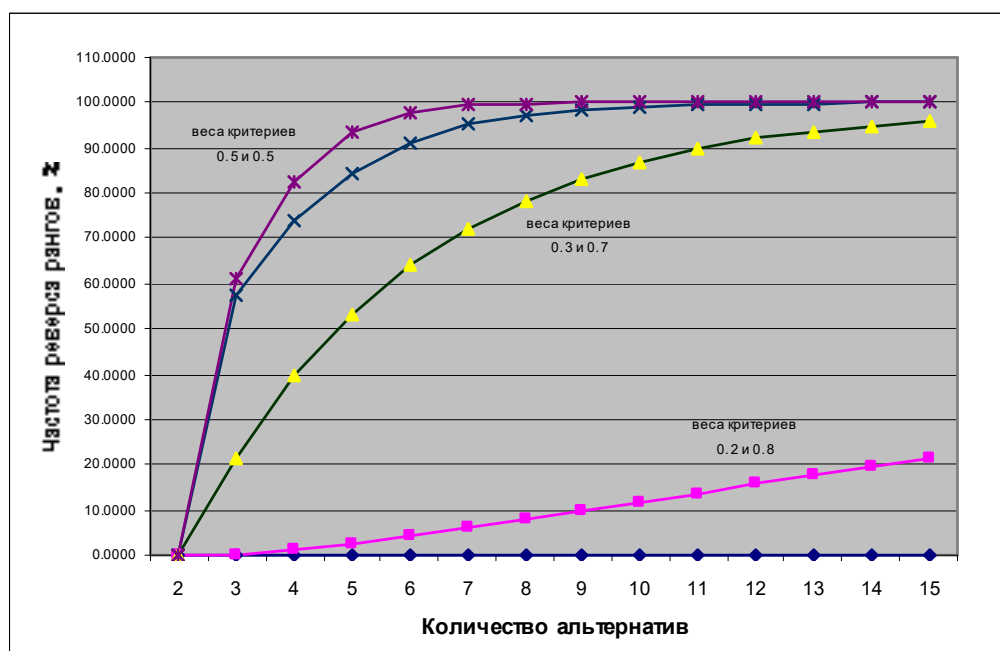


Рисунок 4.4 – Частоти появи третього виду реверсу рангів

Аналіз результатів моделювання свідчить про те, що явище реверсу рангів виникає в задачах прийняття рішень з конфліктним судженнями альтернатив щодо критеріїв рішень. Оскільки на практиці при додаванні неоптимальної альтернативи до множини альтернатив з конфліктними судженнями оптимальне рішення може змінитися, то спостережуваний в цих задачах реверс рангів відображає раціональний процес прийняття рішень.

4.4 Удосконалений метод BOCR MAI розрахунку агрегованих ваг альтернатив рішень на основі мережевих моделей доходів, витрат, можливостей та ризиків

Т.Сааті розробив базовий метод BOCR MAI, в якому альтернативи рішень оцінюються за якість доходів, витрат, можливостей і ризиків [95, 338], і в результаті розраховуються агреговані ваги альтернатив рішень за множиною

вказаних якостей. Модифікації методу BOCR MAI з врахуванням нечітких експертних оцінок запропоновано в [87*, 88*, 305*]. В даній роботі пропонується удосконалення методу BOCR MAI для підтримки прийняття рішень на основі мережевої моделі якостей BOCR. Удосконалення полягає в наступному:

- оцінювання і підвищення узгодженості чітких і нечітких експертних оцінок парних порівнянь проводиться пропонуваними в розділі 2 методами без участі експерта;
- розрахунок нечітких локальних ваг на основі нечітких експертних оцінок парних порівнянь здійснюється пропонуваним в розділі 3 методами;
- комплексне оцінювання чутливості розв'язку проводиться з використанням пропонуваних в розділі 3 методів.

Розглянемо етапи удосконаленого методу BOCR MAI, якщо мережева модель якостей BOCR має вигляд, представлений на рис.4.5.

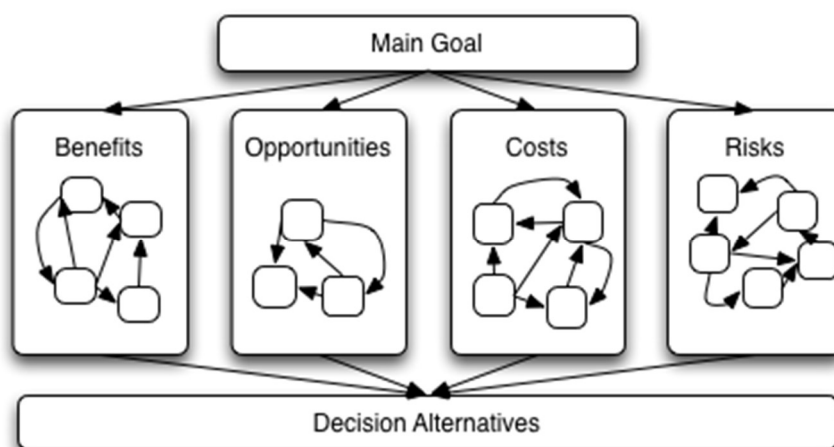


Рисунок 4.5 – Модель оцінювання альтернатив рішень за якостями BOCR

На першому етапі методу окремо розглядаються кластери моделі, які відповідають доходам Benefits, витратам Costs, можливостям Opportunities і ризикам Risks. Експерт виконує парні порівняння елементів цих моделей, за результатами будується множина МПП. Виконується оцінювання і, за необхідності, підвищення узгодженості цих матриць. В результаті для всіх

елементів моделі отримаємо МПП прийнятної якості, які можна використовувати на наступному етапі методу.

На другому етапі розраховуються локальні ваги або пріоритети елементів кожного з кластерів BOCR та ваги або пріоритети чотирьох кластерів BOCR, використовуючи методи, запропоновані в розділі 3. Проводиться оцінювання чутливості ранжувань, побудованих на основі розрахованих локальних ваг елементів кластерів BOCR та ваг чотирьох кластерів BOCR, використовуючи метод, запропонований в п.3.3. Це дозволяє на даному етапі знайти критичні експертні оцінки, які потребують перегляду з метою підвищення достовірності результатів.

Аналогічно експертом виконується оцінювання альтернатив рішень за кожним з елементів чотирьох кластерів BOCR, аналіз і підвищення узгодженості оцінок, розрахунок локальних ваг альтернатив за кожною якістю BOCR та оцінювання чутливості ранжувань на основі локальних ваг альтернатив.

Третій етап методу присвячено знаходженню агрегованих ваг елементів моделі. Вибір методу агрегування залежить від типу зв'язків між кластерами. Розглянемо частину моделі BOCR, зображеної на рис.4.5, яка містить ризики. Для агрегування локальних ваг елементів цієї моделі з урахуванням зворотних зв'язків і петель використовується метод суперматриці [95, 338]. Аналогічно виконується агрегування локальних ваг елементів доходів, витрат і можливостей. В результаті отримаємо агреговані або глобальні ваги елементів вказаних якостей.

Після цього виконується агрегування локальних ваг альтернатив рішень за чотирма кластерами доходів, витрат, можливостей і ризиків. Тип зв'язків між цими елементами – ієрархічний, тому використовується одне з правил:

$$w_i = \frac{w_i^B w_i^O}{w_i^C w_i^R}, \quad w_i = bw_i^B + ow_i^O + \frac{c}{w_i^C} + \frac{r}{w_i^R} \quad \text{або}$$

$$w_i = bw_i^B + ow_i^O + (1-c)w_i^C + (1-r)w_i^R,$$

де w_i – агрегована вага i -ої альтернативи рішень,

$w_i^B, w_i^C, w_i^O, w_i^R$ – локальні ваги i -ої альтернативи за якостями BOCR,

b, c, o, r – глобальні ваги якостей доходів, витрат, можливостей та ризиків,

На основі агрегованих ваг будується глобальне ранжування альтернатив.

На четвертому етапі здійснюється аналіз чутливості і стійкості глобального ранжування альтернатив до збурень у вагах b, c, o, r та локальних вагах $w_i^B, w_i^C, w_i^O, w_i^R$, використовуючи метод описаний в п.4.4. Це дозволяє оцінити достовірність отриманих агрегованих ваг альтернатив рішень та відповідного глобального ранжування альтернатив.

Використання пропонованого удосконалення методу BOCR MAI для розв'язання практичної задачі ППР розглянуто в п.7.5.

4.5 Висновки за розділом 4

Розділ присвячено розробці методів та дослідженню властивостей методів агрегування локальних ваг елементів ієрархічної та мережевої моделей ППР.

Розроблено удосконалений гібридний метод ППР, який використовується за умови взаємної залежності критеріїв рішень. Він включає методи теорії ППР, нечітких множин, математичного програмування і статистики, які адаптуються на різних етапах багатокритеріальної ППР залежно від конкретної задачі і якості вхідної експертної інформації. Метод обробляє експертні оцінки у вигляді нечітких множин, що зменшує навантаження на експерта і збільшує достовірність результатів, отриманих на їх основі. Удосконалення полягає в тому, що оцінювання і підвищення узгодженості чітких і нечітких експертних оцінок парних порівнянь проводиться пропонованими в пп.2.2 і 2.3 методами без участі експерта; розрахунок нечітких локальних ваг на основі НМППІ здійснюється пропонованим в п.3.2 методом; комплексне оцінювання чутливості розв'язку проводиться з використанням пропонованого в п. 3.3 методу.

Застосування нечітких інтегралів представляє узагальнений підхід до агрегування і має ряд особливостей, таких як моделювання різних очікувань експерта (прагматичні, оптимістичні і песимістичні) під час надання ним оцінок

вагомості критеріїв. Модифікація методу TOPSIS дозволяє зменшити кількість випадків появи небажаного для багатьох практичних задач явища реверсу рангів.

В результаті використання методів агрегування може виникати небажане для багатьох практичних задач явище реверсу рангів. Дослідженню цього явища присвячено пп.4.2 і 4.3 розділу. Запропоновано спосіб оцінювання явища реверсу рангів, яке може мати місце після застосування правил комбінування функцій довіри до елементів задачі ППР. Досліджено правила комбінування Демпстера, Ягера, Жанга, Дюбуа-Прада, дисконтованої і зваженої середніх. Отримано, що реверс рангів може виникнути у результаті використання методу ДШ/МАІ та правил Демпстера, Жанга і зваженої середньої, а також при використанні правила максимінного агрегування чітких локальних ваг. Виявлено випадки і особливості появи явища реверсу в результаті використання цих правил за різних варіантів збурення множини альтернатив.

Запропоновано удосконалення методу BOCR MAI, особливості якого полягають в тому, що на етапах оцінювання і підвищення узгодженості МПП і НМПП без участі експерта, а також розрахунку нечітких локальних ваг і комплексного оцінювання чутливості розв'язку використовуються розроблені в розділах 2 і 3 методи.

Результати, отримані в розділі 4, опубліковано в роботах [34, 48, 52, 58, 60, 62, 64, 87, 288, 291, 304, 305, 306].

РОЗДІЛ 5. РОЗРОБКА СИСТЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСПЕРТНОГО ОЦІНЮВАННЯ, МЕТОДИК І ЗАСОБІВ АНАЛІЗУ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТОДІВ

5.1. Аналіз результатів, отриманих методами парних порівнянь типу «трикутник» і «лінія»

5.1.1 Постановка задачі

Нехай експерт високої компетентності проводить оцінювання альтернатив рішень в шкалі відношень методом парних порівнянь. Під поняттям "висококомпетентний" розуміється експерт, який дає оцінки альтернатив, які найбільш відповідають реальним вагам цих альтернатив. А саме, якщо експерт оцінює відношення w_i^{real} / w_j^{real} реальних ваг, то найбільш відповідна його оцінка d_{ij}^* – це найближча до w_i^{real} / w_j^{real} поділка шкали. Помилки, присутні в оцінках цього експерта, обумовлені точністю шкали.

Ставиться задача дослідити вплив властивості повної узгодженості оцінок парних порівнянь, наданих експертом високої компетентності в шкалі відношень Сааті, на результуючі ваги w_i , оцінити невизначеність, яку вносить шкала Сааті в оцінки цього експерта.

5.1.2 Методика моделювання процесу експертного оцінювання методами парних порівнянь

Пропонується методика моделювання процесу експертного оцінювання альтернатив рішень методами парних порівнянь, що складається з декількох етапів. На першому етапі випадковим чином генерується тестова множина ненормованих векторів ваг $\{v = (v_i^{real})\}$ альтернатив, $v_i^{real} \in R$, $i = 1, \dots, n$. Припускається, що в кожному експерименті цей вектор ваг в деякому розумінні близький до вектору реальних ваг альтернатив за критерієм, що розглядається.

Якщо для v_i^{real} використати рівномірний закон розподілу в інтервалі $[1, 9]$, то відношення $\frac{v_i^{real}}{v_j^{real}}$ двох рівномірно розподілених величин буде мати більш

складний розподіл із значеннями, сконцентрованими навколо середини інтервалу $[1/9, 9]$.

Для отримання МПП з більш рівномірно розподіленими елементами пропонується метод генерування ваг, відповідно до якого значення v_i^{real} вибираються випадковим чином з підінтервалів інтервалу $[1, b]$: $v_i^{real} \in random [1 + (i-1) \cdot dx; 1 + i \cdot dx]$, $dx = (b-1)/n$, $i = 1, \dots, n$, де величина b підібрана емпірично і залежить від n (рис. 5.1, де вибірка мала розмір 10^5 МПП, $n=5$). Без втрати загальності припускається, що альтернативи перенумеровані в порядку зростання їх важливості.

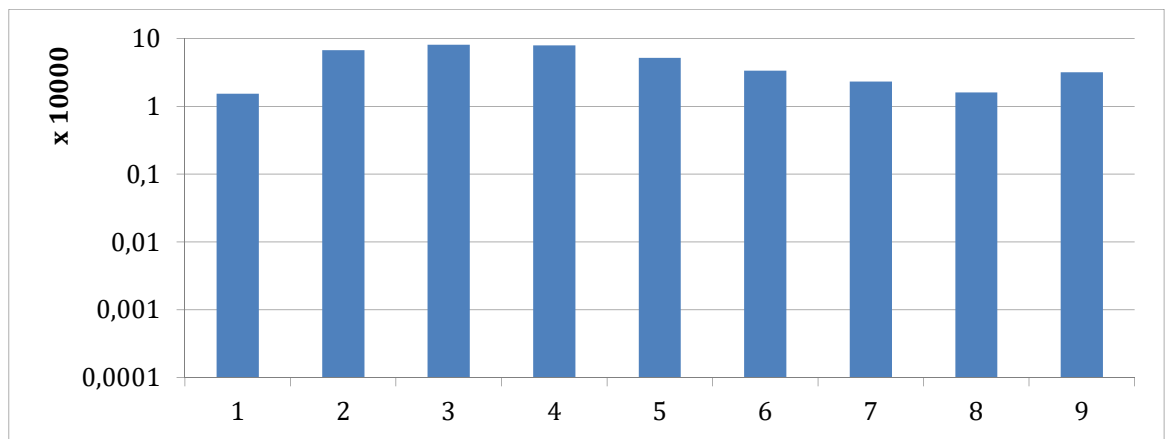


Рисунок 5.1. Гістограма розподілу кількості елементів модельованих МПП за підлітками шкали Сааті (значення по горизонтальній осі), інтервал $[1,15]$

Після нормування $w_i^{real} = v_i^{real} / \sum_k v_k^{real}$ вектор w^{real} будемо називати вектором реальних ваг. Далі, на основі w^{real} , обчислюється вхідна інформація для досліджуваних методів «трикутник» та «лінія».

Моделювання ваг методами типу «трикутник». На другому етапі обчислюється МПП D^* , найбільш близька до відношень ваг $\frac{v_i^{real}}{v_j^{real}}$ в тому розумінні, що елемент d_{ij}^* цієї МПП – округлене до найближчої поділки шкали

значення відношення $\frac{v_i^{real}}{v_j^{real}}$, $i, j = 1, \dots, n$. Наприклад, для $n=7$, згенерований вектор ненормованих ваг v^{real} і відповідна йому МПП D^* дорівнюють:

$$v^{real} = \begin{pmatrix} 2.125 \\ 3.260 \\ 7.009 \\ 9.024 \\ 10.099 \\ 12.867 \\ 15.924 \end{pmatrix}, D^* = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ 2 & 1 & & & & & \\ 3 & 2 & 1 & & & & \\ 4 & 3 & 1 & 1 & & & \\ 5 & 3 & 1 & 1 & 1 & & \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 & \\ 7 & 5 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Методами головного власного вектору ЕМ і геометричної середньої RGMM на основі МПП D^* обчислюються вектори ваг v^{EM} і v^{RGMM} , потім – нормовані вектори w^{EM} і w^{RGMM} , а також показники узгодженості CR і GCI МПП D^* .

На третьому етапі розраховуються значення евклідової і чебишевської норм відхилень знайдених векторів w^{EM} і w^{RGMM} від вектору реальних ваг $w^{real} = w$:

$$\begin{aligned} \bar{E}(w^{EM}) &= \|w^{EM} - w\|_2, \quad \bar{E}(w^{RGMM}) = \|w^{RGMM} - w\|_2, \\ \overline{Cheb}(w^{EM}) &= \|w^{EM} - w\|_\infty \quad \text{і} \quad \overline{Cheb}(w^{RGMM}) = \|w^{RGMM} - w\|_\infty. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Проводиться $M=10^5$ експериментів, в кожному з яких повторюються описані вище етапи 1 – 3. Досліджується рівень неузгодженості множини генерованих МПП. Обчислюються середні значення \overline{CR} і \overline{GCI} показників узгодженості і середні значення $\bar{E}(w^{EM})$, $\bar{E}(w^{RGMM})$, $\overline{Cheb}(w^{EM})$ і $\overline{Cheb}(w^{RGMM})$ норм відхилення (5.1) за всіма експериментами (табл.5.1).

Результати показують, що за показниками CR і GCI всі модельовані МПП D^* мають малий рівень неузгодженості, є допустимо неузгодженими.

Моделювання ваг за методом «лінія». Для кожної еталонної альтернативи a^e , $e = 1, \dots, n$ обчислюється вектор $D_e = \{(d_{ie}) | i = 1, \dots, n\}$, де d_{ie} – округлене до найближчої поділки шкали значення відношення $\frac{v_i^{real}}{v_e^{real}}$. Методом «лінія»

знаходяться вектори ваг v^e , потім – нормовані вектори w^e , $e = 1, \dots, n$.

Таблиця 5.1. Середні значення показників узгодженості і норм відхилень обчислених ваг від реальних ваг залежно від розмірності n МПП

n	3	4	5	6	7	8	9
\overline{CR}	0.008	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
\overline{GCI}	0.026	0.034	0.036	0.036	0.036	0.035	0.035
$\overline{E}(w^{EM}), \overline{E}(w^{RGMM})$	0.045	0.037	0.029	0.025	0.022	0.019, 0.018	0.017, 0.016
$\overline{Cheb}(w^{EM}), \overline{Cheb}(w^{RGMM})$	0.034	0.028	0.022	0.019	0.016	0.013	0.012, 0.011
$\overline{E}(w^{\text{лінія}})$	0.057	0.066	0.067	0.065	0.062	0.059	0.057
$\overline{Cheb}(w^{\text{лінія}})$	0.056	0.060	0.063	0.061	0.060	0.058	0.052

Обчислюються евклідова і чебишевська норми відхилень векторів w^e , $e = 1, \dots, n$ від вектору реальних ваг $w^{\text{реал}} = w$:

$$\overline{E}(w^e) = \|w^e - w\|_2 \text{ і } \overline{Cheb}(w^e) = \|w^e - w\|_\infty, \quad e = 1, \dots, n. \quad (5.2)$$

Ефективність результатів оцінюється за середніми значеннями $\overline{E}(w^{\text{лінія}})$ і $\overline{Cheb}(w^{\text{лінія}})$ норм відхилень (5.2) за всіма $M=10^5$ експериментами і за всіма еталонам $e = 1, \dots, n$ (див. табл.5.1):

$$\overline{E}(w^{\text{лінія}}) = \frac{1}{nM} \sum_{i=1}^M \sum_{e=1}^n \|w^e(i) - w^{\text{реал}}(i)\|_2, \quad \overline{Cheb}(w^{\text{лінія}}) = \frac{1}{nM} \sum_{i=1}^M \sum_{e=1}^n \|w^e(i) - w^{\text{реал}}(i)\|_\infty.$$

5.1.3 Результати аналізу ваг, обчислених методами парних порівнянь типу «трикутник» і «лінія»

У табл. 5.1 поєднано результати за методами ЕМ і RGMM, оскільки вони в основному дуже близькі. Це є наслідком гарної узгодженості модельованих МПП, а саме середні значення \overline{CR} і \overline{GCI} показників на порядок менші за свої порогові значення $CR^{\text{порог}} = 0.1$, $GCI^{\text{порог}} = 0.37$ для $n \geq 5$. Тому перший висновок

полягає в тому, що рівень неузгодженості МПП, обумовлений шкалою Сааті, відносно малий. Шкала Сааті вносить відносно малу помилку в обчислені вектори ваг w^{EM} і w^{RGMM} , оскільки норми відхилень w^{EM} і w^{RGMM} від вектору реальних ваг w^{real} набувають значень порядку 10^{-2} .

Порівнюючи середні значення норм відхилень $\bar{E}(w^{EM})$, $\bar{E}(w^{RGMM})$, $\overline{Cheb}(w^{EM})$, $\overline{Cheb}(w^{RGMM})$ для ваг за методом «трикутник» з відповідними значеннями норм $\bar{E}(w^{лінія})$ і $\overline{Cheb}(w^{лінія})$ для ваг за методом «лінія» (табл.5.1), приходимо до висновку, що властивість повної узгодженості МПП в методі «лінія» вносить додаткову помилку в розраховані ваги. А саме, норми $\bar{E}(w^{лінія})$ і $\overline{Cheb}(w^{лінія})$ приймають в декілька разів більші значення в порівнянні з нормами $\bar{E}(w^{EM})$, $\bar{E}(w^{RGMM})$ і $\overline{Cheb}(w^{EM})$, $\overline{Cheb}(w^{RGMM})$ в методі «трикутник» без накладання вимоги повної узгодженості.

Таким чином, в результаті моделювання отримано оцінки рівня неузгодженості експертних парних порівнянь, який вноситься шкалою Сааті. Також отримано оцінки помилок ваг, обчислених методами типу «трикутник» і «лінія». Встановлено, що коли експерт виконує оцінювання в шкалі Сааті, відносно малий рівень неузгодженості ($CR=10^{-2}$) його оцінок є не лише прийнятним, але й бажаним, оскільки вимога повної узгодженості цих оцінок ($CR=0$) може внести додаткову помилку при побудові МПП і, як наслідок, в результуючі ваги.

Приклад 5.1. Нехай відомий вектор ваг $w^{real} = (0.45, 0.25, 0.10, 0.20)$ чотирьох альтернатив, $n=4$. Не повідомляючи цих значень, висококомпетентного експерта попросили попарно порівняти ці альтернативи в шкалі Сааті. За його оцінками побудовано МПП D^* , де d_{ij}^* – найближча до w_i^{real} / w_j^{real} поділка шкали:

$$D^* = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3 & 1 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Показник неузгодженості $CR(D^*)=0.006 \neq 0$, тому D^* не є повністю узгодженою. Вектор ваг методом ЕМ на основі МПП D^* (5.3):

$$w^* = w^{EM}(D^*) = (0.455, 0.238, 0.092, 0.215), \quad (5.4)$$

чебишевська $Cheb$ і евклідова E норми відхилення $w^{EM}(D^*)$ від w^{real} дорівнюють

$$Cheb(w^*, w^{real}) = 0.015 \text{ і } E(w^*, w^{real}) = 0.021. \quad (5.5)$$

Оцінимо вплив вимоги повної узгодженості експертних оцінок на результуючі ваги. Нехай експерт вибрав в якості еталону альтернативу a_4 . Вектор оцінок парних порівнянь в шкалі Сааті, найближчих до відношень істинних ваг $(w_i^{real} / w_4^{real})$:

$$d^4 = (2 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 1)^T \quad (5.6)$$

співпадає з четвертим стовпцем МПП D^* (5.3). Вектор ваг методом «лінія» на основі d^4 :

$$w^4 = (0.444 \quad 0.222 \quad 0.111 \quad 0.222). \quad (5.7)$$

Вектор w^4 , очевидно, дорівнює вектору ваг методом ЕМ, якщо на основі d^4 (5.6) побудувати узгоджену МПП D^4 :

$$D^4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad w^4 = w^{EM}(D^4). \quad (5.8)$$

Значення чебишевської та евклідової норм відхилення w^4 (5.7) від w^{real} :

$$Cheb(w^4, w^{real}) = 0.075 \text{ і } E(w^4, w^{real}) = 0.094$$

значно перевищують відповідні значення норм (5.5).

Відмова від властивості повної узгодженості експертних оцінок (матриця (5.3)) привела в даному прикладі до результатів (5.4) практично в 5 разів більш ефективних, ніж результати (5.7) на основі узгоджених оцінок (5.6) і (5.8). Так як

$CR(D^*) = 0.006 \approx 0$, то МПП D^* (5.3) є невеликим збуренням деякої узгодженої МПП, недосяжної в шкалі Сааті.

5.1.4 Висновки за п.5.1

Запропоновано методику моделювання процесу оцінювання альтернатив рішень експертом високої компетентності методами парних порівнянь в шкалі Сааті. Використовуючи цю методику, отримано оцінки помилок ваг, обчислених методами типу «трикутник» і «лінія» парних порівнянь. У методах типу «лінія» ваги n альтернатив обчислюються на основі $n-1$ експертної оцінки парних порівнянь, виконаних у шкалі, і передбачається повна узгодженість знань експерта. Методи типу «трикутник» для обчислення ваг потребують надлишкову кількість $n(n-1)/2$ експертних оцінок, які використовуються для оцінювання узгодженості знань експерта. Проведено порівняння результатів, отриманих цими двома групами методів. Показано, що умова повної узгодженості експертних оцінок парних порівнянь, виконаних у шкалі, може внести додаткову помилку при побудові МПП і, як наслідок, у результуючі ваги.

5.2 Аналіз показників і критеріїв узгодженості МПП

5.2.1 Результати аналізу

Ставилася задача оцінити еквівалентність результатів аналізу узгодженості МПП, отриманих з використанням показників узгодженості CR, GCI, HCR , CI^r і k_y та двох критеріїв узгодженості (див. пп. 1.2.3 і 2.2.1). Для цього проведено моделювання залежності між вказаними показниками на тестових множинах МПП з різними властивостями. В процесі моделювання генерувалися вибірки по 500 МПП різного рівня узгодженості та різної розмірності. В якості еталону взято показник CR , який вважається традиційним для методів парних порівнянь, і виконано порівняння результатів, отриманих за допомогою показників GCI, HCR, CI^r та k_y , з результатами на основі CR . Для кожної досліджуваної МПП

розраховано ранг, значення визначників транзитивностей, як базових елементів узгодженості, а також значення показників CR, GCI, HCR , CI^r та k_y . Опишемо отримані результати залежно від рівня узгодженості МПП (табл.5.2.)

Таблиця 5.2. Характеристики МПП різного рівня узгодженості

№	Рівень узгодженості МПП	Кількість викидів	Діапазони значень показників узгодженості (для $n = 7$)					Ранг МПП
			CR	GCI	HCR	CI^r	k_y	
1	Сильно узгоджена	Немає викидів	0	0	0	0	1	1
2	Збурена сильно узгоджена	Немає викидів	[0.011; 0.100]	[0.041; 0.359]	[0.009; 0.114]	[0.129; 1.347]	[0.491; 0.845]	5, 6, 7
3	Має властивості сильної неузгодженості та слабкої узгодженості	Немає викидів	[0.117; 0.732]	[0.407; 2.230]	[0.039; 0.793]	[1.567; 16.480]	[0.378; 0.715]	7
4	Слабко неузгоджена	Один викид, інші елементи узгоджені	[0.003; 3.398]	[0.012; 3.678]	[0.000; 2.825]	[0.037; 937.000]	[0.405; 1.000]	3
5	Слабко неузгоджена	Один викид, ін. елементи збур.узгодж.	[0.007; 2.633]	[0.025; 3.227]	[0.006; 1.171]	[0.076; 486.200]	[0.289; 0.845]	5, 6, 7
6	Слабко неузгоджена (фундаментальна шкала)	Декілька викидів	[0.149; 1.737]	[0.474; 4.684]	[0.071; 1.937]	[2.047; 117.200]	[0.309; 0.684]	7

1. Якщо МПП сильно узгоджена, то показники узгодженості CR, GCI, HCR , CI^{tr} та k_y еквівалентні і свідчать про узгодженість МПП в сенсі обох досліджуваних критеріїв узгодженості. Всі значення визначників транзитивностей МПП дорівнюють нулю.

2. Згенеровано МПП, які є збуренням сильно узгоджених МПП, причому величини збурень є малими так, щоб МПП була **слабко узгодженою**. Для таких МПП в основному отримано допустиму неузгодженість в сенсі критерію узгодженості 1, тобто коригувати МПП не потрібно за кожним з показників CR, GCI, HCR та CI^{tr} (табл.5.2), крім 3.2% випадків, коли показник HCR показав необхідність у коригуванні. Показник k_y і критерій 2, навпаки, у 95% випадків показали, що потрібно коригувати МПП і лише в 5% – допустиму неузгодженість. Значення визначників транзитивностей даних МПП приймають малі значення.

Оцінено регресії показників в залежності від показника CR за методом найменших квадратів. В якості критерію значущості параметрів регресії використано коефіцієнт детермінації. Для $n=7$ отримано:

$$GCI = 0.009 + 3.426 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.99,$$

$$CI^{tr} = -0.064 + 13.673 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.99,$$

$$HCR = 0.017 + 0.516 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.27,$$

$$k_y = 0.782 - 1.337 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.16.$$

Відомо, що коефіцієнт детермінації приймає свої значення в інтервалі $[0, 1]$ і більше його значення свідчить про більшу значущість регресії. Таким чином, для збурених сильно узгоджених МПП, показники CR, GCI та CI^{tr} є еквівалентними. Показник k_y у 95% випадків помилково показує необхідність у коригуванні МПП.

3. Якщо сильно неузгоджена МПП має властивість слабкої узгодженості і заповнена значеннями з шкали Сааті, то, аналізуючи діапазони змін значень показників узгодженості (табл.5.2), доходимо до висновку, що нормовані показники CR і HCR , а також k_y в 99.4% випадків свідчать про присутність інформації в МПП, оскільки $CR < 1$, $HCR < 1$ та $k_y > T_0 = 0.39$. В 97% випадків за всіма показниками та за обома критеріями досліджувані МПП виявилися

недопустимо неузгодженими. Виключення становили 2.8% випадків суперечливих результатів за CR і HCR , а саме CR свідчив про необхідність коригування МПП, а HCR – про те, що коригувати не потрібно. Визначники транзитивностей досліджуваних МПП приймають невеликі значення в межах одного порядку величини.

Регресії показників узгодженості в залежності від показника CR за методом найменших квадратів для $n=7$ наступні:

$$GCI = 0.111 + 2.852 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.99 ;$$

$$HCR = -0.035 + 0.871 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.50 ,$$

$$CI^{tr} = -1.866 + 22.708 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.95$$

$$\text{та } k_y = 0.629 - 0.260 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.20 .$$

Таким чином, якщо сильно неузгоджена МПП має властивість слабкої узгодженості, то результати, отримані на основі показників CR , GCI та CI^{tr} в основному еквівалентні.

4. Згенеровано слабо неузгоджені МПП з різною кількістю викидів та різними властивостями елементів. Якщо в МПП один викид, а інші елементи утворюють сильно узгоджені транзитивності, то критерій узгодженості 1 на таких МПП працює погано, оскільки спрацювали всі випадки цього критерію, а саме, МПП може бути як узгодженою (за показником CR в 2% випадків), допустимо неузгодженою, тобто коригування МПП не потрібне (за показником CR в 16% випадків), так і недопустимо неузгодженою (за показником CR в 40% випадків) та інформаційним шумом (за показником CR в 42% випадків).

Аналогічні висновки справедливі для критерію узгодженості 2: МПП може бути як узгодженою (2% випадків), допустимо неузгодженою, тобто коригування МПП не потрібне (18% випадків), так і недопустимо неузгодженою (80% випадків). Значення визначників транзитивностей МПП дорівнюють нулю, за виключенням декількох транзитивностей, які відповідають одному викиду.

Спостерігалися суперечливі результати за CR , HCR та k_y в сенсі критеріїв 1 і 2:

- в 20% випадків CR свідчив про необхідність коригування МПП, а HCR - про те, що коригувати не потрібно, у 14% випадків такі суперечливі результати мали місце для CR та k_y ,

- в 2% випадків МПП не потребували коригування на основі CR і були такими, що потребують коригування за HCR , у 7% випадків такі суперечливі результати мали місце для CR та k_y ,

- показник k_y , на відміну від інших досліджуваних, жодного разу не встановив відсутність інформації в МПП (в усіх випадках виконувалося $k_y > T_0 = 0.39$), в той час як в 43% і 6% експериментів показники CR і HCR , відповідно, ідентифікували повну відсутність інформації в МПП.

Оцінено регресії показників в залежності від показника CR за методом найменших квадратів. Для $n=7$ отримано:

$$GCI = 0.324 + 1.138 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.97;$$

$$HCR = 0.050 + 0.293 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.46;$$

$$CI^r = -70.649 + 191.796 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.84;$$

$$k_y = 0.776 - 0.100 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.57.$$

Таким чином, якщо в МПП один викид, а інші елементи утворюють сильно узгоджені транзитивності, то результати, отримані на основі показників CR , GCI та CI^r в основному еквівалентні. Ці показники працюють погано, оскільки в 19% випадків вони помилково показали, що МПП не потрібно коригувати, а в 43% випадків помилково встановили повну відсутність інформації в МПП. Показник k_y на даному класі МПП працює краще, оскільки в 81% експериментів свідчив про необхідність у коригуванні МПП і жодного разу не встановив відсутність інформації в МПП.

5. Якщо викид один, а інші елементи МПП – збурення сильно узгоджених елементів, то для таких МПП критерій узгодженості 1, так само як і для попередніх МПП, працював погано, оскільки спрацьовували всі випадки цього критерію, а саме, МПП може бути допустимо неузгодженою, тобто коригування МПП не потрібне (за CR в 31% випадків), так і недопустимо

неузгодженою (за CR в 54% випадків) та інформаційним шумом (за CR в 15% випадків). Значення визначників транзитивностей МПП приймали малі значення, за виключенням декількох транзитивностей з великими значеннями, які відрізнялися від інших більше ніж на порядок величини і відповідали викиду.

Критерій 2 працював гарно, оскільки в 96% випадків k_y правильно показав присутність інформації в МПП і необхідність її коригування, і лише в 4% випадків ідентифікував МПП як інформаційний шум.

Регресії показників в залежності від показника CR за методом найменших квадратів для $n=7$ наступні:

$$GCI = 0.283 + 1.300 \cdot CR \text{ з коефіцієнтом детермінації } R^2 = 0.97 ;$$

$$HCR = 0.086 + 0.186 \cdot CR , \text{ коефіцієнт детермінації } R^2 = 0.49 ;$$

$$CI'' = -23.297 + 119.071 \cdot CR , \text{ коефіцієнт детермінації } R^2 = 0.87 ;$$

$$k_y = 0.667 - 0.080 \cdot CR , \text{ коефіцієнт детермінації } R^2 = 0.28 .$$

Таким чином, якщо викид один, а інші елементи МПП – це збурення сильно узгоджених елементів, то результати, отримані на основі показників CR, GCI та CI'' , в основному еквівалентні. На згенерованих множинах МПП ці показники працювали погано, оскільки в 31% випадків вони помилково показали, що МПП не потрібно коригувати. Добре спрацював показник k_y , який в 96% випадків показав присутність інформації в МПП і необхідність її коригування.

6. Якщо викидів в МПП декілька, то в 52% випадків всі показники свідчили про присутність інформації і необхідність коригування МПП, причому на основі CR – в 61% випадків, на основі HCR – в 57% випадків, на основі k_y – в 99% випадків. Відсутність інформації було виявлено за всіма трьома показниками CR , HCR та k_y одночасно лише в 0.7% випадків, за двома показниками CR і HCR – в 40% випадків, а за k_y – в 1% випадків. Регресії показників в залежності від CR за методом найменших квадратів для $n=7$ наступні:

$$GCI = 0.212 + 2.458 \cdot CR , \text{ коефіцієнт детермінації } R^2 = 0.95 ;$$

$$HCR = -0.169 + 1.163 \cdot CR , \text{ коефіцієнт детермінації } R^2 = 0.69 ;$$

$$CI'' = -25.300 + 64.927 \cdot CR , \text{ коефіцієнт детермінації } R^2 = 0.92 ;$$

$$k_y = 0.547 - 0.045 \cdot CR, \text{ коефіцієнт детермінації } R^2 = 0.04.$$

Таким чином, якщо МПП слабо неузгоджена з декількома викидами, то результати, отримані на основі показників CR, GCI та CI'' в основному еквівалентні. Присутні декілька транзитивностей з великими значеннями, які відрізняються від інших більше ніж на порядок величини і відповідають викидам.

Для МПП, які мають властивість слабкої узгодженості, суперечливі результати між CR та HCR мали місце в малій кількості випадків (3.2% та 2.8%, відповідно, для різних рівнів слабкої узгодженості МПП). Тому ці суперечливі результати вважалися практично незначущими.

5.2.2 Приклади суперечливих результатів оцінювання допустимості неузгодженості МПП відомими методами

Для ілюстрації того, наскільки критичними в практичних задачах є виявлені суперечливі результати оцінювання узгодженості, розглянуто приклади, в яких відомі показники та критерії узгодженості (див. пп.1.2.3 і 2.2.1) призводять до різних результатів щодо допустимої неузгодженості та необхідності коригування МПП. Показано, що розрахунок ваг альтернатив рішень на основі початкової та скоригованої МПП призводить до різних ранжувань альтернатив.

Приклад 5.2. МПП $\tilde{D}_{1 \times 7}$ має властивості слабкої узгодженості і сильної неузгодженості:

$$\tilde{D}_{1 \times 7} =$$

1	3	8	1	5	1/3	1
1/3	1	2	1/3	1/2	1/4	1/6
1/8	1/2	1	1/4	1/2	1/8	1/7
1	3	4	1	4	1/5	1/2
1/5	2	2	1/4	1	1/4	1/4
3	4	8	5	4	1	1/4
1	6	7	2	4	4	1

Значення показників узгодженості МПП $\check{D}1_{7 \times 7}$ дорівнюють: $CR = 0.09$, $GCI = 0.31$, $HCR = 0.17$, $CI^{tr} = 1.19$, $k_y = 0.61$. Порівнюючи їх з пороговими значеннями $CR^{porog} = 0.1$, $GCI^{porog} = 0.37$, $HCR^{porog} = 0.1$, $CI^{tr\,porog} = 1.329$, $T_0 = 0.40$ і $T_u = 0.79$ для $n = 7$, приходимо до висновку, що МПП $\check{D}1_{7 \times 7}$ допустимо неузгоджена та коригування непотрібне за показниками CR , GCI та CI^{tr} та критерієм 1 і не є допустимо неузгодженою та потребує коригування за показниками HCR , k_y та критерієм 2.

Приклад 5.3. МПП $D2_{7 \times 7}$ слабо неузгоджена за означенням:

$$D2_{7 \times 7} =$$

1	1/8	6	1/6	4	1/2	1/3
8	1	48	4/3	32	4	3/8
1/6	1/48	1	1/36	2/3	1/12	1/18
6	3/4	36	1	24	3	2
1/4	1/32	3/2	1/24	1	1/8	1/12
2	1/4	12	1/3	8	1	2/3
3	8/3	18	1/2	12	3/2	1

Значення показників узгодженості МПП $D2_{7 \times 7}$ дорівнюють: $CR(D2_{7 \times 7}) = 0.06$, $GCI(D2_{7 \times 7}) = 0.18$, $HCR(D2_{7 \times 7}) = 0.12$, $CI^{tr}(D2_{7 \times 7}) = 0.75$, $k_y(D2_{7 \times 7}) = 0.69$. Порівнюючи їх з пороговими значеннями (див. приклад 5.2), отримаємо, що МПП $D2_{7 \times 7}$ допустимо неузгоджена (підвищення узгодженості непотрібне) за показниками CR , GCI та CI^{tr} та критерієм 1 і не є допустимо неузгодженою (потребує коригування) за показниками HCR , k_y та критерієм 2.

Знайдемо цикл в слабо неузгодженій МПП $D2_{7 \times 7}$, використовуючи означення (див. п.2.2.1). Умова $(d_{ij} > 1) \wedge (d_{jk} > 1) \wedge (d_{ik} < 1)$ порушення порядкової транзитивності на множині альтернатив виконується для $(i, j, k) = (2, 4, 7)$, тому цикл в МПП $D2_{7 \times 7}$ – це трійка $(i, j, k) = (2, 4, 7)$. Використовуючи пропонування метод MOutflow (див. п.2.2.3), знайдемо найбільш неузгоджений елемент в МПП $D2_{7 \times 7}$ –

це елемент $d_{ik} = d_{27} = 3/8$. Після зміни цього елемента на обернено симетричний $d_{27} := 8/3$, МПП $D2_{7 \times 7}$ стає сильно узгодженою.

МПП такого виду, тобто слабко неузгоджені з одним викидом, коли інші елементи утворюють сильно узгоджені транзитивності, можуть виникати, наприклад, в результаті помилки оператора під час введення оцінок альтернатив рішень за кількісним або якісним критерієм. При оцінюванні за кількісним критерієм, зазвичай, в наявності є статистична інформація, тому результуюча МПП в основному сильно узгоджена. Однак, помилка оператора може призвести до викиду в такій МПП.

Приклад 5.4. Розглянемо слабко неузгоджену МПП $D3_{7 \times 7}$, яка має один викид, а інші елементи сильно узгоджені:

$$D3_{7 \times 7} =$$

1	1/5	1/6	1/2	1/5	1/2	1/6
5	1	5/6	5/2	1	5/2	5/6
6	6/5	1	3	6/5	1/3	1
2	2/5	1/3	1	2/5	1	1/3
5	1	5/6	5/2	1	5/2	5/6
2	2/5	3	1	2/5	1	1/3
6	6/5	1	3	6/5	3	1

Порівнюючи значення показників узгодженості $CR(D3_{7 \times 7}) = 0.076$, $GCI(D3_{7 \times 7}) = 0.23$, $HCR(D3_{7 \times 7}) = 0.068$, $CI''(D3_{7 \times 7}) = 1.016$, $k_y(D3_{7 \times 7}) = 0.783$ з їх пороговими значеннями (див. приклад 5.2), отримуємо, що МПП $D3_{7 \times 7}$ допустимо неузгоджена (підвищення узгодженості непотрібне) за показниками CR, GCI, HCR, CI'' та критерієм 1, і не є допустимо неузгодженою (потребує коригування) за показником k_y та критерієм 2. Ваги альтернатив рішень на основі МПП $D3_{7 \times 7}$:

- за методом ЕМ: $\text{vec}^T = (0.037 \ 0.183 \ 0.172 \ 0.073 \ 0.183 \ 0.133 \ 0.219)$,

- за методом RGMM: $w^T = (0.038 \ 0.191 \ 0.168 \ 0.077 \ 0.191 \ 0.105 \ 0.23)$,

- за методом АН: $w_AN^T = (0.04 \ 0.198 \ 0.149 \ 0.079 \ 0.198 \ 0.099 \ 0.238)$

призводять до однакового ранжування: $a_7 \succ a_2 = a_5 \succ a_3 \succ a_6 \succ a_4 \succ a_1$.

Слабко неузгоджена МПП $D3_{7 \times 7}$ має цикл, який визначається трійкою індексів (2, 3, 6). Використовуючи пропонований метод MOutflow (див.п.2.2.3), знайдемо найбільш неузгоджений елемент в МПП $D3_{7 \times 7}$ – це елемент $d_{36} = 1/3$. Після його зміни $d_{36} := 3$, скоригована МПП $D3_{7 \times 7}$ не має циклу, стає сильно узгодженою і методи ЕМ, RGMM і АН призводять до однакового вектору ваг: $\text{vec}^T = (0.037 \ 0.185 \ 0.222 \ 0.074 \ 0.185 \ 0.074 \ 0.222)$, який задає інше ранжування альтернатив:

$$a_7 = a_3 \succ a_2 = a_5 \succ a_6 = a_4 \succ a_1.$$

Таким чином, після коригування найбільш неузгодженого елементу і виключення циклу в МПП $D3_{7 \times 7}$ отримали ранжування, яке відрізняється від ранжування до коригування МПП. Відомі показники CR , GCI , HCR , CI'' та критерій узгодженості не виявили цикл в МПП $D3_{7 \times 7}$, оцінили її допустимо неузгодженою, такою що не потребує коригування.

Приклад 5.5. Розглянемо слабко неузгоджену МПП $D4_{7 \times 7}$, яка має один викид, а інші елементи – це збурення сильно узгоджених елементів та утворюють допустимо неузгоджені транзитивності:

$$D4_{7 \times 7} =$$

1	1/8	6	1/6	4	1/2	1/3
8	1	9	2	9	4	1/3
1/6	1/9	1	1/9	1	1/9	1/9
6	1/2	9	1	9	3	2
1/4	1/9	1	1/9	1	1/8	1/8
2	1/4	9	1/3	8	1	1/3
3	3	9	1/2	8	3	1

Така МПП виникає, наприклад, в результаті оцінювання альтернатив за якісним критерієм в фундаментальній шкалі, коли експерт допустив помилку при записі елементів в симетричні позиції МПП.

Значення показників узгодженості $CR(D4_{7 \times 7}) = 0.093$, $GCI(D4_{7 \times 7}) = 0.329$, $HCR(D4_{7 \times 7}) = 0.173$, $CI^r(D4_{7 \times 7}) = 1.239$ та $k_y(D4_{7 \times 7}) = 0.603$. Порівнюючи їх з пороговими значеннями (див. приклад 5.2), маємо, що МПП $D4_{7 \times 7}$ допустимо неузгоджена за показниками CR , GCI та CI^r і не є допустимо неузгодженою, тобто потребує коригування, за показниками HCR та k_y . Ваги альтернатив рішень на основі МПП $D4_{7 \times 7}$, отримані різними методами:

- методом ЕМ: $\text{vec}^T = (0.062 \ 0.276 \ 0.019 \ 0.253 \ 0.021 \ 0.104 \ 0.265)$,

- методом RGMM: $w^T = (0.065 \ 0.269 \ 0.02 \ 0.262 \ 0.022 \ 0.113 \ 0.248)$,

- методом АН: $w_AN^T = (0.058 \ 0.231 \ 0.027 \ 0.278 \ 0.029 \ 0.1 \ 0.277)$

призводять до різних ранжувань альтернатив. Наприклад, з точністю 10^{-2} ранжування за традиційним методом ЕМ дорівнює $a_2 \succ a_7 \succ a_4 \succ a_6 \succ a_1 \succ a_5 = a_3$.

Слабко неузгоджена МПП $D4_{7 \times 7}$ має цикл, який визначається трійкою індексів (2, 4, 7). Використовуючи запропонований метод MOutFlow (див.п.2.2.3), знайдемо найбільш неузгоджений елемент в МПП $D4_{7 \times 7}$ – це елемент $d_{27} = 1/3$. Після його зміни на обернено симетричний $d_{27} := 3$, МПП $D4_{7 \times 7}$ стає допустимо неузгодженою ($CR = 0.058$, $GCI = 0.213$, $HCR = 0.025$, $k_y = 0.660$) за всіма показниками, крім k_y . Ваги на основі скоригованої МПП $D4_{7 \times 7}$:

- за методом ЕМ: $\text{vec}^T = (0.063 \ 0.362 \ 0.02 \ 0.249 \ 0.022 \ 0.11 \ 0.173)$,

- за методом RGMM: $w^T = (0.063 \ 0.357 \ 0.02 \ 0.254 \ 0.022 \ 0.109 \ 0.175)$,

- за методом АН: $w_AN^T = (0.05 \ 0.422 \ 0.023 \ 0.243 \ 0.026 \ 0.087 \ 0.149)$,

задають однакове ранжування альтернатив $a_2 \succ a_4 \succ a_7 \succ a_6 \succ a_1 \succ a_5 = a_3$, однак це ранжування не співпадає з ранжуванням, отриманим на основі початкової МПП. Так як і в попередньому прикладі 5.4, відомі показники CR , GCI , CI^r та критерій узгодженості не виявили цикл в МПП $D4_{7 \times 7}$, оцінили її допустимо неузгодженою, такою що не потребує коригування.

5.2.3 Висновки за п.5.2

Оцінено еквівалентність результатів аналізу узгодженості МПП, отриманих з використанням відомих показників узгодженості CR, GCI, HCR , CI'' та k_y та двох критеріїв узгодженості. Оцінювання проведено шляхом моделювання тестових МПП в широкому діапазоні зміни їх рівня неузгодженості і аналізу рядів із значеннями CR, GCI, HCR , CI'' та k_y . Отримано наступні результати:

1. Мають місце лінійні залежності між значеннями показників GCI і CR з коефіцієнтом детермінації 0.95 і вище для всіх досліджуваних рівнів неузгодженості МПП. Це узгоджується з результатом, отриманим в [124].

2. Для всіх досліджуваних рівнів неузгодженості МПП мають місце лінійні залежності між показниками CI'' і CR , коефіцієнт детермінації в цьому випадку приймав менші значення – в основному 0.90 і вище. Тому результати за показниками CI'' і CR в основному еквівалентні. Зокрема, покращення узгодженості МПП в термінах CI'' в основному призводить до покращення узгодженості МПП в термінах CR .

3. Результати за показниками HCR , k_y і CR в багатьох випадках відрізняються: ці показники часто призводять до різних висновків щодо допустимої неузгодженості МПП.

4. Встановлено, що допустимість неузгодженості МПП на основі показників CR , GCI та CI'' і відомого методу [93, 94, 336] не гарантує, що ранжування альтернатив, отримані методами ЕМ і RGMM, будуть співпадати між собою. Тому ранжування альтернатив в багатьох випадках залишається невизначеним. Це в основному стосується слабо неузгоджених МПП.

5. Суттєве обмеження відомих методів [93, 94, 110, 336] полягає в тому, що вони не ідентифікують порушення порядкової транзитивності або цикл в МПП. Присутність циклу в МПП означає, що не існує ранжування альтернатив, яке задовольняє всім елементам МПП. Проте, для ряду тестових задач було отримано, що метод [93, 94, 336] визнає МПП з циклом допустимо неузгодженими і придатними для надійного розрахунку локальних ваг на їх основі.

6. В абсолютній більшості тестових задач і для всіх досліджуваних рівнів узгодженості МПП пропонований в розділі 2 метод оцінювання узгодженості більш ефективний в порівнянні з відомими [93, 94, 110, 336], оскільки на етапах пропонованого методу перевіряється наявність циклу в МПП і необхідність у коригуванні МПП. Ранжування альтернатив, отримані різними методами на основі МПП, узгодженість яких оцінена і скоригована пропонованим в розділі 2 методом, в абсолютній більшості тестових задач співпадали між собою. Це підтверджує достовірність ранжувань, отриманих на основі скоригованих МПП.

5.3 Методика аналізу ефективності методів підвищення узгодженості МПП без участі експерта

5.3.1 Опис методики

Різні методи пошуку найбільш узгодженого елементу МПП, зокрема ті, що описані в п.1.2.4, можуть призводити до різних результатів. Тому ми не можемо точно знати, який елемент МПП слід коригувати для підвищення рівня узгодженості та виключення циклів в МПП. У зв'язку з цим запропоновано методику аналізу ефективності методів підвищення узгодженості МПП, яка включає етап аналізу методів пошуку найбільш узгоджених елементів та циклів у МПП (рис.5.2). Ідея полягає у генеруванні тестових множин МПП різного рівня узгодженості, для кожної з яких вектор реальних ваг є відомим. На основі скоригованих МПП розраховується вектор ваг і порівнюється з відомим вектором, після чого робиться висновок про ефективність методу коригування. Для аналізу методів пошуку найбільш узгоджених елементів генеруються слабо узгоджені МПП з циклом або циклами, за умови, що найбільш узгоджений елемент МПП апіорно відомий для кожної з цих МПП. До згенерованих МПП застосовується метод пошуку найбільш узгодженого елементу, і результати порівнюються з відомим найбільш узгодженим елементом та циклами в МПП.

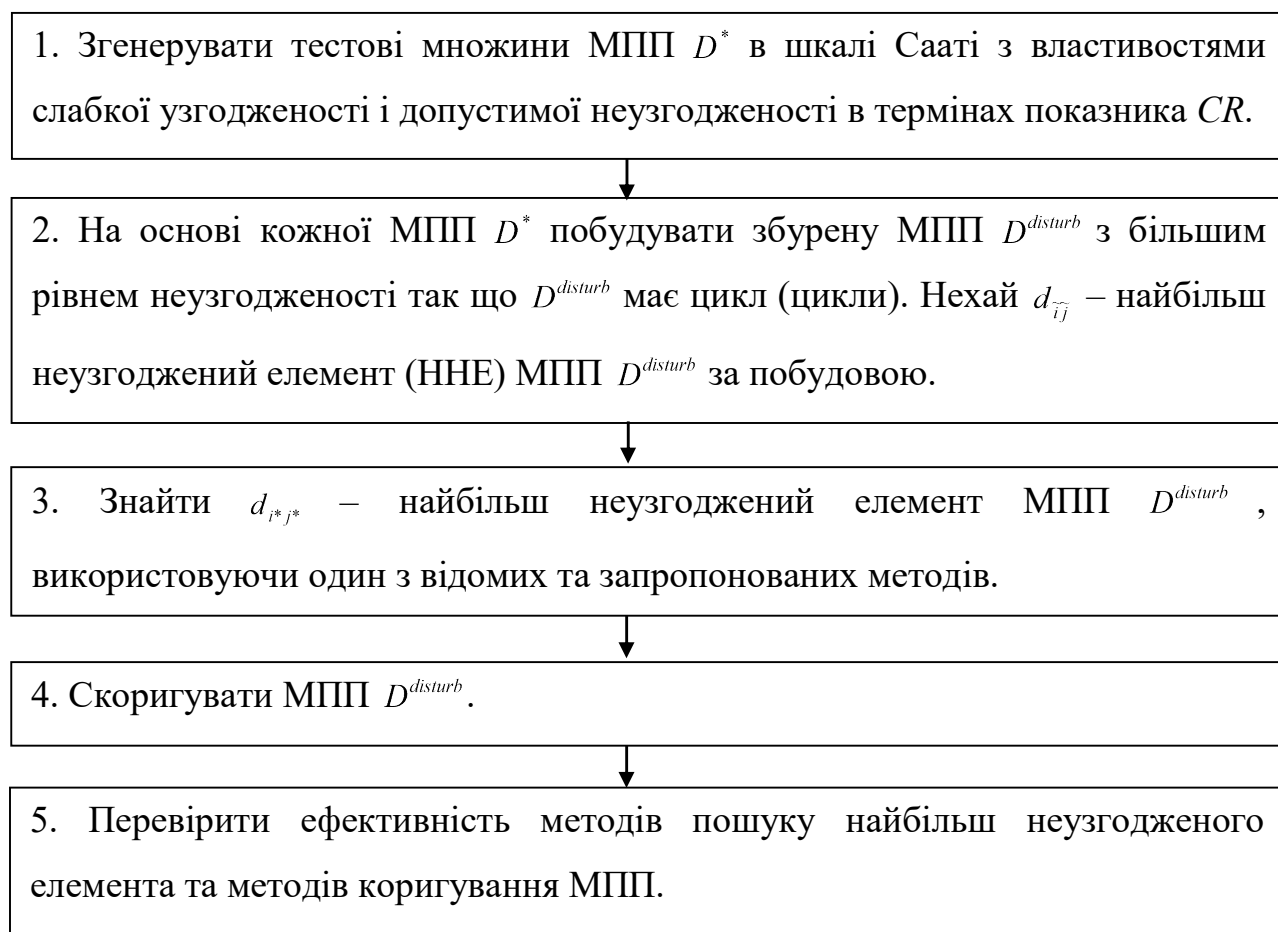


Рисунок 5.2. Етапи методики аналізу ефективності методів пошуку найбільш неузгодженого елементу МПП без участі експерта

Розглянемо етапи пропонованої методики та результати її застосування до аналізу ефективності відомих (див п.1.2.4) та запропонованих (див п. 2.2.3) методів підвищення узгодженості та пошуку найбільш неузгодженого елементу МПП.

Етап 1 (ініціалізація): Згенеровано тестові множини допустимо неузгоджених МПП D^* в шкалі Сааті, які мають додаткову властивість слабкої узгодженості. Припускається, що ці МПП D^* моделюють судження висококомпетентного експерта і представляють відношення реальних ваг. Для генерування МПП D^* запропоновано декілька способів з метою отримання більш достовірних результатів.

Перший спосіб генерування МПП D^ :* елементи МПП задано випадковим чином з дискретної множини $\{1/9, \dots, 9\}$. Для подальшого аналізу відібрано

МПП (позначені D^*), що мають властивості слабкої узгодженості і допустимої неузгодженості. На основі МПП D^* розраховано вектор ваг w^* . Припускається, що вектор w^* близький до вектору реальних ваг.

*Другий спосіб генерування МПП D^** : Задано вектор ваг w^* і на його основі – узгоджену МПП (w_i^* / w_j^*). Цю МПП збурено (результат – це МПП D^*) наступним чином:

$$d_{ij}^* = \text{Scale}((w_i^* / w_j^*)(1 + \delta_{i,j})), \quad (5.9)$$

де $\delta_{i,j}$ – випадкова величина, рівномірно розподілена в інтервалі $[0, 1]$, $\text{Scale}(x)$ повертає найближче до x значення шкали Сааті. Припускається, що функція (5.9) моделює процес оцінювання експертом альтернатив рішень методом парних порівнянь в шкалі Сааті.

Для подальшого аналізу відібрано МПП D^* , які мають властивості слабкої узгодженості і допустимої неузгодженості в термінах показника CR . З метою ілюстрації рівня неузгодженості МПП D^* побудовано довірчі інтервали $[m-3\sigma, m+3\sigma]$ для значень CR цих МПП (табл. 5.3, де m і σ – вибіркові середня і стандартне відхилення для значень CR множини згенерованих МПП). В табл.5.3 представлено інтервали, які містять 99.7% значень CR згенерованих МПП D^* . Отримано, що розподіл значень CR для різних n близький до нормального.

Таблиця 5.3. Довірчі інтервали $[m-3\sigma, m+3\sigma]$ для значень $CR(D^*)$ при використанні другого способу генерування МПП D^*

n	4	5	6	7	8
Довірчий інтервал	[0, 0.080]	[0, 0.100]	[0, 0.092]	[0, 0.081]	[0.005, 0.079]

Етап 2 (побудова МПП $D^{disturb}$): Кожна МПП D^* з кожної згенерованої тестової множини значно збурюється так, що рівень її неузгодженості збільшується і з'являється цикл (цикли), тобто МПП стає слабо неузгодженою.

Позначимо $D^{disturb}$ – результат збурення МПП D^* . Для побудови циклу випадковим чином вибирається один з елементів $d_{\tilde{i}\tilde{j}}^* \neq 1$ МПП D^* , що визначається парою індексів (\tilde{i}, \tilde{j}) , $\tilde{i} \neq \tilde{j}$, та його значення змінюється на обернено симетричне. Нехай $d_{\tilde{i}\tilde{j}}^* = a$, тоді відповідний елемент МПП $D^{disturb}$ приймає значення $d_{\tilde{i}\tilde{j}} = 1/a$. У результаті такого збурення рівень неузгодженості МПП $D^{disturb}$, в основному, значно зростає порівняно з МПП D^* . Відповідно до наступного твердження 5.1 елемент $d_{\tilde{i}\tilde{j}}$ МПП $D^{disturb}$ найбільш неузгоджений за побудовою.

Твердження 5.1. Нехай $D = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$ – МПП в шкалі Сааті, яка має властивості слабкої узгодженості і допустимої неузгодженості, (\tilde{i}, \tilde{j}) – пара індексів, $\tilde{i}, \tilde{j} = 1, \dots, n$, $\tilde{i} < \tilde{j}$ і $d_{\tilde{i}\tilde{j}} \geq 1$. Нехай МПП D' – збурення МПП D , таке що всі елементи МПП D' співпадають з елементами D , крім елемента $d'_{\tilde{i}\tilde{j}} = 1/d_{\tilde{i}\tilde{j}}$ та обернено симетричного до нього елемента $d'_{\tilde{j}\tilde{i}} = d_{\tilde{i}\tilde{j}}$. Тоді максимальне покращення узгодженості МПП D' за один крок в термінах показника узгодженості CR має місце в результаті зміни елементів $d'_{\tilde{i}\tilde{j}}$ і $d'_{\tilde{j}\tilde{i}}$.

Для доведення твердження 5.1 використовуються два допоміжних твердження 5.2 і 5.3.

Твердження 5.2. Нехай D – МПП в шкалі Сааті, яка має властивості слабкої узгодженості і допустимої неузгодженості. Зафіксуємо елемент $d_{\tilde{i}\tilde{j}} \geq 1$ МПП D , $\tilde{i}, \tilde{j} = 1, \dots, n$, $\tilde{i} < \tilde{j}$. Нехай МПП D' – це збурення МПП D , таке що всі елементи МПП D' співпадають з елементами МПП D крім елемента $d'_{\tilde{i}\tilde{j}} = 1/d_{\tilde{i}\tilde{j}}$ та обернено симетричного до нього $d'_{\tilde{j}\tilde{i}} = d_{\tilde{i}\tilde{j}}$. Тоді рівень неузгодженості транзитивності $\Gamma'_{\tilde{i}\tilde{j}k} = (d'_{\tilde{i}\tilde{j}}, d_{\tilde{j}k}, d_{\tilde{i}k})$ МПП D' перевищує рівень (співпадає з рівнем) неузгодженості транзитивності $\Gamma_{\tilde{i}\tilde{j}k} = (d_{\tilde{i}\tilde{j}}, d_{\tilde{j}k}, d_{\tilde{i}k})$ МПП D , $k = 1, \dots, n$, якщо $d_{\tilde{i}\tilde{j}} > 1$ ($d_{\tilde{i}\tilde{j}} = 1$).

Доведення. Для фіксованих МПП різного рівня узгодженості в п.5.2 отримано лінійну залежність між значеннями показників узгодженості CR та CI^r цих МПП.

Тому покращення узгодженості МПП в термінах показника узгодженості CI'' в основному призводить до покращення узгодженості цієї МПП в термінах показника CR . У зв'язку з цим, в даному доведенні буде використано показник узгодженості CI'' .

Для вимірювання рівня неузгодженості транзитивності $\Gamma_{\tilde{ij}k} = (d_{\tilde{ij}}, d_{\tilde{jk}}, d_{\tilde{ik}})$ МПП D використовується детермінант [314]:

$$\det = \frac{d_{\tilde{ij}} d_{\tilde{jk}}}{d_{\tilde{ik}}} + \frac{d_{\tilde{ik}}}{d_{\tilde{ij}} d_{\tilde{jk}}} - 2.$$

Позначимо $d_{\tilde{ij}} = a$, $d_{\tilde{jk}} / d_{\tilde{ik}} = b$ і $ab = \varepsilon = 1 + \delta$. Тоді $\det = ab + 1/(ab) - 2$, $d'_{\tilde{ij}} = 1/a$ і $\det' = b/a + a/b - 2$.

$$\begin{aligned} (\det' \geq \det) &\Leftrightarrow (b/a + a/b \geq ab + 1/(ab)) \Leftrightarrow ((a - \varepsilon)(a - 1) \geq 0) \\ &\Leftrightarrow ((a - 1 - \delta)(a - 1) \geq 0). \end{aligned}$$

Якщо транзитивність $\Gamma_{\tilde{ij}k}$ узгоджена, тобто $d_{\tilde{ij}} d_{\tilde{jk}} = d_{\tilde{ik}}$, тоді $\det = 0$, $\varepsilon = 1$ і $\delta = 0$, в іншому випадку $\det > 0$. МПП допустимо неузгоджена, якщо для її транзитивностей виконується умова $|\delta| < 1$ та число n приймає не дуже великі значення [326, 336]. Тому, для досліджуваної допустимо неузгодженої МПП в шкалі Сааті нерівність $a - 1 - \delta > 0$ виконується, якщо $a > 1$.

В результаті, нерівність $\det' > \det$ має місце, якщо елемент $d_{\tilde{ij}}$ допустимо неузгодженої МПП в шкалі Сааті задовольняє умові $d_{\tilde{ij}} > 1$. Рівність $\det' = \det$ виконується, якщо $d_{\tilde{ij}} = 1$. ■

Твердження 5.3. Для кожної слабко узгодженої МПП $D = \{d_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$ існує перестановка, яка перетворює цю МПП до виду $T = \{t_{ij} \mid t_{ij} \geq 1 \text{ для } i \leq j\}$.

Доведення. Нехай D – слабко узгоджена МПП альтернатив a_1, a_2, \dots, a_n . Тоді існує ранжування цих альтернатив, яке задовольняє елементам МПП D :

$$(d_{ij} \geq 1) \Leftrightarrow (a_i \succeq a_j).$$

Позначимо це ранжування R . Воно може бути побудовано на основі ваг, розрахованих методом головного власного вектору ЕМ або будь-яким іншим методом розрахунку ваг, оскільки, в основному, ранжування на основі слабко узгодженої МПП, отримані різними методами, співпадають між собою. Побудуємо нове ранжування $Q : a_1 \succeq a_2 \succeq \dots \succeq a_n$ на основі ранжування R . Це еквівалентно перенумеруванню досліджуваних альтернатив, щоб виконувалося ранжування Q . Після цього до елементів МПП D застосовується перестановка так, щоб задовольнялося ранжування Q . Шукана МПП T – результат цієї перестановки. ■

Доведення твердження 5.1. Слабко узгоджена МПП D може бути перетворена до вигляду T відповідно до твердження 5.3. Тому, без втрати загальності, припускається, що $D = \{d_{ij} \mid d_{ij} \geq 1 \text{ для } i \leq j\}$. Тоді елементи МПП D' :

$$d'_{\tilde{i}\tilde{j}} = 1/d_{\tilde{i}\tilde{j}} \leq 1, \quad \tilde{i} < \tilde{j},$$

всі інші елементи вище головної діагоналі $d'_{ij} \geq 1, i \leq j, i \neq \tilde{i}, j \neq \tilde{j}$.

Відповідно до твердження 5.2 зміна будь-якого елемента d'_{ij} МПП D' , що задовольняє $i \leq j, i \neq \tilde{i}, j \neq \tilde{j}$, на обернено симетричне значення призводить до рівня неузгодженості МПП D' , який не менший за рівень неузгодженості початкової МПП D' . Строге зменшення рівня неузгодженості МПП D' має місце якщо змінюється елемент $d'_{\tilde{i}\tilde{j}} < 1$ МПП D' . ■

Етап 3 (пошук найбільш неузгодженого елемента МПП $D^{disturb}$): До слабко неузгодженої МПП $D^{disturb}$ застосовуються методи пошуку найбільш неузгодженого елемента, що описані в п.1.2.4 і запропоновані в п.2.2.3. В результаті за кожним з методів знайдено найбільш неузгоджений елемент $d_{i^*j^*}$ МПП $D^{disturb}$.

Етап 4 (коригування МПП $D^{disturb}$): Досліджуються два методи підвищення узгодженості МПП, запропоновані в п.2.2.4. Відповідно до методу 1 всі елементи МПП $D^{disturb}$ ітераційно змінюються без участі експерта до досягнення цією МПП

допустимої неузгодженості. У методі коригування 2 змінюються лише елемент $d_{i^*j^*}$ МПП $D^{disturb}$, знайдений на етапі 3, та обернено симетричний йому $d_{j^*i^*}$.

Пропонуються два *критерії коригування МПП*:

1. МПП стає слабо узгодженою, тобто не має циклів у результаті коригування.
2. МПП має мінімально можливе значення показника узгодженості CR .

Критерій виключення циклів в МПП розглядається більш важливим. Оскільки генеруються МПП в шкалі Сааті, то значення-кандидати для коригування (зміни) найбільш неузгодженого елемента $d_{i^*j^*}$ МПП $D^{disturb}$ – це значення цієї шкали. Із значень-кандидатів вибирається підмножина Sc значень, що забезпечують відсутність циклів у скоригованій МПП. З множини Sc вибирається значення p , на якому досягається найкращий рівень узгодженості, тобто мінімально можливе значення показника CR скоригованої МПП. Елементу $d_{i^*j^*}$ присвоюється значення p .

Етап 5 (перевірка ефективності методів):

Метод підвищення узгодженості МПП називається *ефективним*, якщо вектор ваг w^{cor} на основі скоригованої МПП $D^{disturb}$ є ближчим до вектору ваг w^* , ніж вектор ваг w^{dstrb} на основі початкової МПП $D^{disturb}$ до коригування:

$$dist(w^{cor}, w^*) < dist(w^{dstrb}, w^*),$$

де w^* – вектор ваг близький в деякому розумінні до вектору реальних ваг, w^* згенеровано або обчислено на етапі 1, $dist(x, y)$ – функція відстані.

Наприклад, функція кутової відстані може використовуватися для аналізу МПП [17]:

$$dist(x, y) = \left\| \frac{x}{\|x\|_2} - \frac{y}{\|y\|_2} \right\|_2.$$

Пропонується наступне твердження 5.4 для визначення, чи є метод пошуку найбільш неузгодженого елемента МПП ефективним.

Твердження 5.4. Метод пошуку найбільш неузгодженого елемента (ННЕ) є ефективним, якщо його результатом є ННЕ, який дорівнює відомому ННЕ МПП за умов моделювання.

Доведення. Нехай ННЕ $d_{i^*j^*}$ МПП $D^{disturb}$ – результат застосування одного з методів. Нехай відомий ННЕ $d_{\tilde{i}\tilde{j}}$ слабо узгодженої МПП D^* змінено так, що йому присвоєно обернено симетричне значення. Нехай w^* – вектор ваг на основі МПП D^* , w^{cor} – вектор ваг на основі скоригованої $D^{disturb}$ і w – вектор ваг на основі початкової МПП $D^{disturb}$ до коригування. Якщо $i^* = \tilde{i}$ і $j^* = \tilde{j}$, то слабо узгоджена МПП, близька в деякому розумінні до D^* є результатом коригування МПП $D^{disturb}$. Вектор w^{cor} ближчий до w^* , ніж вектор w . Тому умова $dist(w^{cor}, w^*) < dist(w^{distrb}, w^*)$ виконується і метод є ефективним. ■

Наступне твердження 5.5 показує, що рівень неузгодженості скоригованої МПП $D^{disturb}$ є меншим за рівень неузгодженості початкової слабо неузгодженої МПП $D^{disturb}$.

Твердження 5.5. Ефективний метод призводить до менш неузгодженої МПП за умов моделювання.

Доведення. Нехай пара індексів (i^*, j^*) МПП $D^{disturb}$ – результат застосування ефективного методу, тобто, метод визначив елемент $d_{i^*j^*}$ МПП $D^{disturb}$ найбільш неузгодженим. Нехай МПП D^{cor} – результат коригування МПП $D^{disturb}$, у результаті якого змінюються лише елементи $d_{i^*j^*}$ і $d_{j^*i^*}$ МПП $D^{disturb}$. Метод ефективний, тому вектор ваг w^{cor} на основі МПП D^{cor} є ближчим до вектору ваг w^* на основі МПП D^* , ніж вектор ваг w^{distrb} на основі МПП $D^{disturb}$. Як наслідок, МПП D^{cor} ближча до D^* , ніж $D^{disturb}$. МПП D^* має достатньо малий рівень неузгодженості і виконується умова $CR(D^*) < 0.1$, якщо $n \geq 5$. МПП D^* менш неузгоджена порівняно з МПП $D^{disturb}$. Тому, D^{cor} також менш неузгоджена порівняно з МПП $D^{disturb}$. ■

5.3.2 Результати аналізу

Використовуючи пропоновану в п.5.3.1 методику, проведено аналіз ефективності описаних в п.1.2.4 відомих методів CI, Corr [269], Outflow [348] та пропонованих в розділі 2 методів TransitiV та MOutFlow пошуку ННЕ МПП, а також методів коригування МПП. Наводяться результати аналізу ефективності методів для класу мультиплікативних МПП.

Згенеровано тестові множини з 10000 мультиплікативних МПП D^* кожної з розмірностей $n = 4, 5, \dots, 8$. Розраховано процентне відношення числа правильно знайдених найбільш неузгоджених елементів МПП $D^{disturb}$ до загальної кількості експериментів (табл. 5.4).

Таблиця 5.4. Процентне відношення числа правильно знайдених найбільш неузгоджених елементів МПП при використанні різних методів

а) перший спосіб генерування МПП

n	4	5	6
Метод CI	94	94	90
Метод Corr	56	70	73
Метод Outflow	87	91	89
Пропонований метод TransitiV	94	95	93
Пропонований метод MOutflow	98	95	94

б) другий спосіб генерування МПП

n	4	5	6	7	8
Метод CI	91.3	90.4	90.4	89.2	87.6
Метод Corr	43.2	51.4	54.0	53.2	52.7
Метод Outflow	57.7	71.8	80.9	86.2	89.4
Пропонований метод TransitiV	91.3	91.7	92.9	93.0	93.5
Пропонований метод MOutflow	94.7	95.4	97.0	97.7	98.3

Результати в табл.5.4 показують, що пропонований метод *Transitiv* більш ефективний за умов моделювання порівняно з іншими відомими методами, що досліджувалися. Метод *Transitiv* має додаткові переваги. Він вказує транзитивність, яка визначає цикл в МПП, надає більше інформації про неузгодженість МПП в порівнянні з іншими розглянутими методами і не потребує обчислення найбільшого власного числа МПП на відміну від методу *CI*.

Аналіз показав, що методи *Corr* і *Outflow* у ряді випадків помилково визначали найбільш неузгоджений елемент в МПП. Це призводило до того, що коригування не дозволяли виключити цикл в МПП. В результаті застосування методу *Xi* в загальному випадку отримуємо множину найбільш неузгоджених елементів МПП, тобто метод *Xi* не визначає, який з цих елементів слід коригувати в першу чергу.

Пропонований метод *MOutflow* є більш ефективним за умов моделювання порівняно з відомими методами *Outflow* [348], *CI*, *Corr* [269], а також методом *Transitiv*, оскільки в тестових задачах ППР метод *MOutflow* правильно знайшов найбільш неузгоджені елементи в більшій кількості експериментів (табл.5.4), а саме більш ніж в 95% експериментів, і в усіх експериментах виключалися цикли у згенерованих МПП. Тому більш ніж з 95% імовірністю можна стверджувати, що в тестових задачах ППР вектори ваг на основі МПП, скоригованих з використанням методу *MOutflow*, є ближчими до векторів відомих реальних ваг порівняно з векторами ваг на основі початкових МПП до коригування.

Слід зазначити, що вектори реальних ваг використовуються лише в процесі моделювання. Результати моделювання показали, що пропонований метод *MOutflow* більш ефективний порівняно з іншими досліджуваними методами. В практичних задачах ППР вектори реальних ваг, звичайно, невідомі. В п.2.2.4 запропоновано метод коригування МПП для підвищення рівня узгодженості неузгоджених цих матриць в практичних задачах.

На наступному етапі методики проведено коригування кожної з мультиплікативних МПП $D^{disturb}$ за методами 1 і 2, описаними в п.2.2.4;

використовувався мультиплікативний та адитивний варіант методу 1 з різними значеннями параметра α .

Обчислювалися значення відстаней

$$dist(l) = dist(w(l), w^*(l)) \quad (5.10)$$

від вектору ваг w на основі МПП $D^{disturb}$ до вектору ваг w^* близького до вектору реальних ваг, а також відстаней

$$dist^j(l) = dist(w^j(l), w^*(l)) \quad (5.11)$$

для кожного j -го метода коригування МПП $D^{disturb}$, l - номер експерименту.

Отримані в результаті ряди даних $\{dist(l)\}$ (5.10) і $\{dist^j(l)\}$ (5.11) мали, в основному, розподіл близький до нормального. Для цих рядів обчислено основні статистичні характеристики – вибіркове середнє m і стандартне відхилення σ (табл.5.5 – 5.7). У цих таблицях значення $(m; \sigma)$ – характеристики ряду $\{dist(l)\}$ (5.10). Оскільки значення відстаней (5.10) і (5.11) оцінюють помилки обчислення ваг $w(l)$ до $w^j(l)$ після коригування, відповідно, то j -й метод коригування, в середньому, більш ефективний, якщо значення вибіркових середнього і стандартного відхилення для $\{dist^j(l)\}$ (5.11) є меншими порівняно з цими характеристиками для $\{dist(l)\}$ (5.10).

Таблиця 5.5. Значення вибіркових середніх і стандартних відхилень рядів (5.10) і (5.11), МПП $D^{disturb}$ слабо узгоджена, $CR \in (CR^{porog}, 1.5 \cdot CR^{porog})$

n		4	5	6
До коригування	$(m; \sigma)$	(0.347; 0.084)	(0.342; 0.068)	(0.338; 0.058)
Метод коригування 1	$(m^{mult}; \sigma^{mult})$	(0.346; 0.084)	(0.342; 0.066)	(0.340; 0.057)
	$(m^{ad}; \sigma^{ad})$	(0.346; 0.084)	(0.343; 0.066)	(0.341; 0.057)
Метод коригування 2	$(m^{Cl}; \sigma^{Cl})$	(0.361; 0.104)	(0.367; 0.075)	(0.362; 0.060)
	$(m^{Tr}; \sigma^{Tr})$	(0.361; 0.104)	(0.343; 0.074)	(0.341; 0.060)
	$(m^{Oflow}; \sigma^{Oflow})$	(0.352; 0.099)	(0.357; 0.074)	(0.354; 0.063)

Таблиця 5.6. Значення вибірових середніх і стандартних відхилень рядів (5.10) і (5.11), МПП $D^{disturb}$ слабо узгоджена, $CR \in (3.5 \cdot CR^{porog}, 5.5 \cdot CR^{porog})$

n		4	5	6
До коригування	$(m; \sigma)$	(0.229; 0.092)	(0.381; 0.088)	(0.388; 0.076)
Метод коригування 1	$(m^{mult}; \sigma^{mult})$	(0.235; 0.089)	(0.393; 0.082)	(0.402; 0.071)
	$(m^{ad}; \sigma^{ad})$	(0.235; 0.092)	(0.398; 0.084)	(0.408; 0.071)
Метод коригування 2	$(m^{CI}; \sigma^{CI})$	(0.361; 0.098)	(0.467; 0.085)	(0.469; 0.073)
	$(m^{Corr}; \sigma^{Corr})$	(0.313; 0.108)	(0.444; 0.099)	(0.436; 0.087)
	$(m^{Tr}; \sigma^{Tr})$	(0.361; 0.098)	(0.468; 0.083)	(0.474; 0.072)
	$(m^{Oflow}; \sigma^{Oflow})$	(0.400; 0.099)	(0.497; 0.091)	(0.480; 0.077)

Таблиця 5.7. Значення вибірових середніх і стандартних відхилень рядів (5.10) і (5.11), МПП $D^{disturb}$ слабо неузгоджена з одним викидом

n		4	5	6
До коригування	$(m; \sigma)$	(0.551; 0.155)	(0.420; 0.156)	(0.335; 0.145)
Метод коригування 1	$(m^{mult}; \sigma^{mult})$	(0.512; 0.142)	(0.367; 0.135)	(0.280; 0.119)
	$(m^{ad}; \sigma^{ad})$	(0.519; 0.176)	(0.381; 0.171)	(0.297; 0.152)
Метод коригування 2	$(m^{CI}; \sigma^{CI})$	(0.035; 0.045)	(0.034; 0.045)	(0.027; 0.042)
	$(m^{Corr}; \sigma^{Corr})$	(0.251; 0.284)	(0.115; 0.182)	(0.067; 0.119)
	$(m^{Tr}; \sigma^{Tr})$	(0.035; 0.045)	(0.034; 0.047)	(0.025; 0.041)
	$(m^{Oflow}; \sigma^{Oflow})$	(0.035; 0.045)	(0.033; 0.046)	(0.025; 0.039)

Результати в табл. 5.5 – 5.7 відповідають різним технологіям збурення згенерованих МПП D^* . Так, в табл. 5.5 і 5.6 приведені результати, коли збуренню піддавалися усі елементи узгодженої МПП D^* . Збурення було різної величини з метою дослідження МПП D^* з різними рівнями неузгодженості, а саме, різними

діапазонами зміни значення показника CR . Також досліджувався вплив властивості слабкої узгодженості МПП $D^{disturb}$ на результат.

Значення в табл. 5.7 відповідають сильному збуренню *тільки окремого елементу* (елементів) МПП D^* , такому що МПП $D^{disturb}$ ставала слабо неузгодженою і мала один або декілька циклів. Початкова МПП D^* до збурення була допустимо неузгодженою зі значенням $CR(D^{real}) \leq CR^{porog}$ і додатковою властивістю слабкої узгодженості.

За результатами моделювання зроблено наступні висновки:

1. Ефективність методів коригування узгодженості 1 і 2 (див п.2.2.4) залежить від відсотка помилкових елементів в МПП, тобто елементів, які є значними збуреннями реальних значень.

2. Якщо усі елементи коригованої МПП значно збурені, внаслідок чого ця МПП є недопустимо неузгодженою, то результати методів 1 і 2, в середньому, *не наближаються* до реального вектору ваг (табл. 5.5, 5.6). Іншими словами, забезпечення допустимої неузгодженості МПП в результаті коригування МПП методами 1 і 2 без участі експерта, не забезпечує близькості до реальних ваг.

Зокрема, якщо коригується МПП з відносно малим рівнем неузгодженості (табл.5.5) і додатковою властивістю слабкої узгодженості, то результат після коригування, в середньому, практично рівновіддалений при використанні методу 1 і незначно віддалений при використанні методу 2 від результатів, отриманих на основі нескоригованої МПП. Якщо необхідно скоригувати МПП з більшим рівнем неузгодженості (табл.5.6), то після коригування МПП отримали вектор ваг, який знаходиться, в середньому, далі від реального вектору ваг порівняно з вектором ваг до коригування.

Ефективність методу коригування 1 не залежить від параметра α . Метод 1 ефективніший за метод 2. Ефективність методів 1 і 2 зменшується із зростанням рівня неузгодженості коригованої МПП і n – розмірності цієї МПП. Ефективність методу 1 істотно вища, якщо коригована МПП розмірності $n=4$ і $n=5$ має додаткову властивість слабкої узгодженості. Зі збільшенням n цей вплив

зменшується. Слід зазначити, що кількість слабо узгоджених МПП зменшується із зростанням n .

3. Методи 1 і 2 ефективні для коригування МПП, у яких значно збурені тільки окремі елементи (табл.5.7). Для таких МПП метод 2 є на порядок більш ефективним за метод 1. Як випливає з табл. 5.4, методи Transitive і MOutflow ефективніші за відомі метод CI, Corr і Outflow.

5.3.3 Приклади більш ефективних результатів за пропонованим методом підвищення узгодженості МПП без участі експерта

Наведено приклади, які ілюструють етапи пропонованої методики та отримані результати аналізу ефективності методів оцінювання і підвищення узгодженості МПП.

Приклад 5.6. Розглянемо п'ять фігур з площами, які дорівнюють елементам вектора $w^* = (0.04, 0.121, 0.262, 0.270, 0.309)$. Припустимо, що висококомпетентному експерту надано ці фігури для парного оцінювання їх площ у шкалі Сааті. Реальні площі фігур експерту не повідомлялися. Експерт надав оцінки відношень площ фігур, записані в МПП D^* (табл. 5.8). Відношення узгодженості МПП D^* дорівнює $CR(D^*) = 0.006 \ll 0.1$, тому D^* близька до повністю узгодженої.

Таблиця 5.8. МПП D^* і $D^{disturb}$

МПП D^*	МПП $D^{disturb}$
$\begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1/6 & 1/7 & 1/9 \\ 3 & 1 & 1/2 & 1/2 & 1/3 \\ 6 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1/6 & 1/7 & 1/9 \\ 3 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3 \\ 6 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 1/3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Нехай МПП D^* збурено так, що значення її елемента d_{25}^* змінено на обернено симетричне. МПП $D^{disturb}$ – результат збурення (табл. 5.8). Ця зміна призводить до двох циклів, які визначаються трійками індексів (d_{23}, d_{35}, d_{25}) і (d_{24}, d_{45}, d_{25}) в МПП $D^{disturb}$. Відношення узгодженості МПП $D^{disturb}$ дорівнює

$CR(D^{disturb}) = 0.12$ і практично не перевищує порогове значення 0.1. Однак рівень неузгодженості МПП $D^{disturb}$ значно зріс порівняно з МПП D^* . Вектор ваг на основі МПП $D^{disturb}$ методом головного власного вектору $w^{dstrb} = (0.04, 0.225, 0.258, 0.265, 0.212)$ дає ранжування $a_3 \succ a_4 \succ a_2 \succ a_5 \succ a_1$ альтернатив, яке відрізняється від початкового ранжування $a_5 \succ a_4 \succ a_3 \succ a_2 \succ a_1$ цих альтернатив на основі вектора w^* .

Результат відомого методу Outflow [348] – найбільш неузгоджений елемент d_{23} МПП $D^{disturb}$. В даному прикладі цей результат помилковий, оскільки всі допустимі шкалою Сааті зміни елемента d_{23} не виключають цикли в МПП $D^{disturb}$ і не знижують рівень неузгодженості цієї МПП. Як наслідок, допустимі зміни елемента d_{23} не наближують результат до відомого вектора w^* реальних ваг.

Методи CI, Corr і Transitiv, на відміну від Outflow, призвели до елемента d_{25} МПП $D^{disturb}$. Після присвоєння цьому елементу нового значення, рівного 1/3, обидва цикли в МПП $D^{disturb}$ виключаються і скоригована МПП $D^{disturb}$ стає слабко узгодженою. Більш того, в цьому прикладі скоригована МПП $D^{disturb}$ співпадає з початковою МПП D^* , а вектор ваг w^{cor} на основі скоригованої МПП $D^{disturb}$ – з вектором відомих реальних ваг w^* . Тому відомі методи CI, Corr і пропонувані Transitiv більш ефективні відповідно до означення ефективності в п.5.3.1 і дають більш реалістичні результати в цьому прикладі на відміну від результатів, отриманих відомим методом Outflow.

В наступних прикладах 5.7 і 5.8 показано, що пропонуваний метод MOutflow більш ефективний в порівнянні з іншими досліджуваними методами.

Приклад 5.7. Розглянемо МПП $D^{disturb}$ з прикладу 5.6. Результатом пропонуваного методу MOutflow є найбільш неузгоджений елемент d_{25} МПП $D^{disturb}$. Цей результат є правильним для даної МПП $D^{disturb}$ на відміну від результату, отриманого відомим методом Outflow [348] (див. також результати з прикладу 5.6). Найбільш неузгоджений елемент МПП $D^{disturb}$, отриманий методом MOutflow, співпадає з елементом, отриманим методами CI, Corr і Transitiv.

Приклад 5.8. Для наступної МПП метод MOutflow дає більш ефективні результати, відповідно до означення ефективності в п.5.3.1, порівняно з іншими методами CI, Corr і Transitivity:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 & 1/7 & 1/5 \\ 3 & 1 & 1/4 & 2 & 1/2 \\ 2 & 4 & 1 & 1/2 & 1/3 \\ 7 & 1/2 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

МПП D має цикл, який визначається трійкою елементів (d_{24}, d_{45}, d_{25}) . Відношення узгодженості цієї МПП дорівнює $CR(D)=0.198$ і значно перевищує порогове значення 0.1. Тому МПП D сильно неузгоджена. Результат методів CI, Corr, Transitivity і Outflow – один і той самий найбільш неузгоджений елемент d_{23} або d_{32} МПП D . Цей результат в даному прикладі помилковий, оскільки всі можливі зміни елементів d_{23} або d_{32} , використовуючи значення інтервалу $[1/9, 9]$, не виключають цикл в МПП D . Результат пропонованого методу MOutflow – елемент d_{24} . Зміна значення цього елементу на $d_{24}=1/2$ призвела до зменшення рівня неузгодженості МПП D до допустимого значення $CR(D)=0.08$ і до виключення циклу в МПП D .

Приклад 5.9 неефективного використання методу 1 підвищення узгодженості МПП без участі експерта. Розглянемо слабо неузгоджену МПП D , один з елементів якої – значне збурення реального значення:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1 & 1 & 1/2 & 1/3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 1/4 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D^{real} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1 & 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

МПП D отримана на основі наведеної вище істинної МПП D^{real} в результаті помилки експерта при визначенні елементу $d_{2,5}$ МПП D . Нехай ранжування на основі МПП D^{real} – це істинне ранжування п'яти альтернатив рішень :

$$a_5 \succ a_4 \succ a_3 \succ a_2 \succ a_1. \quad (5.12)$$

Припустимо, що виконуючи парні порівняння цих альтернатив, експерт помилився тільки в одному елементі d_{25} , він є викидом, і вказав МПП D . Відповідно до критеріїв узгодженості 1 і 2 (див. п. 2.2.1) МПП D потребує коригування, оскільки є недопустимо неузгодженою ($CR=0.219$, $GCI=0.676$, $HCR=0.170$, $CI^r=3.508$, $k_y=0.546$). Застосування відомих мультиплікативного і адитивного методів коригування (див. п.1.2.4) з різними значеннями параметра $\alpha = 0.5, 0.7, 0.9$ призводить до ранжування $a_4 \succ a_3 \succ a_2 \succ a_5 \succ a_1$, яке відрізняється від істинного ранжування (5.12). Таким чином, відомі мультиплікативний і адитивний методи коригування в цьому прикладі є неефективними.

5.3.4 Висновки за п.5.3

Запропоновано методику та засоби аналізу ефективності методів підвищення узгодженості МПП розмірності $n > 3$. Методика заснована на результатах моделювання тестових множин мультиплікативних МПП різного рівня неузгодженості. Неузгодженість МПП вимірюється за допомогою показника CR . Метод коригування вважається ефективним, якщо в тестових задачах ППР найбільш неузгоджений елемент знайдено вірно – тоді вектор ваг на основі скоригованої МПП є ближчим до відомого у процесі моделювання вектору реальних ваг в порівнянні з вектором ваг на основі початкової МПП до коригування. Використовуючи запропоновану методику та засоби, виконано оцінювання ефективності декількох відомих, а також запропонованих методів пошуку найбільш неузгодженого елементу та підвищення узгодженості МПП. Показано, що за умов моделювання запропонований метод Transitivity більш ефективний порівняно з іншими відомими методами, такими як CI, Corr [269] та Outflow [348]. Метод Outflow має суттєве обмеження – в деяких випадках його застосування не виключає цикл (цикли) в слабко неузгоджених МПП. Для подолання цього обмеження запропоновано метод MOutflow. Цей метод правильно знайшов найбільш неузгоджені елементи більш ніж в 95% експериментів і в усіх експериментах виключалися цикли у згенерованих тестових множинах МПП. Показано, що метод MOutflow більш ефективний за

умов моделювання у порівнянні з методами Outflow, CI, Corr та Transitive. Тому більш ніж з 95% імовірністю стверджується, що вектори ваг на основі МПП, скоригованих з використанням методу MOutflow, є ближчими до векторів реальних ваг у порівнянні з векторами ваг на основі початкових МПП до коригування.

5.4 Аналіз ефективності пропонованого методу розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг

Розроблено методику і засоби аналізу ефективності пропонованого в п.3.1 методу розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг. З їх використанням проведено порівняння результуючих інтервалів, отриманих пропонованим методом, з нечіткими локальними вагами, отриманими відомими методами на основі фазифікованої МПП. Методика базується на моделюванні тестових задач ППР, експертних оцінок парних порівнянь і складається з наступних етапів:

1. Фіксується $n \in \{3,4,5,\dots,9\}$ – розмірність тестових МПП і проводиться $M=10^5$ експериментів, в кожному з яких випадковим чином задається ненормований вектор $v^{real} \in R_+^n$ (див. п. 5.1.2), який в подальшому називається вектором реальних ваг. На основі цього вектора в кожному експерименті будуються МПП, які відповідають оцінкам експертів реаліста, песиміста і оптиміста (див.п.3.1).

2. Проводиться фазифікація кожної з побудованих на першому етапі МПП з використанням нечіткої шкали Сааті. На основі фазифікованих МПП обчислюються вектори нечітких ваг одним з відомих нечітких методів.

3. Виконується аналіз ефективності і порівняння оцінок невизначеності результатів, отриманих пропонованим методом, та нечітких ваг за відомим нечітким методом.

Розглянемо ці етапи докладніше. Перший етап аналогічний описаний в п.3.1.5 методиці моделювання для визначення коефіцієнта k_{11} в методі розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг. В результаті моделювання оцінок експерта-реаліста обчислюється незміщена МПП $D^* = \{d_{ij}^* | i, j = 1, \dots, n\}$, де d_{ij}^* – округлене до найближчої поділки шкали Сааті значення відношення реальних ваг

v_i^{real} / v_j^{real} . Також обчислюються МПП, що відповідають оцінкам експертів песиміста та оптиміста (див. п.3.1.5).

На другому етапі проводиться фазифікація кожної МПП D^* з використанням трикутних функцій приналежності $[l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}]$, які найчастіше використовуються на практиці [238, 275, 382]. В результаті фазифікації визначаються матриці L , M і U наступним чином:

- $l_{ij} = d_{ij} - 1, m_{ij} = d_{ij}, u_{ij} = d_{ij} + 1$ для $d_{ij} > 1$ і $d_{ij} < 9$,
- $l_{ij} = 1, m_{ij} = 1, u_{ij} = 2$ для $d_{ij} = 1, i \neq j$,
- $l_{ij} = 8, m_{ij} = 9, u_{ij} = 9$ для $d_{ij} = 9$,
- $l_{ii} = m_{ii} = u_{ii} = 1$,
- $l_{ij} = 1/u_{ji}, m_{ij} = 1/m_{ji}, u_{ij} = 1/l_{ji}$ для $d_{ij} < 1$.

Матриці L , M и U не є МПП, оскільки для них не виконуються властивості оберненої симетричності.

Наприклад, фазифікація наступної МПП D^* приводить до матриць L , M і U :

$$D^* = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 1/2 & 1 & 3 & 1 \\ 1/5 & 1/3 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = M, L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1/3 & 1 & 2 & 1/2 \\ 1/6 & 1/4 & 1 & 1/3 \\ 1/3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1/4 & 1/2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

На основі фазифікованої МПП D^* (5.13) обчислюється вектор нечітких ваг w одним з відомих нечітких методів, наприклад, FRGMM [238, 275, 382], GPM [395] або іншими:

$$w = ([w_i^l, w_i^m, w_i^u] | i = 1, \dots, n). \quad (5.14)$$

На третьому етапі виконується аналіз ефективності, який полягає у порівнянні оцінок \hat{m}_{\ominus} показника невизначеності в пропонованому методі пошуку довірчих інтервалів (див. табл.3.5, п. 3.1.5) з оцінками невизначеності для нечітких ваг за відомим нечітким методом. Оскільки оцінки в пропонованому методі визначаються на основі значень чебишевської норми (див. п.3.1.5), то для

зіставлення результатів за пропонованим і нечітким методами обчислюється максимальна за координатами ширина вектору нечітких ваг (5.14):

$$b = \max_{i=1,\dots,n} (w_i^u - w_i^l), \quad (5.15)$$

яка в кожному експерименті характеризує невизначеність результатів за нечітким методом, що використовувався на етапі розрахунку вектору нечітких локальних ваг. Після виконання усіх експериментів обчислюються вибіркові середні значення \hat{b} і стандартні відхилення $\sigma(b)$ для величини b (5.15) при різних значеннях n . Вони порівнюються з вибірковими середніми значеннями \hat{m}_{Θ} (табл.5.9) ширини довірчих інтервалів в пропонованому методі.

Наприклад, відповідно до методу FRGMM ненормовані v_i і нормовані w_i нечіткі ваги обчислюються за формулами:

$$v_i = \sqrt[n]{\prod_j d_{ij}}, \quad w_i = \sqrt[n]{\prod_j d_{ij}} / \sum_k \sqrt[n]{\prod_j d_{kj}}, \quad i = 1, \dots, n,$$

де елементи МПП – трикутні нечіткі числа $d_{ij} = [l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}]$ та використовуються розширені бінарні арифметичні операції.

Таблиця 5.9. Вибіркові середні значення \hat{b} і стандартні відхилення $\sigma(b)$ для величини b , отримані в результаті моделювання оцінок експерта-реаліста та використання методу FRGMM

n	3	4	5	6	7	8	9
\hat{b}	0.600	0.546	0.483	0.429	0.384	0.347	0.316
$\sigma(b)$	0.097	0.065	0.046	0.031	0.022	0.017	0.015
$\hat{m}_{\Theta}^{realist}$	0.114	0.116	0.116	0.113	0.107	0.101	0.095
$\hat{m}_{\Theta}^{pessim / optim}$	0.323	0.327	0.322	0.315	0.311	0.309	0.303

Порівнюючи значення \hat{b} і \hat{m}_Θ (табл.5.9), отримаємо, що для усіх n середня ширина довірчого інтервалу, отриманого пропонованим методом для оцінок експерта-песиміста/оптиміста є меншою за відповідну середню ширину результуючого вектору нечітких ваг за методом нечіткої геометричної середньої. Середня ширина довірчого інтервалу для оцінок експерта-реаліста є значно меншою за відповідну середню ширину результуючого вектору нечітких ваг за методом нечіткої геометричної середньої.

Таким чином, моделювання на великій кількості тестових МПП показало, що результати застосування пропонованого методу розрахунку довірчих інтервалів є більш ефективними порівняно з нечіткими вагами за методом FRGMM з трикутними функціями приналежності (5.13) для оцінок як експерта-реаліста, так і експерта песиміста/оптиміста.

5.5 Порівняльний аналіз моделей обчислення інтервальних ваг на основі інтервальних МПП

5.5.1 Результати аналізу

Розглянуто відомі сучасні моделі GPM [395], LUAM [356], TLGP [400] і 2SLGP [175], які обчислюють інтервальні ваги на основі ІМПП. Інтервальні результуючі ваги вважаються більш прийнятними в порівнянні з чіткими вагами, оскільки зберігають більшу частину інформації з початкової ІМПП [85, 86].

Моделі GPM, LUAM і TLGP розроблені для мультиплікативних ІМПП. Вони можуть застосовуватися як до узгоджених, так і до неузгоджених ІМПП, результатом є інтервальні ваги. Модель 2SLGP працює тільки з узгодженими мультиплікативними ІМПП.

Модель GPM полягає в мінімізації абсолютних значень відхилень заданої експертом ІМПП від теоретичної узгодженої ІМПП. Модель TLGP обчислює вектор ваг в два етапи. На першому мінімізується сума невід'ємних помилок в трансформованому просторі логарифмів, результатом є множина рішень. На другому етапі для кожної альтернативи окремо вирішуються дві задачі

нелінійного програмування для вибору з цієї множини мінімального і максимального значень ваги, які формують, відповідно, лівий і правий кінці інтервалу для цієї ваги. Модель LUAM складається з двох підмоделей – верхньої і нижньої і в результаті отримуємо два інтервальні вектори ваг, які обмежують невідомі реальні ваги альтернатив двома теоретичними ІМПП: згори і знизу. Результати за моделлю GPM представляються більш зручними для подальшого використання, а результати за моделлю LUAM – менш зручними, хоча в основному містять розв'язки моделей GPM і TLGP.

Моделі GPM і LUAM дозволяють визначити нормовані інтервальні ваги, а модель TLGP – ні. Інтервальні ваги, обчислені моделлю TLGP, потребують подальшого нормування з метою їх подальшого використання для розв'язання багатокритеріальної задачі. При виборі методу нормування інтервальних величин слід враховувати, що використання розширених бінарних операцій часто призводить до невиправдано широких результуючих інтервалів і тому не завжди виправдано на практиці.

Початкові дані моделі TLGP – елементи однієї трикутної частини ІМПП, причому результати за верхньою і нижньою частинам матриці еквівалентні між собою. Моделі GPM і LUAM використовують усі елементи ІМПП.

Моделі GPM і LUAM полягають в розв'язанні задач лінійного програмування. Нижня модель LUAM не завжди має рішення, існування розв'язку в цій моделі залежить від рівня узгодженості конкретної ІМПП.

Моделі GPM і TLGP, на відміну від LUAM, дозволяють певною мірою оцінити неузгодженість ІМПП і початкових експертних оцінок. Показниками неузгодженості в цих моделях можуть служити оптимальні значення цільових функцій J^* . Проте, визначається тільки присутність неузгодженості в ІМПП, що відповідає умові $J^* \neq 0$. Показники неузгодженості в моделях GPM і TLGP не дозволяють оцінити допустимість неузгодженості для її використання в процесі прийняття рішень, на відміну, наприклад, від традиційного методу головного власного вектору ЕМ для чітких МПП, в якому розроблено порогові значення, з якими порівнюється показник неузгодженості CR .

Цільова функція моделі GPM містить суму усіх відхилень по рядках заданої ІМПП від теоретичної узгодженої ІМПП. Тому стає можливим визначити найбільш неузгоджений елемент ІМПП шляхом знаходження максимального доданку в цій сумі, тобто рядка ІМПП, який вносить найбільше відхилення. Тоді можна здійснити підвищення узгодженості ІМПП, наприклад, організуючи зворотний зв'язок з експертом, повернувши йому найбільш неузгоджений елемент для перегляду. Модель LUAM не має подібної властивості, не дозволяє здійснити підвищення узгодженості ІМПП описаним вище способом, знайти і виключити цикли – порядкові нетранзитивні судження експертів в цій матриці.

Перевагами моделі GPM є можливість досить легкого її розширення на випадок нечітких матриць парних порівнянь, елементи яких задані, наприклад, трикутними або трапецієвидними нечіткими множинами.

5.5.2 Аналіз моделей на прикладах інтервальних МПП різного рівня узгодженості

Спочатку розглянемо окремий випадок ІМПП – чіткі МПП A^1 , A^2 і A^3 :

$$A^1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 2 & 4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1/8 & 1/8 & 1/4 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}, A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 7 \\ 1/2 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 1/3 & 1/2 & 1 & 1 & 2 \\ 1/5 & 1/2 & 1 & 1 & 9 \\ 1/7 & 1/4 & 1/2 & 1/9 & 1 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 & 1/2 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 2 & 4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 1 & 2 \\ 2 & 1/8 & 1/4 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

Моделі GPM, LUAM і TLGP привели до однакових чітких ваг у випадку повністю узгодженої МПП A^1 (табл.А.1). В іншому випадку, якщо МПП неузгоджена, ваги за різними методами будуть відрізнятися, однак у багатьох випадках ці ваги задають однакове ранжування альтернатив рішень. Так, для слабо узгодженої МПП A^2 ранжування, отримане моделлю GPM, збігається з ранжуванням за традиційним методом головного власного вектора ЕМ (табл.А.2). Модель LUAM може привести до іншого ранжирування на основі слабо узгодженої МПП (табл.А.2). Для таких МПП в основному виконується властивість слабого збереження порядку. У найбільш неузгодженому випадку

нетранзитивної МПП A^3 з циклом ранжування, отримані різними моделями, в основному відрізняються між собою. Для таких МПП в основному не виконується властивість слабого збереження порядку (табл.А.3). Властивість сильного збереження порядку в основному виконується незалежно від рівня узгодженості МПП.

В табл.А.4 – А.7 наведено результати розрахунків за моделями GPM, LUAM та методом ЕМ на основі наступних ІМПП $A^4 – A^7$:

$$A^4 = \begin{pmatrix} 1 & [1,3] & [3,5] & [5,7] & [5,9] \\ [\frac{1}{3},1] & 1 & [1,4] & [1,5] & [1,4] \\ [\frac{1}{5},\frac{1}{3}] & [\frac{1}{4},1] & 1 & [\frac{1}{5},5] & [2,4] \\ [\frac{1}{7},\frac{1}{5}] & [\frac{1}{5},1] & [\frac{1}{5},5] & 1 & [1,2] \\ [\frac{1}{9},\frac{1}{5}] & [\frac{1}{4},1] & [\frac{1}{4},\frac{1}{2}] & [\frac{1}{2},1] & 1 \end{pmatrix}, A^5 = \begin{pmatrix} 1 & [\frac{1}{3},1] & [\frac{1}{6},\frac{1}{4}] & [\frac{1}{8},\frac{1}{6}] & [\frac{1}{9},\frac{1}{8}] \\ [1,3] & 1 & [\frac{1}{3},1] & [\frac{1}{4},\frac{1}{2}] & [\frac{1}{5},\frac{1}{3}] \\ [4,6] & [1,3] & 1 & [1,3] & [\frac{1}{3},1] \\ [6,8] & [2,4] & [\frac{1}{3},1] & 1 & [1,1] \\ [8,9] & [3,5] & [1,3] & [1,1] & 1 \end{pmatrix},$$

$$A^6 = \begin{pmatrix} 1 & [\frac{1}{7},\frac{1}{5}] & [1,1] & [\frac{1}{7},\frac{1}{5}] & [\frac{1}{9},\frac{1}{7}] \\ [5,7] & 1 & [2,4] & [\frac{1}{3},1] & [1,3] \\ [1,1] & [\frac{1}{4},\frac{1}{2}] & 1 & [\frac{1}{9},\frac{1}{8}] & [\frac{1}{5},\frac{1}{3}] \\ [5,7] & [1,3] & [8,9] & 1 & [\frac{1}{3},1] \\ [7,9] & [\frac{1}{3},1] & [3,5] & [1,3] & 1 \end{pmatrix}, A^7 = \begin{pmatrix} 1 & [1,3] & [2,4] & [4,6] & [6,8] \\ [\frac{1}{3},1] & 1 & [1,3] & [\frac{1}{3},1] & [3,5] \\ [\frac{1}{4},\frac{1}{2}] & [\frac{1}{3},1] & 1 & [1,3] & [1,3] \\ [\frac{1}{6},\frac{1}{4}] & [1,3] & [\frac{1}{3},1] & 1 & [8,10] \\ [\frac{1}{8},\frac{1}{6}] & [\frac{1}{5},\frac{1}{3}] & [\frac{1}{3},1] & [\frac{1}{10},\frac{1}{8}] & 1 \end{pmatrix}.$$

За результатами ранжувань, розрахованих методами GPM, LUAM і TLGP на основі наведених вище ІМПП зроблено наступні висновки:

1. Для слабо узгодженої ІМПП A^4 ранжування, отримане моделлю GPM, збігається з ранжуванням за традиційним методом головного власного вектору ЕМ, якщо його застосувати до дефазифікованої ІМПП (табл.А.4). Модель LUAM може привести до іншого ранжування на основі слабо узгоджених ІМПП (табл.А.4, табл.А.5(б)). Ваги, обчислені моделлю GPM на основі слабо узгоджених ІМПП, в основному задовольняють властивості слабого збереження порядку. Це, однак, не завжди вірно для ваг, обчислених на основі таких ІМПП моделлю LUAM (табл.А.4).

2. Для слабо неузгодженої ІМПП A^6 ранжування за моделями GPM і LUAM відрізняються між собою (табл. А.6(а)). Особливість LUAM для порядково нетранзитивних ІМПП полягає в тому, що окремі альтернативи можуть не розрізнятися, тобто LUAM може приводити до однакових ваг (табл. А.5(а) і

A.6(a)). В результаті, з формальної точки зору ваги, обчислені моделлю LUAM, частіше задовольняють властивості слабкого збереження порядку в порівнянні з вагами за моделлю GPM (табл. A.5(a) і A.6(a)).

Властивість слабкого збереження порядку в основному дозволяє виявити цикл в ІМПП. Після коригування найбільш неузгодженого елементу ІМПП цикл в цій матриці виключається, скоригована ІМПП стає більш узгодженою, про що свідчать менші значення показників неузгодженості моделей GPM і LUAM в табл. A.5(б), A.6(б) і A.7(б). Однак, показники неузгодженості цих моделей не дозволяють оцінити рівень допустимості неузгодженості ІМПП для обчислення ваг.

Скориговані ІМПП в усіх розглянутих прикладах є слабо узгодженими. Ранжування на основі цих ІМПП, отримані моделями GPM і LUAM, в основному збігалися між собою (табл. A.6(б) і A.7(б)).

3. Ваги за моделями GPM і LUAM задовольняли властивості сильного збереження порядку для всіх розглянутих ІМПП незалежно від рівня узгодженості цих матриць.

4. Нижня модель LUAM не мала рішень для всіх розглянутих слабо неузгоджених ІМПП, а також в окремих випадках слабо узгоджених ІМПП (табл. A.6(б) і A.7(б)).

5.5.3 Висновки за п.5.5

Проведено порівняльний аналіз сучасних моделей GPM, LUAM і TLGP, які обчислюють інтервальні ваги на основі мультиплікативних ІМПП. Модель GPM виявилася кращою за інші досліджувані моделі за такими характеристиками як: отримання нормованих векторів інтервальних ваг, існування розв'язку незалежно від рівня узгодженості ІМПП, можливість оцінювання і підвищення узгодженості ІМПП, легкість розширення на більш широкий клас НМПП та зручність результатів для подальшого використання.

Встановлено, що властивість слабкого збереження порядку результуючих інтервальних ваг в основному дозволяє виявити цикл в слабо неузгодженій

ІМПП. Після коригування елементів, які утворюють цикл, протиріччя у вагах виключаються і підвищується достовірність отриманих розв'язків.

Отримані результати аналізу використано в розділі 3 при розробці методу розрахунку нечітких локальних ваг на основі нечіткої матриці парних порівнянь.

5.6 Висновки за розділом 5

Розділ присвячено розробці методик, засобів і системи моделювання експертного оцінювання та їх використанню для аналізу ефективності розроблених методів.

Запропоновано методику моделювання процесу оцінювання альтернатив рішень експертом високої компетентності, експертами оптимістом і песимістом методами парних порівнянь в шкалі Сааті. Використовуючи цю методику, отримано оцінки помилок ваг, обчислених методами типу «трикутник» і «лінія» для мультиплікативних МПП. Також отримано оцінки рівня неузгодженості експертних парних порівнянь, який вноситься шкалою Сааті. Встановлено, що коли експерт виконує оцінювання в шкалі Сааті, відносно малий рівень неузгодженості для його оцінок, такий що $CR=10^{-2}$, є не лише прийнятним, але й бажаним, оскільки вимога повної узгодженості експертних оцінок парних порівнянь може внести помилку при побудові МПП і, як наслідок, в результуючі ваги.

Використовуючи розроблені засоби моделювання, проведено аналіз результатів оцінювання узгодженості мультиплікативних МПП, отриманих відомими та пропонованими методами. Досліджено питання еквівалентності відомих показників узгодженості мультиплікативної МПП, тобто чи призводять вони до однакових висновків щодо допустимої неузгодженості МПП. Досліджено чи є слабо неузгоджені МПП з циклом допустимо неузгодженими за відомими методами і як слабка неузгодженість МПП впливає на заключне ранжування порівнюваних елементів. Показано, що пропонований метод оцінювання узгодженості більш ефективний порівняно з відомими методами [93, 94, 110, 336].

Розроблено методику аналізу ефективності методів підвищення узгодженості МПП розмірності $n > 3$. Методика заснована на результатах моделювання тестових множин МПП різного рівня неузгодженості. Досліджено методи підвищення узгодженості МПП без участі експерта, описані в п. 1.2.4 і запропоновані в п.2.2.4. Наприклад, для мультиплікативних МПП зі значеннями коефіцієнта $CR = 0.2$ або $CR = 0.3$ ці методи зменшують неузгодженість до допустимого рівня $CR \leq 0.1$ для $n \geq 5$. Результати моделювання на тестових мультиплікативних МПП показують, що досягнення досліджуваними методами допустимої неузгодженості не завжди забезпечує наближення до відомого реального вектору ваг, тобто методи не завжди ефективні в цьому розумінні. Ефективність досліджених методів підвищення узгодженості МПП залежить від процента помилкових елементів в МПП – елементів, які є значними збуреннями реальних значень. Цей процент можна оцінити, використовуючи пропонування метод *Transitiv*. Якщо всі елементи коригованої МПП значно збурені, внаслідок чого ця МПП недопустимо неузгоджена, то забезпечення допустимої неузгодженості МПП в результаті її коригування методами без участі експерта може не забезпечувати близькість до реальних ваг. Пропоновані методи 1 і 2 (див. п.2.2.4) ефективні для МПП, у яких значно збурені лише окремі елементи. Для таких МПП метод 2 на порядок ефективніший за метод 1. Результати моделювання показали, що за прийнятих умов пропоновані методи *Transitiv* і *MOutflow* пошуку найбільш неузгодженого елемента МПП є більш ефективними за відомі методи. Отримані результати аналізу ефективності лягли в основу пропонування в розділі 2 методу підвищення узгодженості МПП.

Використовуючи моделювання, проведено порівняння результатів, отриманих пропонуванням методом розрахунку довірчих інтервалів, з результатами за відомим методом FGRMM [238, 275, 382] на основі фазифікованої МПП. Результати моделювання свідчать про те, що застосування пропонування методу призводить до більш вузьких довірчих інтервалів для локальних ваг порівняно з нечіткими вагами за методом FGRMM з трикутними

функціями приналежності. Це має місце як для оцінок експерта-реаліста, так і для оцінок експертів песиміста/оптиміста.

Модель GPM [395] розрахунку інтервальних ваг на основі мультиплікативної ІМПП за рядом характеристик є кращою за інші досліджувані моделі [175, 356, 400]. Властивість слабого збереження порядку результуючих інтервальних ваг в основному дозволяє виявити цикл в слабо неузгодженій ІМПП, що підвищує достовірність отриманих розв'язків. Отримані результати використано в розділі 3 при розробці методу розрахунку нечітких локальних ваг на основі нечіткої матриці парних порівнянь.

Результати, отримані в розділі 5, опубліковано в роботах [32, 46, 47, 59, 67, 69, 70, 289, 307, 310].

РОЗДІЛ 6. ПОБУДОВА СППР НА ОСНОВІ ЗАПРОПОНОВАНИХ МОДЕЛЕЙ, МЕТОДІВ ТА ПІДХОДІВ

6.1 Постановка задачі

Огляд функціональних можливостей сучасних програмних засобів [100 – 107, 284], які реалізують елементи методів аналізу ієрархій або мереж, показує доцільність розробки нової СППР для вирішення практичних задач оцінювання альтернатив рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей критеріїв з наступними функціональними вимогами:

- побудова і обробка моделей різної структури: багаторівневої повної або неповної ієрархії, а також мережі,
- редагування моделі: додавання і видалення елементів і зв'язків між елементами моделі в зручному графічному режимі,
- використання в якості вхідних даних експертних оцінок і статистики,
- використання експертних оцінок парних порівнянь у шкалі, а також безпосередньо у вигляді числових значень,
- введення даних як вручну, так і їх завантаження із зовнішніх джерел,
- використання шаблонів моделей, накопичених в системі,
- розрахунок ваг на основі чітких і нечітких оцінок експертів, а також неповної множини експертних оцінок,
- пошук найбільш неузгоджених або суперечливих оцінок експертів, циклів у множині оцінок, їх коригування з метою підвищення узгодженості з участю і без участі експерта,
- обчислення локальних ваг елементів моделі різними методами для найбільш повного використання отриманих від експерта оцінок та підвищення достовірності результатів,
- врахування невизначеності експертних оцінок і невизначеності шкали, яка використовується для оцінювання,
- моделювання і врахування при розрахунках особистих якостей експерта, таких як песимізм і оптимізм,

- врахування факторів ризику при оцінюванні альтернатив рішень,
- обробка оцінок групи експертів з урахуванням їх компетентності,
- обчислення агрегованих ваг елементів моделі різними методами,
- аналіз чутливості отриманих результатів та визначення стійких та чутливих елементів задачі.

Технічні вимоги до системи включають:

- крос-платформеність,
- використання програмного забезпечення з відкритим кодом (open source),
- можливість збереження та завантаження моделі з усіма розрахунками,
- побудова, візуалізація та редагування моделі у зручному графічному режимі користувача.

6.2 Архітектура та функціональна схема СППР

Для розв'язання задач підтримки прийняття рішень на основі ієрархічної та мережевої моделей критеріїв розроблено СППР (рис. 6.1), яка задовольняє вимогам, наведеним в постановці задачі. При розробці архітектури СППР враховувались рекомендації, наведені в [3]. Функціональна схема СППР наведена на рис.6.2.

Розглянемо основні підсистеми побудованої СППР. **Підсистема інтерфейсу користувача** дозволяє побудувати, візуалізувати та редагувати в графічному інтерфейсі користувача, зберегти та завантажити з файлу *модель задачі*. Ця модель зазвичай містить такі елементи ПР як головна ціль та підцілі рішення, множина альтернатив рішень, характеристики цих альтернатив або критерії рішень, чинники, що впливають на вибір тієї чи іншої альтернативи, а також зв'язки між цими елементами. Модель може включати доходи, витрати, можливості та ризики, пов'язані з реалізацією альтернатив рішень, цілі та політики акторів, сценарії розвитку та інші елементи задачі ПР.

За типами зв'язків передбачені наступні *шаблони моделей*: повна або неповна ієрархія, повна або неповна ієрархія з петлями та мережева структура.

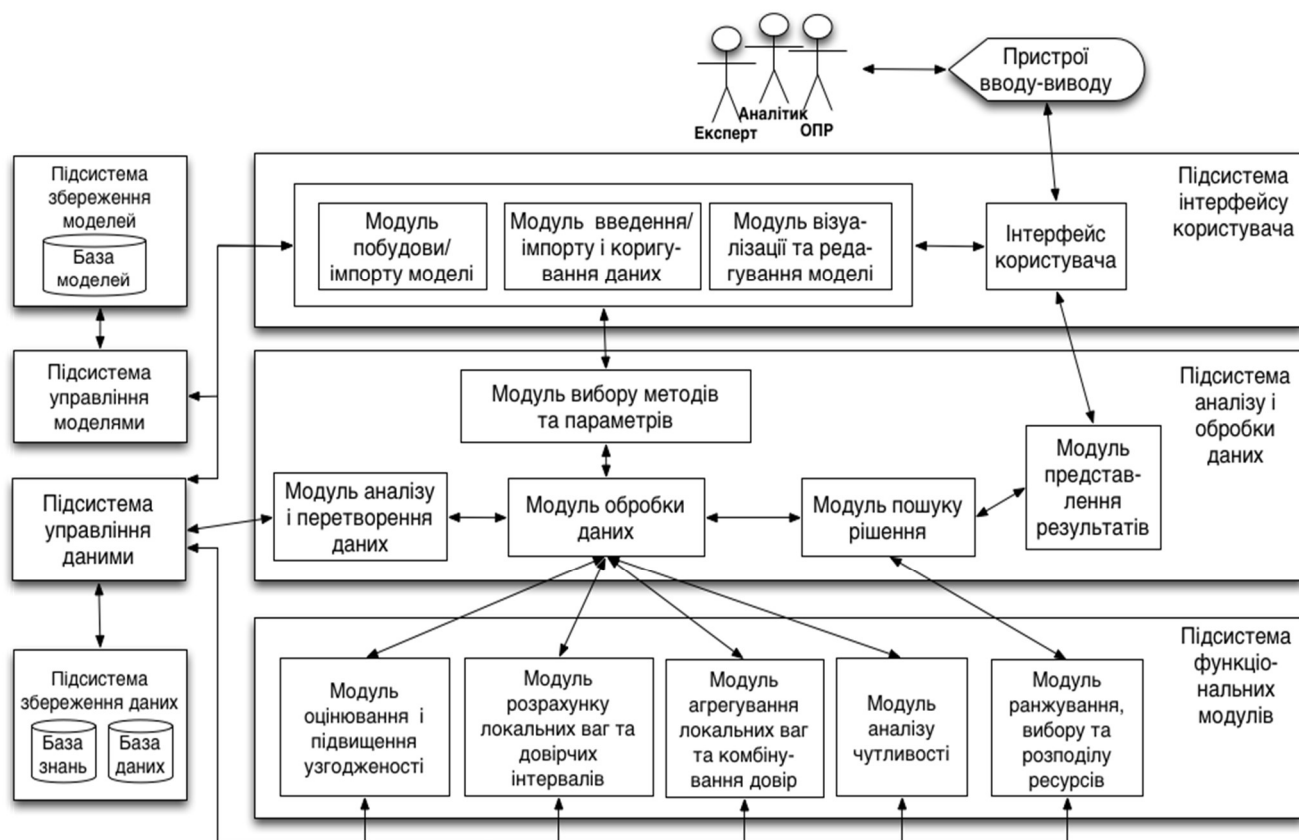


Рисунок 6.1. Загальна архітектура СППР

В ієрархічній моделі елементи задачі ПР згруповані за рівнями, зв'язки присутні тільки між елементами сусідніх рівнів і спрямовані від батьківського рівня до дочірнього. У такій моделі дочірні елементи оцінюються відносно батьківських елементів. Наприклад, характеристики альтернатив оцінюються залежно від головної цілі ПР, а альтернативи – за своїми характеристиками. Якщо не оговорено інше, то характеристики альтернатив в ієрархії вважаються незалежними між собою. Незалежними також є і будь-які інші елементи, які знаходяться на одному рівні ієрархії. Ієрархічна модель з петлями використовується для моделювання взаємних залежностей між характеристиками альтернатив, між підцілями задачі, в цілому – залежностей між елементами на одному рівні ієрархії. У мережевій моделі можуть бути петлі і будь-які зворотні зв'язки між елементами задачі ПР.

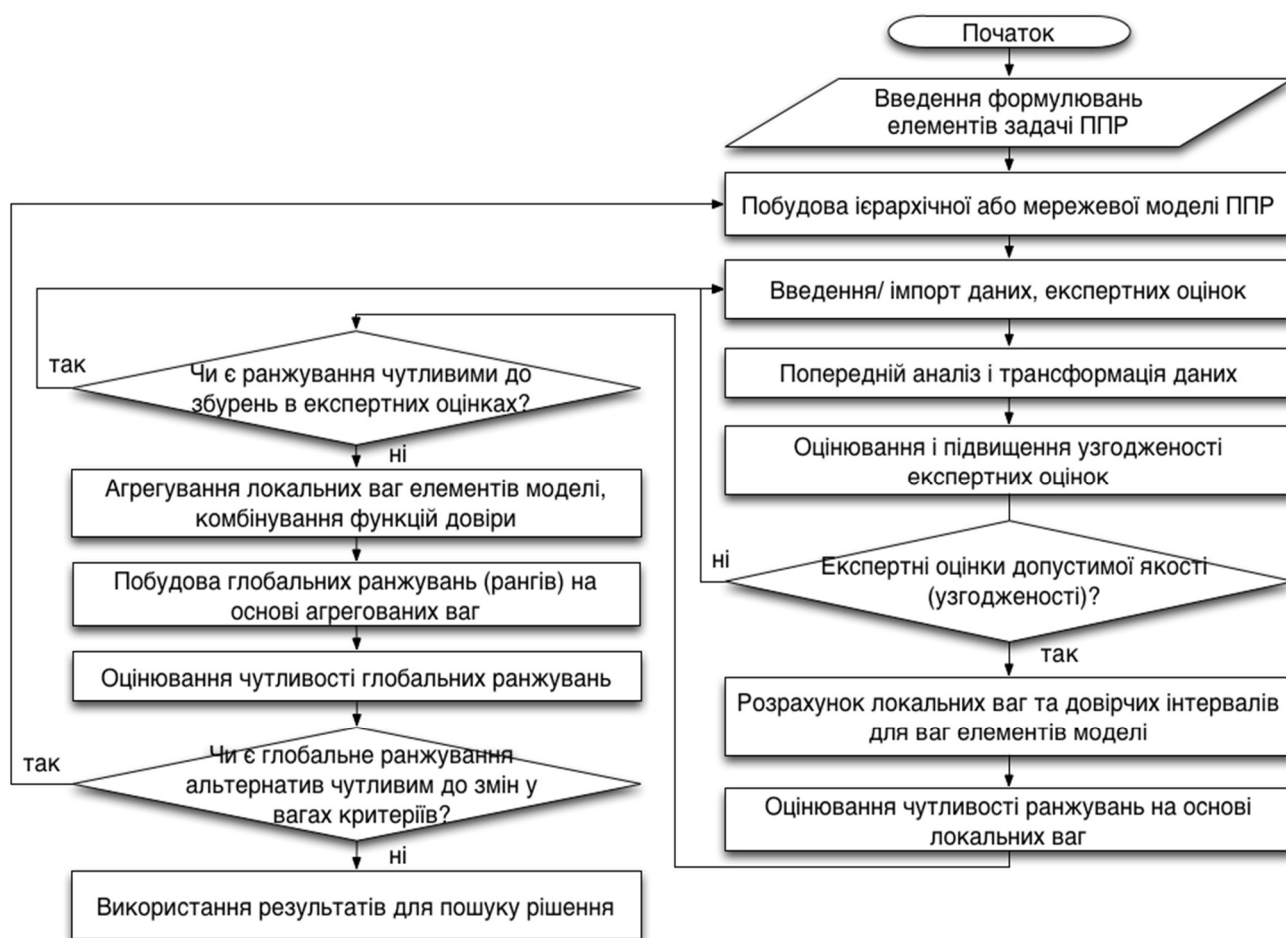


Рисунок 6.2. Функціональна схема СППР

У модулі введення/імпорту і коригування даних для побудованої моделі здійснюється введення кількісних, статистичних даних – характеристик альтернатив рішень за кількісними критеріями та цілями, а також якісних даних у вигляді експертних оцінок елементів моделі. Введення даних може відбуватися як в графічному інтерфейсі користувача, так і за допомогою імпорту з файлів.

У модулі попереднього аналізу і трансформації даних перевіряється достатність об'єму введених даних для обробки моделі, а також коректність цих даних. Модуль також містить функції перетворення даних до виду, що використовується окремими методами обробки. Наприклад, для використання нечітких методів обчислення ваг елементів моделі необхідно заздалегідь провести фазифікацію експертних оцінок. Статистичні дані також потребують трансформації для використання в досліджуваних моделях підтримки ПР.

У підсистемі функціональних модулів реалізовано математичні методи оцінювання мережевої та ієрархічної моделей. Їх можна згрупувати відповідно до етапів розв'язання задачі ПР:

- методи оцінювання узгодженості і коригування експертних оцінок з метою підвищення їх узгодженості,
- методи обчислення локальних ваг та довірчих інтервалів до локальних ваг елементів моделі,
- методи агрегування локальних ваг та комбінування функцій довіри,
- методи аналізу чутливості локальних та агрегованих ваг моделі.

Складові частини цього модуля деталізовано нижче.

Модуль обробки даних: оцінювання узгодженості і коригування експертних оцінок. Детальніше розглянемо складові модуля обробки даних, в якому здійснюється оцінювання якості оцінок, даних експертами (рис.6.3).

На основі експертних оцінок в СППР будуються МПП і подальші обчислення виконуються з цими матрицями. Спочатку здійснюється перевірка властивості слабкої узгодженості кожної МПП з метою виявлення і виключення циклів, які порушують порядкову транзитивність множини експертних оцінок. Далі обчислюються показники узгодженості МПП і використовуються критерії допустимої неузгодженості, на основі яких робиться висновок відносно якості експертних оцінок. Реалізовані в СППР методи обчислення локальних ваг обґрунтовані тільки для допустимо неузгоджених МПП. Підвищення узгодженості експертної інформації може відбуватися шляхом організації зворотного зв'язку з експертом, коли йому пропонують переглянути всі або найбільш неузгоджені свої оцінки. Найбільш неузгоджені оцінки визначаються в СППР з використанням пропонованих у роботі методів. Процедура перегляду повторюється експертом, поки не буде досягнуто допустимого рівня неузгодженості кожної МПП моделі. Проте, внаслідок фінансових або часових обмежень, зворотний зв'язок з експертом не завжди можливий. Тоді аналітик застосовує пропоновані в роботі методи підвищення узгодженості МПП без участі експерта залежно від властивостей МПП.

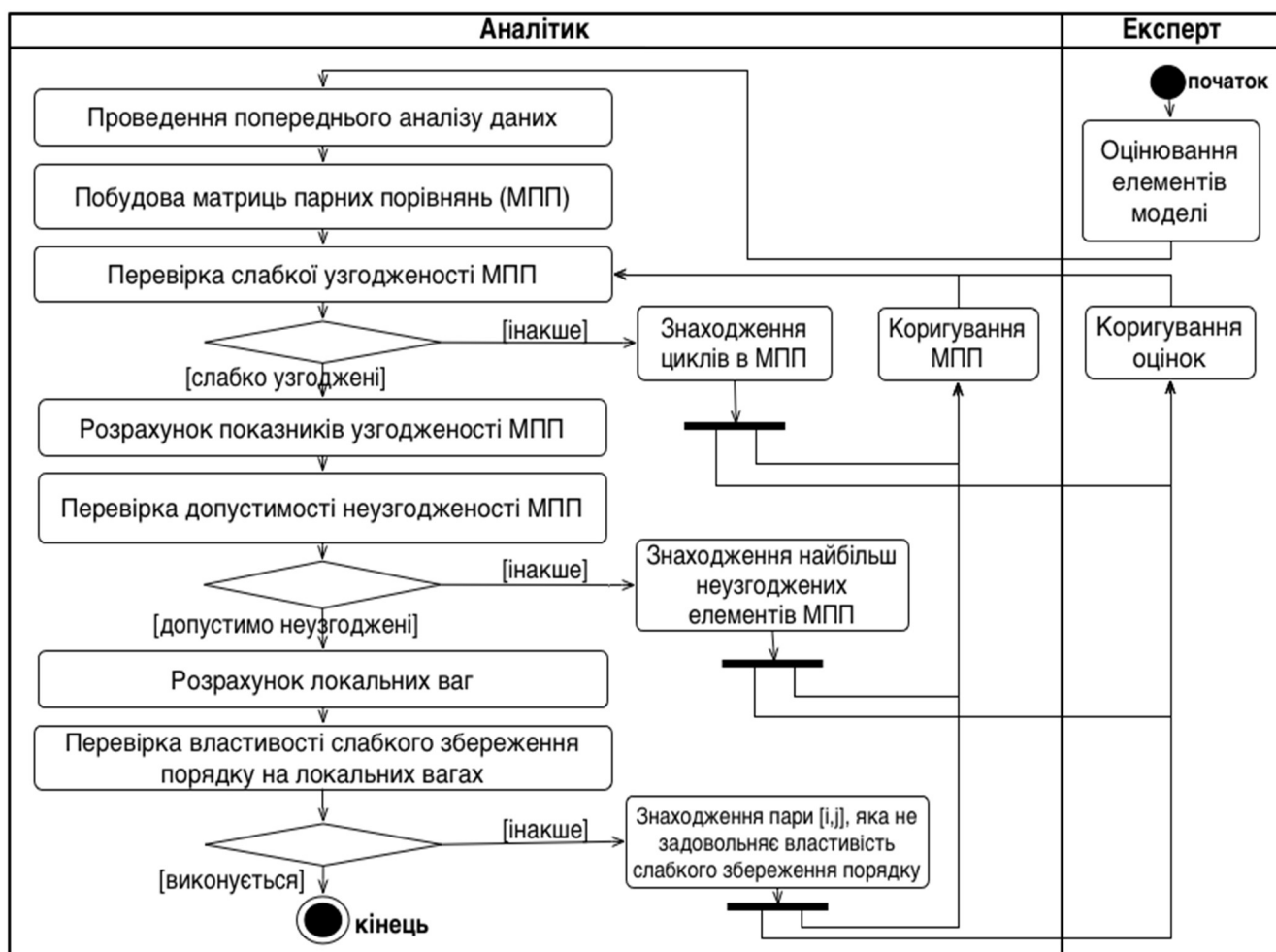


Рисунок 6.3. Діаграма діяльності, яка демонструє оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок елементів моделі

Якщо усі МПП моделі допустимо неузгоджені здійснюється перехід на етап обчислення локальних ваг елементів моделі.

Модуль обробки даних: обчислення локальних ваг елементів моделі. В модулі обробки даних реалізовано декілька груп методів обчислення локальних ваг елементів моделі залежно від типу МПП (рис.6.4). Для підвищення достовірності результатів СППР дозволяє якнайповніше використати отримані від експертів оцінки. Так, ОПР має можливість порівняти результуючі локальні ваги і ранжування елементів моделі на основі початкових і фазифікованих експертних оцінок. Є можливість врахувати особисті якості експерта, вибираючи при фазифікації функції приналежності з більшою або меншою мірою нечіткості.

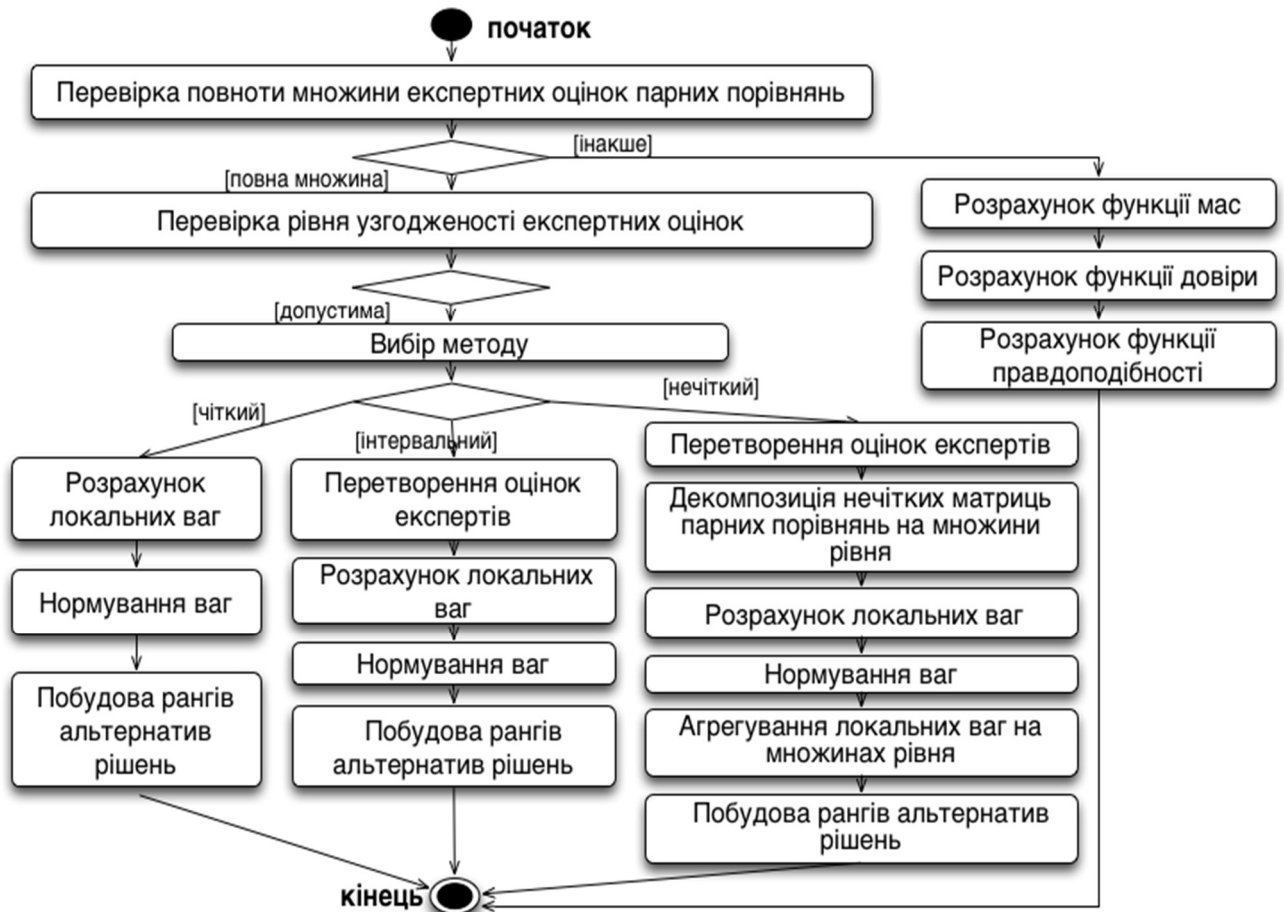


Рисунок 6.4. Діаграма діяльності, яка демонструє розрахунок локальних ваг елементів моделі

Для обробки МПП, елементи якої – дійсні числа, реалізовано декілька груп методів (надалі – чіткі методи) залежно від типу результуючих ваг:

- повертають вектор дійснозначних ваг (надалі – чіткі ваги):
 - метод головного власного вектору ЕМ [93, 94, 336],
 - метод геометричної середньої RGMM [187],
 - метод арифметичної нормалізації AN [353],
- повертають вектор ваг у вигляді інтервалу:
 - метод crispLUAM [356],
 - пропонований у роботі метод розрахунку довірчих інтервалів.

Особливість останнього методу полягає у врахуванні таких особистих якостей експерта як песимізм і оптимізм, а також невизначеності шкали, яка використовується експертом при виконанні оцінювання.

Для матриці парних порівнянь, елементи якої – інтервальні числа, реалізовано наступні методи (надалі – інтервальні методи):

- повертають вектор дійснозначних ваг: метод FPP [282, 283],
- повертають вектор інтервальних ваг: методи LUAM [356], GPM [395] та сімейство методів AdditivLP [386, 401, 413, 422].

Нечіткі методи приймають на вхід НМПП з елементами у вигляді нечітких чисел, які характеризуються функціями приналежності. Після виконання декомпозиції НМПП отримуємо множину ІМПП, до кожної з яких застосовується один з вище вказаних інтервальних методів розрахунку ваг.

В окремих випадках неповноти множини експертних оцінок, наприклад, коли експерт не має знань для порівняння усіх необхідних пар елементів моделі, в СППР використовується метод довіри [68, 291]. На вхід цього методу подається чітка матриця парних порівнянь спеціального виду, а результатом є функції мас, довіри і правдоподібності елементів моделі.

Послідовність дій для обчислення ваг на основі МПП приведена на рис.6.4. Якщо неузгодженість МПП допустима СППР просить вибрати один з методів обробки оцінок. При виборі інтервального або нечіткого методів необхідно спочатку виконати трансформацію даних. Це означає, що на основі експертних оцінок будується інтервальна або нечітка МПП, використовуючи одну із спеціальних нечітких шкал. Трансформація даних також потрібна для використання сімейства методів AdditivLP, оскільки вхідним параметром для них є перетворена до аддитивного виду матриця парних порівнянь. Якщо метод повертає вектор інтервальних або нечітких локальних ваг, потрібні спеціальні методи їх нормування і ранжування.

Модуль обробки даних: агрегування локальних ваг. Наступний етап після обчислення локальних ваг усіх елементів моделі полягає у проведенні

агрегування цих ваг. Вибір правила агрегування визначається, в першу чергу, структурою моделі.

Для традиційних ієрархій без петель і зворотних зв'язків в СППР реалізовано:

- лінійні згортки: дистрибутивне правило і правило ідеальної точки [93,94],
- нелінійні правила: мультиплікативне, максимінне [58*, 60*], а також групового врахування бінарних відношень переваг [80*],
- правила комбінування функцій довіри: Демпстера, дисконтоване Демпстера і Дюбуа-Прада [304*].

Вибір одного з цих правил здійснюється аналітиком, виходячи з додаткових особливостей задачі ПР, таких, наприклад, як допустимість появи реверсу рангів при оцінюванні альтернатив рішень.

В ієрархіях з петлями на рівнях критеріїв або цілей агрегація здійснюється методами нечіткого інтеграла Сугено або Шоке за нечіткими мірами Сугено або Цукамото. Для мережевої моделі реалізовано метод суперматриці.

Слід також відмітити, що деякі з методів агрегування застосовуються тільки до локальних ваг, отриманих певними методами. Так, для агрегування інтервальних локальних ваг використовуються розширені дистрибутивне або мультиплікативне правила. Правила комбінування функцій довіри застосовуються для агрегування функцій довіри до локальних ваг, обчислених пропонованим в роботі методом розрахунку довірчих інтервалів, а також для агрегування функцій мас, отриманих методом довіри.

Модуль обробки даних: інтерпретація результатів і аналіз чутливості.

Припустимо, що в СППР вирішується задача вибору однієї, в певному значенні найкращої, альтернативи рішень. Оцінити достовірність отриманого результату можна з використанням засобів аналізу чутливості. Так, якщо невеликі збурення у вхідних експертних оцінках призводять до зміни результатів, в даному випадку — до зміни найкращої альтернативи, то з'являється необхідність в повторному розв'язанні задачі. СППР дозволяє виконати аналіз чутливості рішення до змін ваг критеріїв або цілей, а також до змін значень оцінок експертів, використовуючи запропоновані в роботі методи.

У СППР реалізовано наступний інструментарій аналізу чутливості:

- проведення експерименту: результати відображаються в графічному виді, користувач за допомогою миші змінює графічні елементи, що відповідають вагам елементів моделі (наприклад, критеріїв або цілей) і спостерігає на екрані як змінюються результуючі агреговані ваги елементів моделі та ранжування альтернатив рішень;

- обчислення інтервалів змін ваг елементів моделі (наприклад, критеріїв або цілей), які призводять до зміни ранжування альтернатив рішень; оцінювання стійкості глобального ранжування альтернатив рішень до змін у вагах елементів моделі;

- оцінювання стійкості локального ранжування альтернатив рішень до змін в експертних оцінках;

- оцінювання стійкості узгодженості множини експертних оцінок парних порівнянь до зміни окремих оцінок.

У СППР обчислюються інтервали стійкості, які дозволяють знайти *критичні елементи задачі ПР*: експертні оцінки, чутливі до зміни локального ранжування альтернатив рішень, а також експертні оцінки, які характеризуються найбільшою неузгодженістю. Рекомендується організувати зворотний зв'язок з експертом з проханням провести більш точне оцінювання цих найбільш чутливих елементів. Отримати більш стійкі результати в деяких випадках дозволяє зміна та ускладнення структури моделі: додавання нових або видалення менш значущих критеріїв або цілей рішень, додавання в модель петель, зворотних зв'язків тощо.

Для реалізації математичних методів вибрано середовище Python 3. Характеристики і переваги цього інструментарію: відносна простота використання, наявність великої кількості бібліотек з реалізованими математичними функціями роботи з матрицями та розв'язання задач оптимізації, сучасний рівень побудови інформаційної системи, програмне забезпечення з відкритим кодом, крос-платформеність. Інтерфейс СППР написано з використанням бібліотеки PyQt 5. Уніфіковану мову моделювання (Unified

Modeling Language, UML) [5, 26] використано для описання компонент підсистеми функціональних модулів.

Для збереження моделей розроблено власний формат даних .ahr на основі відомого текстового формату обміну даними JavaScript Object Notation (JSON). Формат JSON вважається більш лаконічним в порівнянні з XML та більш підходить для серіалізації складних структур.

Всі модулі, які виконують розрахунки, було протестовано на великій кількості тестових задач ППР. Результати їх роботи узгоджувалися з результатами, отриманими комерційною СППР SuperDecisions [106].

6.3 Ролі в СППР

Із СППР можуть працювати декілька груп користувачів (рис.6.5): експерт, особа, що приймає рішення (ОПР) і аналітик. Побудова моделі задачі здійснюється експертами спільно з ОПР з використанням таких неформалізованих методів як мозковий штурм або панель експертів. Інформація, отримана на цьому етапі, носить концептуальний характер у вигляді формулювань множин альтернатив рішень, характеристик цих альтернатив та інших елементів задачі ПР. Цілі прийняття рішення, які теж часто включаються в модель, зазвичай формулюються ОПР. Основна функція експертів полягає в оцінюванні елементів моделі методом парних порівнянь. Експерти також можуть переглядати звіти про якість наданих ними оцінок. Якщо оцінки сильно суперечать одна одній, характеризуються недопустимою неузгодженістю, експерт може виконати їх коригування з метою підвищення узгодженості. Якщо зворотний зв'язок з експертами з певних причин неможливий, коригування експертних оцінок може бути виконане аналітиком. Аналітик здійснює введення статистичної інформації в систему, якщо така передбачена моделлю задачі.

Аналітик виконує обробку введених даних, використовуючи математичні методи і враховуючи особисті якості експерта. Аналітик проводить порівняльний аналіз результатів розв'язання задачі різними групами методів, а також при різних параметрах методів.

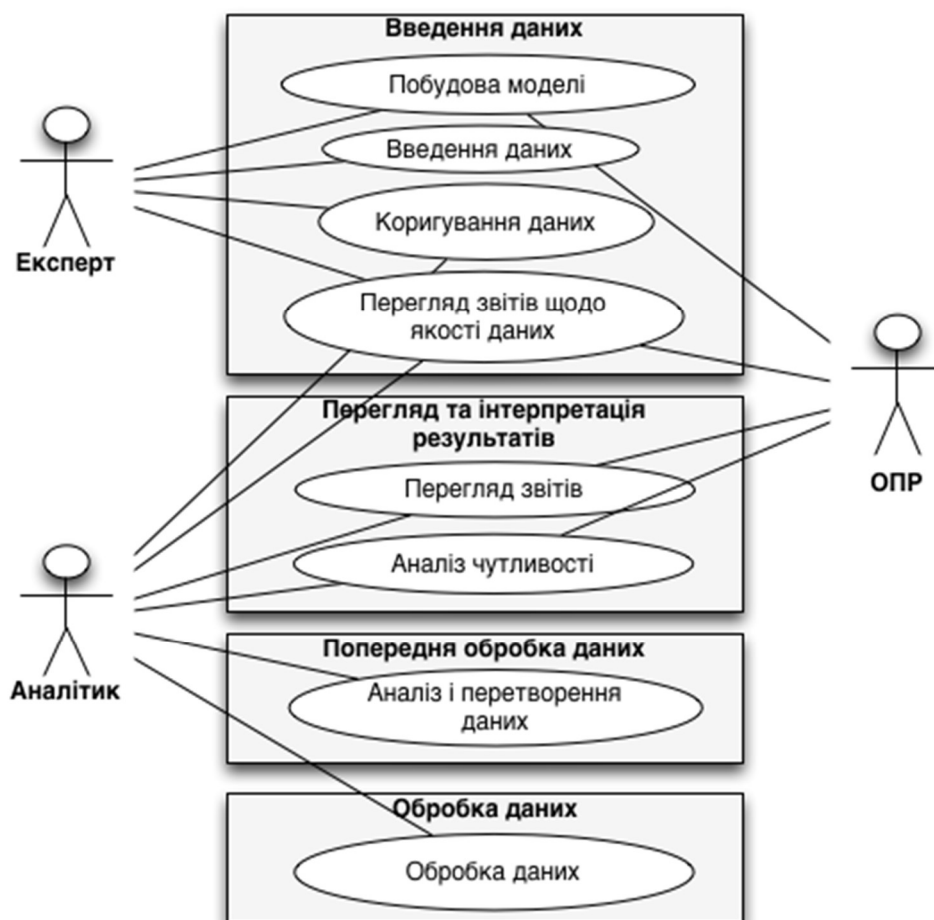


Рисунок 6.5. Діаграма прецедентів використання СППР

В СППР передбачені шаблони звітів про якість вхідних експертних оцінок, звіти з проміжними і кінцевими результатами обробки моделі. Аналітик і ОПР можуть здійснювати аналіз чутливості отриманих результатів.

6.4 Висновки за розділом 6

Запропоновані в роботі моделі, методи і підходи реалізовано в СППР, яку побудовано для вирішення практичних задач оцінювання альтернатив рішень на основі ієрархічної та мережевої моделей критеріїв. Вхідними даними в СППР є статистика та експертні оцінки елементів моделі.

Підсистему аналізу і обробки даних і підсистему функціональних модулів реалізовано в середовищі Python 3. Підсистему інтерфейсу користувача СППР

написано з використанням бібліотеки PyQT 5. Для описання компонент підсистеми функціональних модулів використано уніфіковану мову моделювання UML. Для збереження моделей в СППР розроблено власний формат даних .ahr на основі відомого текстового формату обміну даними JavaScript Object Notation (JSON). Всі модулі, які виконують розрахунки, було протестовано на великій кількості тестових задач ППР. Результати їх роботи узгоджувалися з результатами, отриманими комерційною СППР SuperDecisions.

Переваги розробленої СППР над відомими СППР того ж класу включають: можливість працювати на операційних системах Windows, Mac або Linux без зміни жодного рядка коду (крос-платформеність), використання програмного забезпечення з відкритим кодом (open source), можливість збереження та завантаження моделі з усіма розрахунками, а також побудова, візуалізація та редагування моделі в зручному для користувача графічному режимі. Розроблена СППР не є проблемно-орієнтовною і може використовуватися для розв'язання задачі ППР в будь-якій предметній області.

Результати, отримані в розділі 6, опубліковано в роботах [33, 38, 47, 50, 53, 56, 300].

РОЗДІЛ 7. РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАДАЧ

7.1 Застосування розроблених методів в методології сценарного аналізу розв'язання задач передбачення

МАІ і його узагальнення – метод аналізу мереж займають важливе місце в методології сценарного аналізу [18, 19, 54*, 78*, 81* – 84*, 419] розв'язання задач передбачення [156, 226, 249, 279, 286]. Основними перевагами МАІ перед іншими методами якісного аналізу є можливість структуризації складної проблеми у вигляді ієрархії або мережі, можливість об'єднання в єдиній структурі прийняття рішень кількісної і експертної вхідної інформації і процедура отримання експертних оцінок методом парних порівнянь, яка дозволяє найкращим чином врахувати психофізіологічні особливості людини.

Розглянемо вхідні дані для МАІ при розв'язанні задач передбачення (рис.7.1). Оскільки МАІ і МАМ дуже гнучкі методи і можуть використовуватися для розв'язання різноманітних задач в процесі побудови і оцінювання сценаріїв, то побудова ієрархічної або мережевої моделей ППР залежить від поставленої задачі і предметної області. У зв'язку з цим, деякі з перерахованих нижче елементів моделі можуть бути відсутніми при розв'язанні конкретної практичної задачі. Модель зазвичай містить попередні сценарії або альтернативи рішень та різноманітні критерії, за якими вони оцінюються: економічні, соціальні, екологічні, технологічні, інформаційні, політичні тощо, критерії доходів, витрат, можливостей і ризиків.

Цілі і політики осіб, зацікавлених у прийнятті того чи іншого рішення стосовно досліджуваної проблеми, та осіб, які можуть впливати на вибір альтернативи, враховуються в моделі шляхом формування окремих рівнів ієрархії або кластерів мережі та оцінюються методом парних порівнянь.

Якщо задача полягає в знаходженні ймовірностей появи того чи іншого сценарію, то зазвичай попередні чи узагальнені сценарії формують останній рівень ієрархії. На її вищих рівнях в цьому випадку знаходяться критерії, цілі і політики акторів.

Задачі, які можуть бути розв'язані
за допомогою МАІ

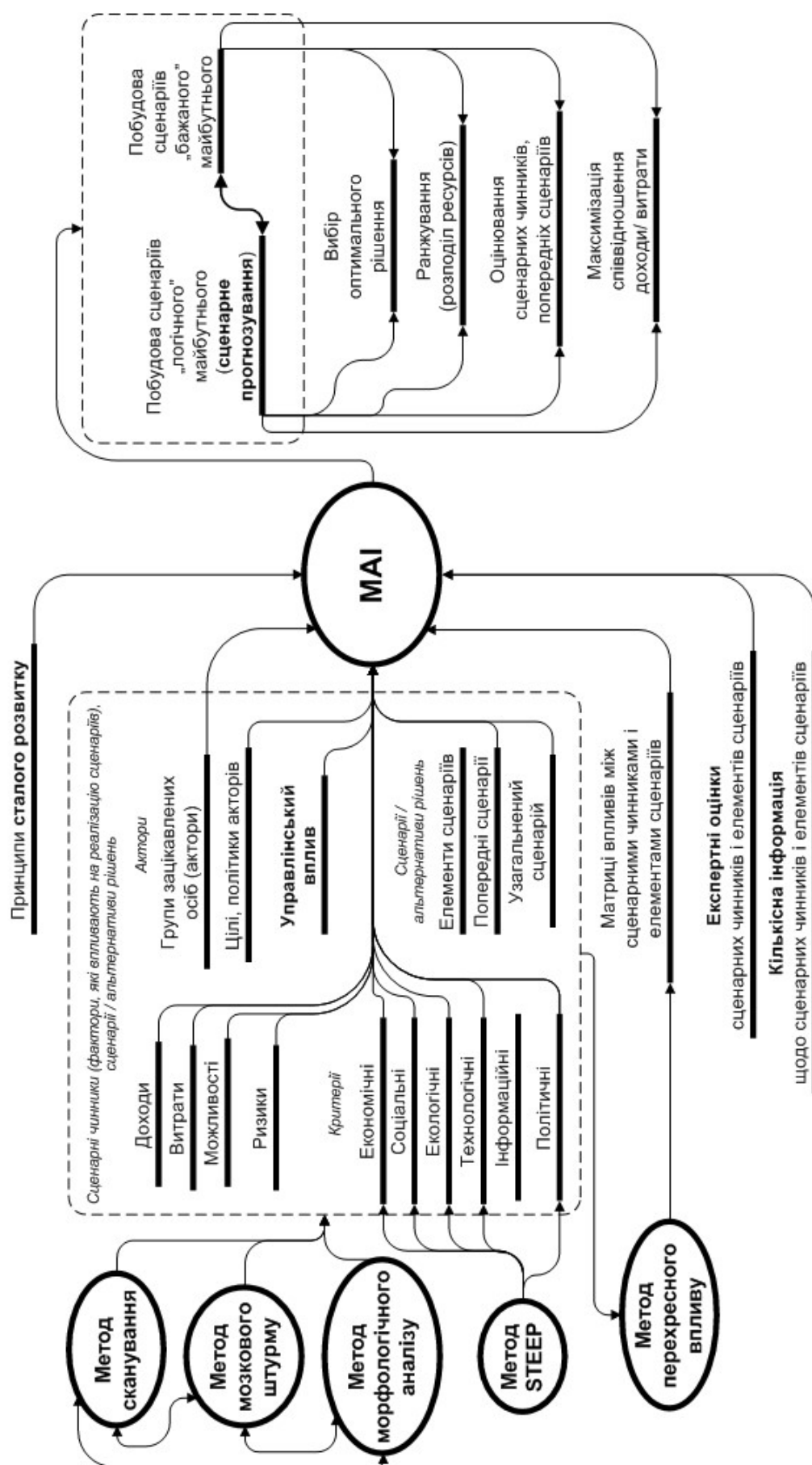


Рисунок 7.1 – Схема взаємодії між методами якісного аналізу

Якщо задача полягає у виборі дій для досягнення бажаного сценарію, то ієрархія будується по-іншому і на її останньому рівні знаходяться політики акторів, серед яких потрібно здійснити вибір. Сценарії і фактори, які впливають на реалізацію політик, формуються експертом за результатами проведених методів сканування, мозкового штурму, морфологічного аналізу [89, 96], STEEP або є результатами попереднього використання МАІ у випадку оцінювання узагальнених сценаріїв.

Взаємозв'язки між сценаріями і факторами сценаріїв можуть задаватися безпосередньо експертом або опосередковано, використовуючи метод перехресного впливу [18, 19, 419]. Коли ці взаємозв'язки встановлено, будується ієрархічна чи мережева структури проблеми і застосовується теорія МАІ чи МАМ.

Управлінський вплив може включатися до МАІ у вигляді:

- зміненої експертної оцінки відносно пари елементів ієрархічної або мережевої моделей;
- зміненої ваги елемента ієрархічної або мережевої моделей;
- додавання або видалення елемента ієрархічної або мережевої моделей, зокрема додавання або видалення сценарію.

В результаті управлінського впливу перераховуються імовірності попередніх сценаріїв, ваги критеріїв і факторів, визначаються стійкі і чутливі елементи моделі.

Виконання етапу якісного аналізу методології сценарного аналізу дозволяє, використовуючи МАІ та МАМ, побудувати і оцінити попередні сценарії, які на наступному етапі об'єднуються в узагальнені сценарії з метою підготовки остаточних рішень.

Формування і аналіз узагальнених сценаріїв здійснюється експертами чи суб'єктом сценарію (особа, організація, країна) за *методом Лоуверіджа* [273] і з використанням МАІ на основі таких етапів:

- за результатами МАІ відбираються попередні сценарії з найбільшими ймовірностями виконання, окремі попередні сценарії можуть об'єднуватися і формувати узагальнені сценарії;

- експертом визначаються стратегічні фактори, за якими будуть оцінюватися узагальнені сценарії;
- теорія МАІ та МАМ використовується для оцінювання узагальнених сценаріїв за моделлю стратегічних факторів.

На заключному етапі здійснюється оцінювання реалістичності розроблених сценаріїв за методом Байєса.

7.2 Оцінювання критичних технологій енергетики України

7.2.1 Постановка задачі

Дано: перелік критичних технологій України за напрямом «Енергетика та енергоефективність», наданих замовником; опис цих критичних технологій та їх паспорти наведено в додатку Б,

- оцінки важливості критеріїв та оцінки технологій за критерієм "ризик", надані експертами ІЕЕЕ НТУУ КП.

Потрібно:

- знайти найбільш пріоритетний кластер технологій,
- знайти найбільш пріоритетні технології на основі агрегованих ваг технологій за множиною критеріїв.

Використовуючи розроблений інструментарій, необхідно розрахувати відносні пріоритети критичних технологій на основі кількісної інформації, наведеної в паспортах, та експертних оцінок важливості критеріїв впровадження технологій. Порівняти отримані результати з результатами за іншим методом експертного оцінювання, а саме, методом морфологічного аналізу [89, 96].

Критичні технології кластеризовано наступним чином: енергозберігаючі технології, відновлювальна енергетика та екобудинки (табл. 7.1).

Енергозберігаючі технології включають збереження енергії при її виробництві, а саме, когенераційні технології та енергетичне машинобудування та збереження енергії в енергетичних мережах. *Відновлювальна енергетика* включає геотермальну, вітрову, сонячну та біоенергетику.

Таблиця 7.1 - Кластеризація критичних технологій

Енергозберігаючі технології		Відновлювальна енергетика				Екобудинки
При виробництві енергії	В енергетичних мережах	Геотермальна	Біоенергетика	Вітрова	Сонячна	
1. Когенераційні технології. Технологія створення енергогенеруючих потужностей на основі комбінованих когенераційних і теплонасосних установок	3.Електроенергетика 3.1.Технологія удосконалення та структурної оптимізації енергетичних мереж згідно намірів гармонізації з енергетичною системою країн ЕС	6.Теплонасосні технології. 6.1.Технологія парокомпресійних теплових насосів	4. Нові види палива і енергоресурсу. 4.1.Технологія отримання моторних палив чи метанолу на базі українських родовищ бурого вугілля, торфу, сланців та іншої вуглецьвмісної сировини	3.Електроенергетика. 3.3.Технологія використання модульних систем у малій вітроенергетиці	2. Енергозабезпечення будівель і споруд. 2.1.Технологія опалення та гарячого водопостачання житлових та комунально-побутових приміщень на основі використання сонячної енергії	2. Енергозабезпечення будівель і споруд. 2.2.Технологія ефективного екобудинку з використанням відновлювальних джерел енергії

Таблиця 7.1 (продовження)

Енергозберігаючі технології (ЕТ)		Відновлювальна енергетика (ВЕ)	
При виробництві енергії	В енергетичних мережах	Геотермальна	Біоенергетика
<p>7. Енергетичне машинобудуван.</p> <p>7.1.Технологія використання високотемпературної надпровідності в електричних машинах та інших пристроях</p>	<p>3.Електроенергетика</p> <p>3.2.Технологія зменшення втрат в елементах транзитних електричних мереж</p>	<p>6.Теплонасосні технології.</p> <p>6.2.Технологія ефективного використання теплоти ґрунту і ґрунтових вод в комбінованих системах</p>	<p>4. Нові види палива і енергоресурсу. 4.2. Технологія отримання синтетичного палива (газу)</p>
<p>7. Енергетичне машинобудуван.</p> <p>7.2.Технологія магніторідної герметизації для підвищення ресурсу обладнання на енергетичному устаткуванні</p>	<p>5.Технології горіння. Виготовлення термо-, та корозійно-стійких теплоізолюючих матеріалів для теплових мереж</p>	<p>6. Теплонасосні технології.</p> <p>6.3.Технологія використання відновлювальних джерел енергії в інтегрованих теплонасосних системах</p>	

В поняття *екобудинку* проблема енергоефективності входить лише як окрема складова, поряд з виробництвом будматеріалів, власне будівництвом екобудинку та утилізацією відходів. Технологія ефективного екобудинку розглядалася окремо.

7.2.2 Ієрархічна модель оцінювання критичних технологій в енергетиці України

В якості критеріїв вибрано характеристики критичних технологій, наведені у паспортах (див. додаток Б і рис.7.1):

- економічна ефективність,
- конкурентоспроможність,
- технологічна складність,
- витрати,
- ризики.

Економічна ефективність включає річні обсяги продажу нової наукоємної продукції у вартісних показниках (млн.дол). У паспортах наведені інтервальні експертні оцінки економічної ефективності для кожної критичної технології.

Конкурентоспроможність критичних технологій оцінюється порівняно з вітчизняними та іноземними аналогами. У паспортах наведені бальні експертні оцінки конкурентоспроможності кожної критичної технології.

Технологічна складність критичних технологій вимірюється двома параметрами: термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки) та початок виробництва нової наукоємної продукції (через х років). В паспортах наведені точкові оцінки першого параметру. Експертні оцінки щодо другого параметру представлені у вигляді інтервалів.

Витрати включають витрати у грошовому та часовому вимірах:

- загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис. грн),
- обсяги витрат на впровадження технології (тис. грн): мінімальний, середній, максимальний,
- терміни впровадження (роки): мінімальний, середній, максимальний.

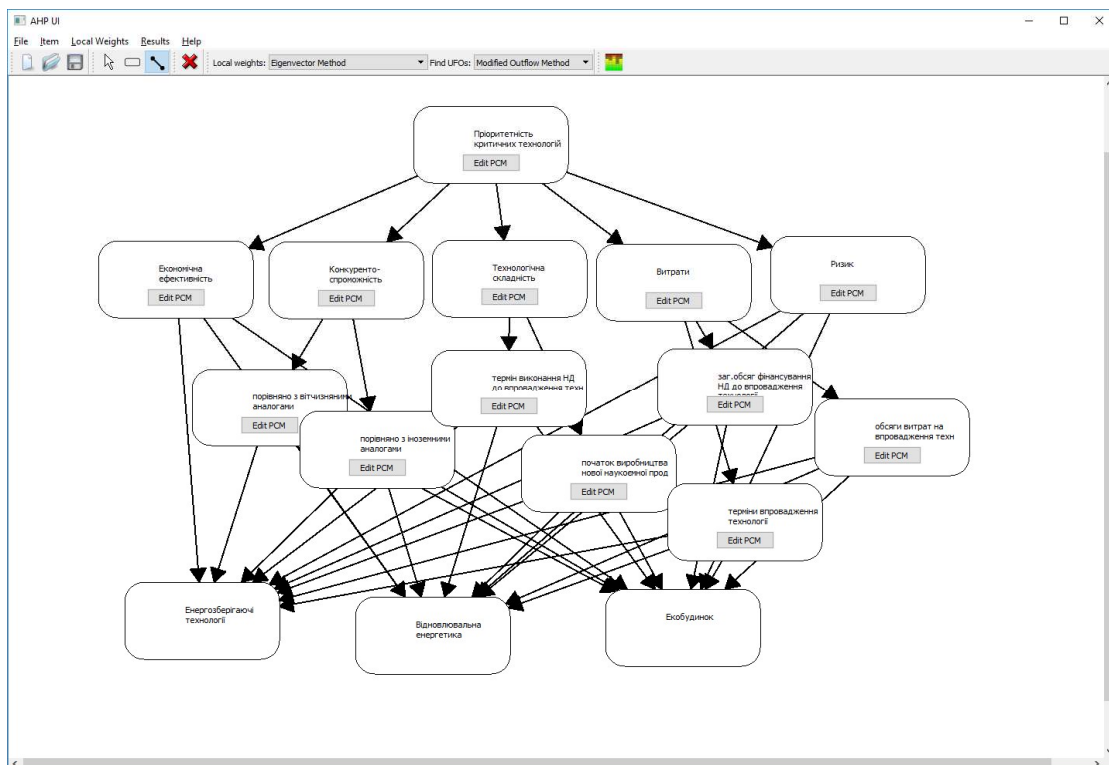


Рисунок 7.1 – Ієрархічна модель для оцінювання пріоритетності критичних технологій за напрямом «Енергетика та енергоефективність»

В паспортах не представлена інформація щодо ризику впровадження кожної з технологій. Оскільки цей критерій є важливим для правильного вибору перспективних технологій, то експертне оцінювання технологій за ризикованістю було проведено додатково. Економічний та зовнішній ризики розглядалися окремо. *Економічні ризики* відносяться до ризиків енергетичного ринку, а *зовнішні ризики* включають небажані ситуації безпосередньо при виробництві енергії: операційні ризики, аварії/ катастрофи, небажані зовнішні неприродні ситуації. *Операційні ризики* – це небажані ситуації при стандартних операціях з виробництва енергії. Вони вважаються звичайним явищем і не розглядаються як аварії чи катастрофи. Це, наприклад, викиди токсичних хімічних речовин, підвищення радіоактивності, парниковий ефект тощо. Масштаби і характеристики *аварій та катастроф* залежать від конкретної технології виробництва енергії. Небажаними зовнішніми неприродними ситуаціями можуть бути геополітичні нестабільності, військові конфлікти, терористичні напади на енергетичні об'єкти.

Для врахування описаних вище видів ризику при прийнятті рішення щодо вибору пріоритетних критичних технологій необхідно, щоб експерти вказали відносну важливість кожного з видів ризику, а також оцінили кожну критичну технологію за вказаними видами ризику.

7.2.3 Результати застосування розроблених методів та інструментарію до оцінювання критичних технологій в енергетиці України

Відповідно до розробленої методології (див. п.2.1), спочатку було проведено формування (рис.7.2) та аналіз (рис.7.3 – 7.5) вхідної експертної інформації у вигляді обернено симетричних МПП елементів моделі.

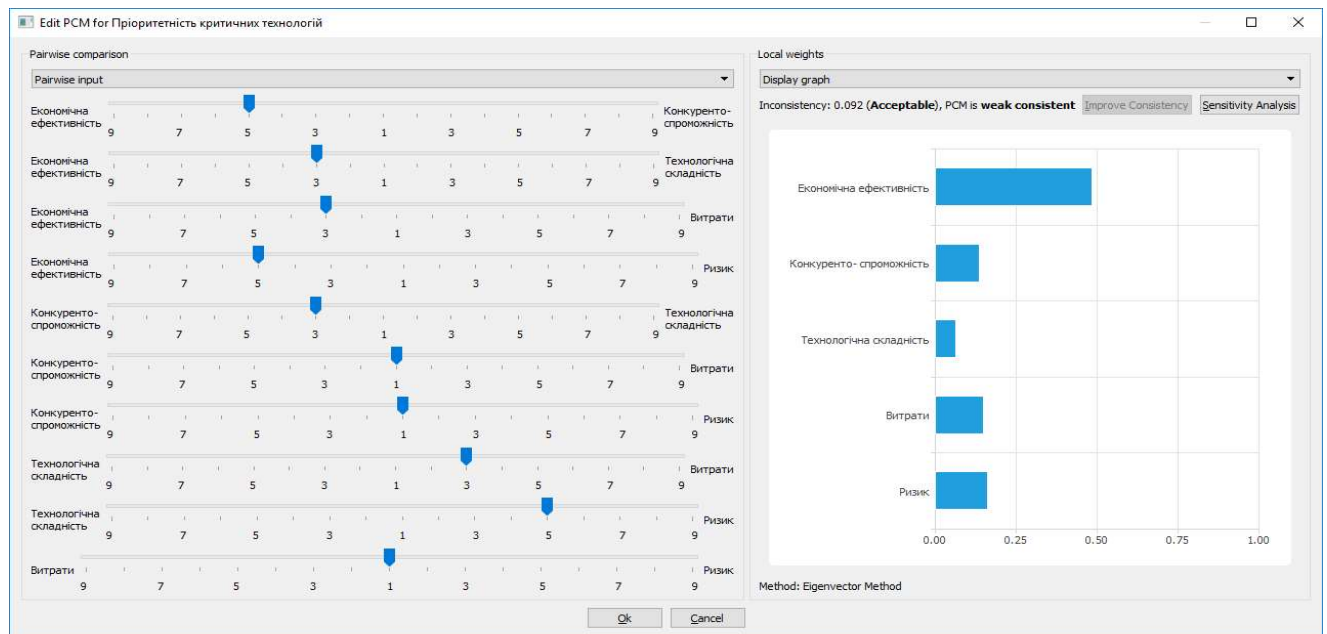


Рисунок 7.2 – Вікно отримання експертних оцінок парних порівнянь критеріїв моделі, наведеної на рис.7.1

На рис.7.3 показано випадок недопустимо неузгодженої та слабко неузгодженої МПП, яка не може використовуватися для розрахунку ваг, потребує коригування. Використовуючи пропонований метод Transitiv, знайдено найбільш неузгоджений елемент цієї МПП (відмічено на рис.7.3 червоним кольором). Результати коригування найбільш неузгодженого елемента без участі експерта наведено на рис.7.4 і 7.5.

На основі допустимо неузгоджених МПП виконується розрахунок пріоритетів елементів моделі. На рис. 7.6 а) – в) показано результуючі ваги п'яти критеріїв першого рівня моделі, розраховані відомим методом головного власного вектору, моделлю GPM, яка є складовою пропонованого методу на основі НМПП, та пропонованим методом розрахунку довірчих інтервалів DSAHP. Як видно з цих рисунків ваги критеріїв, отримані різними методами, співпадають в межах практичної точності і задають однакове ранжування критеріїв.

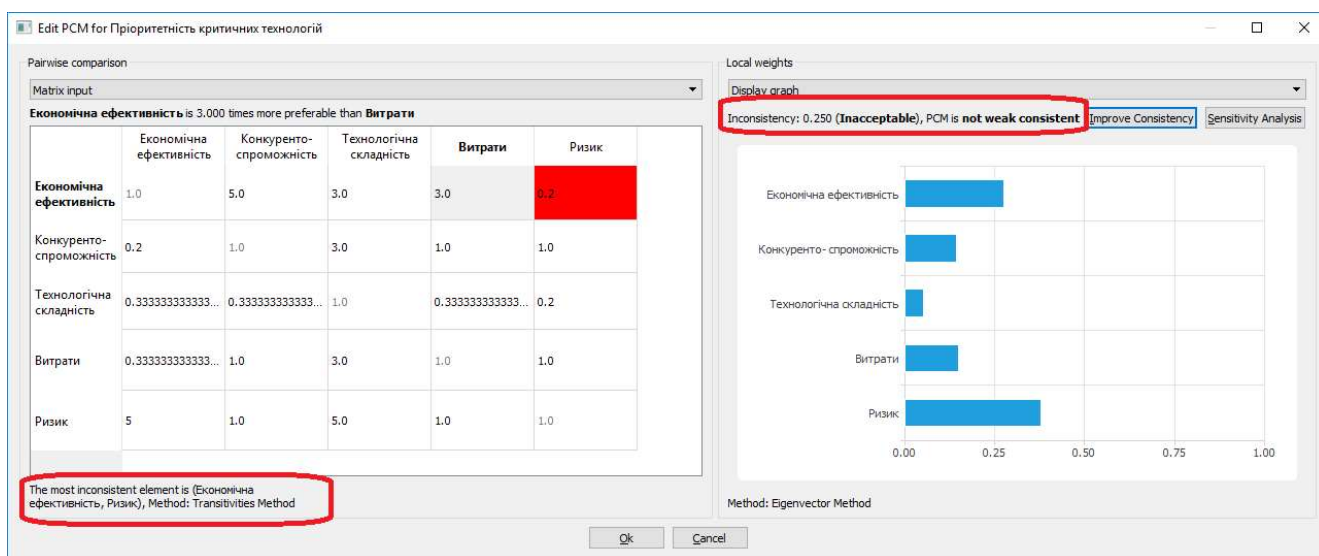


Рисунок 7.3 – Вікно з результатами роботи пропонованого методу оцінювання узгодженості МПП

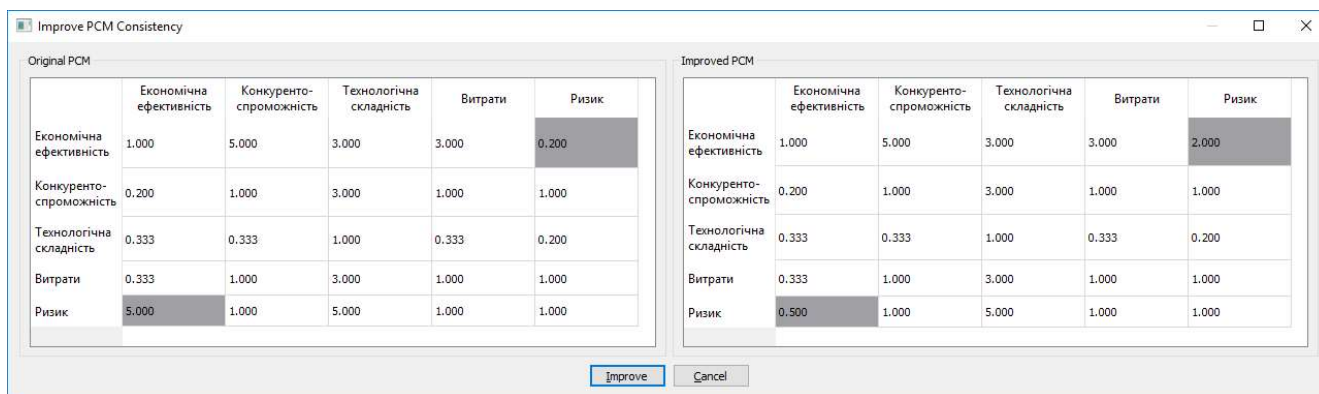


Рисунок 7.4 – Початкова (зліва) та скоригована (справа) МПП, використовуючи пропонований метод підвищення узгодженості без участі експерта

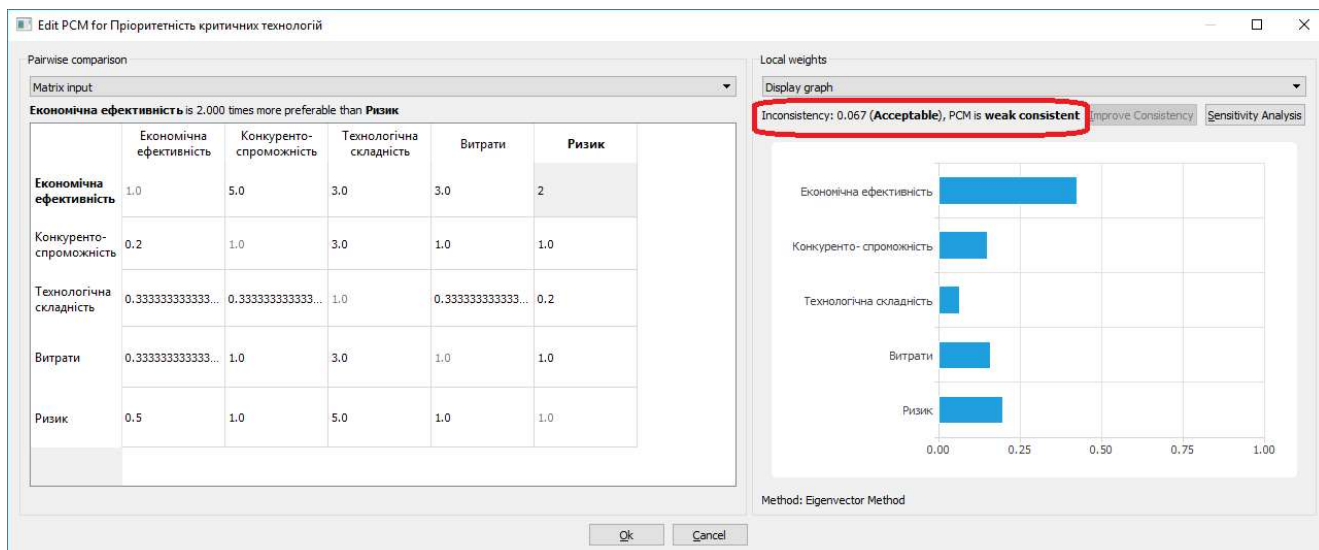


Рисунок 7.5 – Характеристики допустимо неузгодженої МПП

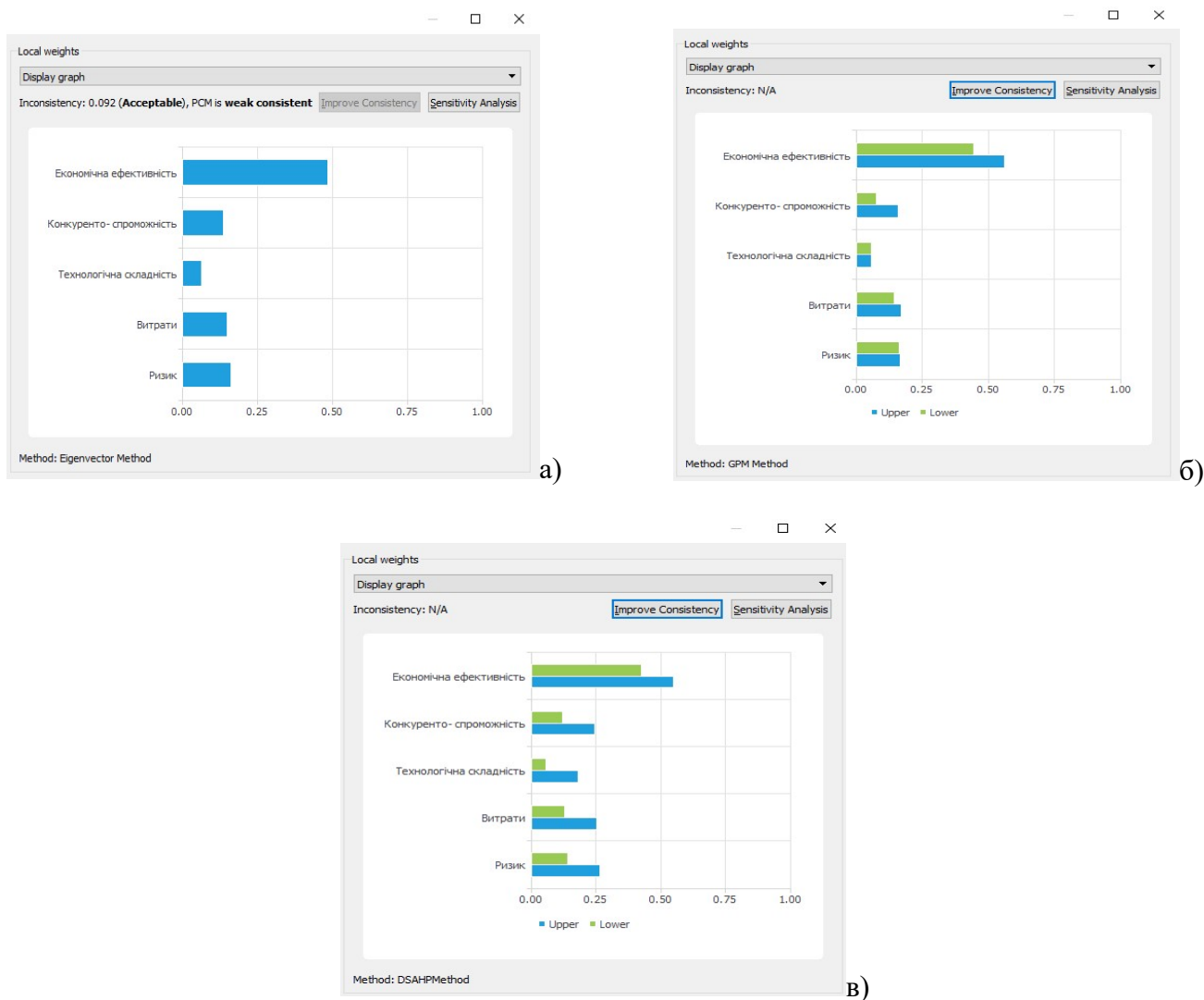


Рисунок 7.6 – Локальні ваги критеріїв, розраховані методами головного власного вектору (а), моделлю GPM (б) і методом DSAHP (в)

На рис. 7.7 наведено результати оцінювання локальної чутливості експертних оцінок парних порівнянь, наведених на рис.7.2, до збурень окремих оцінок. Фіксується елемент МПП (оцінка експерта) і для нього розраховується інтервал стійкості, в межах якого може змінюватися ця оцінка, щоб рівень неузгодженості всієї множини оцінок залишався допустимим (рис.7.7 а). Для кожного елемента МПП також розраховуються інтервали та індекси стійкості щодо збереження найкращого критерію та всього ранжування критеріїв (рис.7.7 б). Індекси стійкості, що побудовані на основі відповідних інтервалів стійкості, дозволяють знайти найбільш чутливі елементи задачі ППР, які потребують додаткового оцінювання. Розглянемо, наприклад, множину оцінок порівнянь критеріїв, наведену на рис.7.2, і відповідну їй МПП. Найбільш чутливим до зміни рівня узгодженості є елемент $d_{1,3}$ цієї МПП, оскільки він має найменше значення індексу стійкості, рівне $s_{1,3} = 1.189$ (див. рис.7.7 а). Найбільш чутливими до зміни найкращого критерію та всього ранжування критеріїв є, відповідно, елементи $d_{1,5}$ і $d_{1,4}$ цієї МПП (див. рис.7.7 б і в).

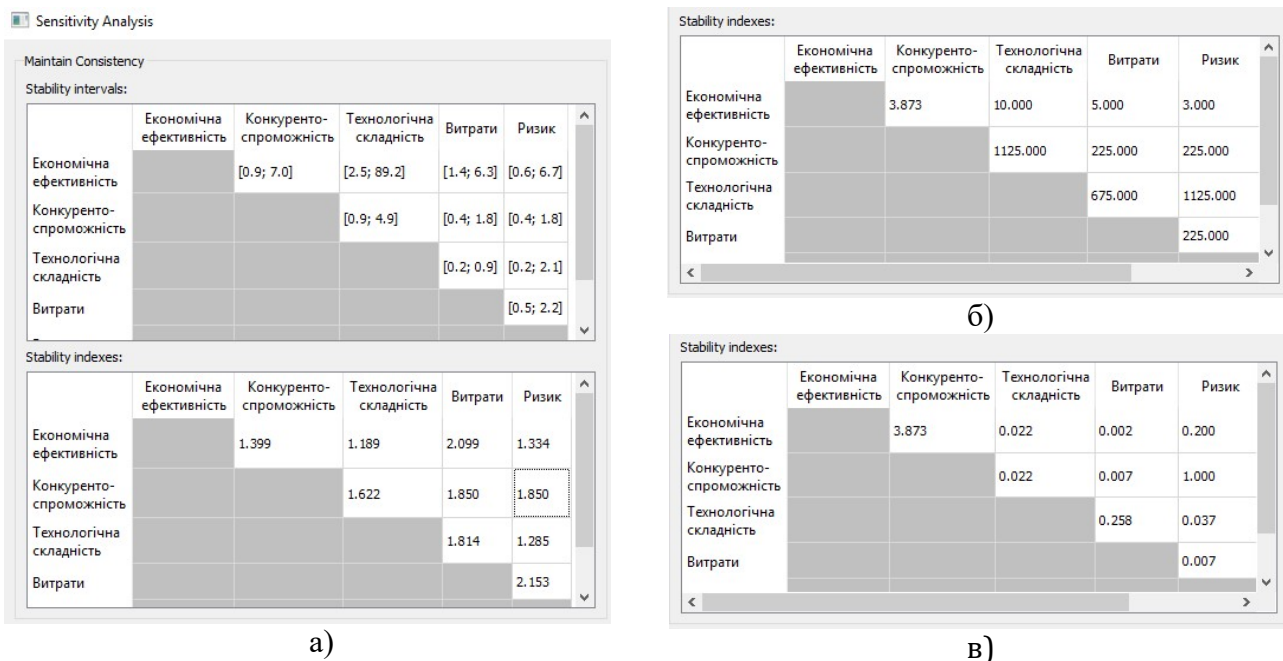


Рисунок 7.7 – Вікна з результатами аналізу чутливості елементів МПП щодо збереження узгодженості (а), найкращого критерію (б) та ранжування критеріїв(в)

Відповідно до постановки задачі, шукався найбільш пріоритетний кластер критичних технологій з трьох варіантів: енергозберігаючі технології, відновлювальна енергетика та екобудинки. На рис. 7.8 – 7.10 наведено результати агрегування локальних ваг цих кластерів за побудованою моделлю критеріїв (див. рис.7.1). Отримано, що найбільший пріоритет має «Екобудинки» (вага 0.517). На другому і третьому місцях у ранжуванні знаходяться, відповідно, кластери «Енергозберігаючі технології» (0.260) і «Відновлювальна енергетика» (0.223).

	Пріоритетність оптимальна технологія	Економічна ефективність	Конкурентно- спроможність	Технологічна складність	Витрати	Ризик	іно з вітчизн. аналогіями	іно з іноземн. аналогіями	зміни виконання і впровадження т.	часок виробництва до впровадження т.	обсяг фінансування до впровадження технології	обсяги витрат на впровадження т.	зміни впровадження технології	Енергозберігаючі технології	Відновлювальна енергетика	Екобудинки
Пріоритетність критичних технологій	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Економічна ефективність	0.486	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Конкурентно- спроможність	0.137	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Технологічна складність	0.066	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Витрати	0.149	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Ризик	0.162	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
порівняно з вітчизнаними аналогіями	0.000	0.000	0.125	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
порівняно з іноземними аналогіями	0.000	0.000	0.875	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
терміни виконання НД до впровадження т.	0.000	0.000	0.000	0.833	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
початок виробництва нових наукових і пром. заг. обсяг фінансування НД до впровадження технології	0.000	0.000	0.000	0.167	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
обсяги витрат на впровадження т.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.481	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
терміни впровадження технології	0.000	0.000	0.000	0.000	0.405	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Енергозберігаючі технології	0.000	0.000	0.000	0.000	0.114	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Відновлювальна енергетика	0.000	0.166	0.000	0.000	0.000	0.075	0.234	0.281	0.694	0.584	0.600	0.600	0.333	1.000	0.000	0.000
Екобудинки	0.000	0.225	0.000	0.000	0.000	0.333	0.080	0.135	0.132	0.281	0.200	0.200	0.333	0.000	1.000	0.000
	0.000	0.610	0.000	0.000	0.000	0.592	0.685	0.584	0.174	0.135	0.200	0.200	0.333	0.000	0.000	1.000

Рисунок 7.8 – Суперматриця задачі пошуку пріоритетного кластеру

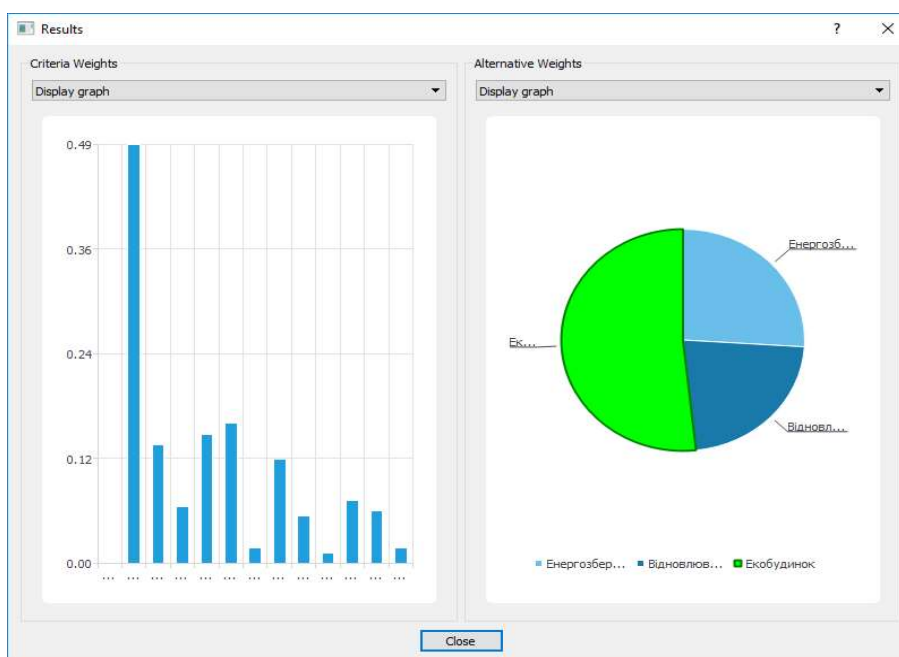


Рисунок 7.9 – Графічне представлення агрегованих ваг критеріїв моделі (зліва) та агрегованих ваг кластерів технологій (справа)

На другому етапі, використовуючи розроблений інструментарій, проведено оцінювання та розрахунки локальних і агрегованих ваг для конкретних критичних технологій (див. табл.7.1) в межах кожного кластеру. В результаті, використовуючи оцінки, надані 12-ма експертами, знайдено значення пріоритетів за кожним критерієм для енергозберігаючих технологій та технологій відновлювальної енергетики (табл. 7.2) та розраховано **агреговані** за моделлю критеріїв значення пріоритетів (ваг) критичних технологій (табл.7.3).

Criteria Weights		Alternative Weights	
Criteria	Weight	Alternative	Weight
Економічна ефективність	0.486	Енергозберігаючі технології	0.260
Конкурентоспроможність	0.137	Відновлювальна енергетика	0.223
Технологічна складність	0.066	Екобудинки	0.517
Витрати	0.149		
Ризик	0.162		
порівняно з вітчизняними аналогами	0.017		
порівняно з іноземними аналогами	0.120		
термін виконання НД до впровадження техн	0.055		
початок виробництва нової наукової прод	0.011		
заг.обсяг фінансування НД до впровадження	0.072		
обсяги витрат на впровадження техн	0.061		
терміни впровадження технологій	0.017		

Рисунок 7.10 – Табличне представлення агрегованих ваг критеріїв моделі (зліва) та кластерів критичних технологій (справа)

Так, найбільш пріоритетними критичними технологіями за оцінками 1-го експерту виявилися: «3.1.Технологія удосконалення та структурної оптимізації енергетичних мереж згідно намірів гармонізації з енергетичною системою країн ЕС» (агрегований пріоритет 0.295) і «6.1.Технологія парокомпресійних теплових насосів» (агрегований пріоритет 0,199) (табл. 7.2). Розраховано агреговані значення пріоритетів критичних технологій, отримані за оцінками кожного з 12-ти експертів (табл. 7.3). Остаточні «групові» агреговані пріоритети технологій з урахуванням значень ваг кластерів, до яких вони входять, наведено в табл. 7.4.

Таблиця 7.2 – Пріоритети критичних технологій за множиною критеріїв (за оцінками 1-го експерту)

Енергозберігаючі технології	Критерії									Агрегований, глобальний пріоритет
	Річні обсяги продажу нової наукової продукції	Конкурентно-спроможність порівняно з вітчизняними аналогами	Конкурентно-спроможність порівняно з іноземними аналогами	Термін виконання НД до впровадження технології	Початок виробництва нової наукової продукції	Загальний обсяг фінансування НД до впровадження технології	Обсяг витрат на впровадження технології	Терміни впровадження технології	Ризик	
	0.486	0.017	0.120	0.054	0.011	0.072	0.060	0.017	0.162	
1. Когенераційні технології. Технологія створення енергогенеруючих потужностей на основі комбінованих когенераційних і теплонасосних установок	0.1	0.158	0.167	0.163	0.261	0.187	0.146	0.112	0.124	0.127
7. Енергетичне машинобудування. 7.1.Технологія використання високо-температурної надпровідності в електричних машинах, апаратах та інших електротехнічних пристроях	0.1	0.158	0.167	0.163	0.174	0.281	0.439	0.14	0.164	0.158
7. Енергетичне машинобудування. 7.2.Технологія магніторідної герметизації для значного підвищення ресурсу обладнання, що експлуатується на енергетичному устаткуванні	0.2	0.053	0.056	0.217	0.261	0.188	0.073	0.187	0.164	0.167
3.Електроенергетика 3.1.Технологія удосконалення та структурної оптимізації енергетичних мереж згідно намірів гармонізації з енергетичною системою країн ЕС	0.4	0.211	0.167	0.13	0.174	0.188	0.146	0.28	0.249	0.295
3.Електроенергетика 3.2.Технологія зменшення втрат в елементах транзитних електричних мереж	0.1	0.211	0.222	0.163	0.065	0.094	0.049	0.14	0.164	0.127
5.Технології горіння. Виготовлення термо-та корозійностійких теплоізолюючих матеріалів для теплових мереж	0.1	0.211	0.222	0.163	0.065	0.063	0.146	0.14	0.134	0.126

Таблиця 7.2 – Пріоритети критичних технологій за множиною критеріїв (за оцінками 1-го експерту, продовження)

Відновлювальна енергетика	Критерії									Агрегований, глобальний пріоритет
	Річні обсяги продажу нової наукової продукції	Конкурентно-спроможність порівняно з вітчизняними аналогами	Конкурентно-спроможність порівняно з іноземними аналогами	Термін виконання НД до впровадження технології	Початок виробництва нової наукової продукції	Загальний обсяг фінансування НД до впровадження технології	Обсяг витрат на впровадження технології	Терміни впровадження технології	Ризик	
	0.486	0.017	0.120	0.054	0.011	0.072	0.060	0.017	0.162	
6. Теплонасосні технології. 6.1.Технологія парокомпресійних теплових насосів	0.235	0.174	0.174	0.111	0.138	0.121	0.187	0.375	0.169	0.199
6.Теплонасосні технології. 6.2.Технологія ефективного використання теплоти ґрунту і ґрунтових вод в комбінованих теплонасосних системах	0.118	0.13	0.13	0.222	0.207	0.241	0.375	0.188	0.170	0.160
6. Теплонасосні технології. 6.3.Технологія використання різнорідних відновлювальних джерел енергії в інтегрованих теплонасосних системах	0.118	0.13	0.13	0.222	0.207	0.29	0.375	0.125	0.165	0.162
4. Нові види палива і енергоресурсу. 4.1.Технологія отримання моторних палив чи метанолу на базі україн. родовищ бурого вугілля, торфу, сланців, пісного кам'яного вугілля та інш. вуглецевмісної сировини	0.118	0.13	0.13	0.111	0.207	0.29	0.0003	0.063	0.076	0.118
4. Нові види палива і енергоресурсу. 4.2.Технологія отримання синтетичного палива (газу)	0.235	0.13	0.13	0.111	0.052	0.018	0.009	0.094	0.076	0.154
3.Електроенергетика. 3.3.Технологія використання модульних систем у малій вітроенергетиці	0.059	0.13	0.13	0.111	0.138	0.005	0.006	0.094	0.107	0.074
2. Енергозабезпечення будівель і споруд. 2.1.Технологія опалення та гарячого водопостачання житлових та комунально-побутових приміщень на основі використання сонячної енергії	0.118	0.174	0.174	0.111	0.052	0.036	0.047	0.063	0.237	0.133

Таблиця 7.3 – Глобальні пріоритети критичних енергозберігаючих технологій (за оцінками 12-ти експертів)

Енергозберігаючі технології	Групові глобальні пріоритети	Індивідуальні глобальні пріоритети											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1. Когенераційні технології. Технологія створення енергогенеруючих потужностей на основі комбінованих когенераційних і теплонасосних установок	0.156	0.127	0.133	0.119	0.177	0.157	0.140	0.142	0.127	0.125	0.129	0.185	0.150
7. Енергетичне машинобудування. 7.1.Технологія використання високо-температурної надпровідності в електричних машинах, апаратах та інших електротехнічних пристроях	0.192	0.158	0.204	0.134	0.142	0.141	0.224	0.185	0.152	0.164	0.201	0.205	0.202
7. Енергетичне машинобудування. 7.2.Технологія магніторідної герметизації для значного підвищення ресурсу обладнання, що експлуатується на енергетичному устаткуванні	0.176	0.167	0.158	0.172	0.133	0.186	0.148	0.141	0.166	0.186	0.138	0.184	0.160
3.Електроенергетика 3.1.Технологія удосконалення та структурної оптимізації енергетичних мереж згідно намірів гармонізації з енергетичною системою країн ЕС	0.269	0.295	0.267	0.319	0.218	0.275	0.243	0.177	0.256	0.240	0.229	0.211	0.233
3.Електроенергетика 3.2.Технологія зменшення втрат в елементах транзитних електричних мереж	0.154	0.127	0.120	0.161	0.175	0.105	0.110	0.185	0.157	0.158	0.162	0.103	0.127
5.Технології горіння. Виготовлення термо- та корозійностійких теплоізолюючих матеріалів для теплових мереж	0.148	0.126	0.118	0.138	0.155	0.138	0.134	0.172	0.142	0.128	0.142	0.112	0.127

Таблиця 7.3 – Глобальні пріоритети критичних технологій відновлювальної енергетики (за оцінками 12-ти експертів, продовження)

Відновлювальна енергетика	Групові глобальні пріоритети	Індивідуальні глобальні пріоритети											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6. <i>Теплонасосні технології.</i> 6.1.Технологія парокompресійних теплових насосів	0.192	0.199	0.193	0.187	0.149	0.174	0.194	0.143	0.162	0.153	0.178	0.181	0.205
6. <i>Теплонасосні технології.</i> 6.2.Технологія ефективного використання теплоти ґрунту і ґрунтових вод в комбінованих теплонасосних системах	0.197	0.160	0.186	0.167	0.162	0.164	0.209	0.202	0.156	0.168	0.170	0.215	0.208
6. <i>Теплонасосні технології.</i> 6.3.Технологія використання різномірних відновлювальних джерел енергії в інтегрованих теплонасосних системах	0.196	0.162	0.193	0.166	0.162	0.164	0.211	0.189	0.155	0.167	0.168	0.213	0.201
4. <i>Нові види палива і енергоресурсу.</i> 4.1.Технологія отримання моторних палив чи метанолу на базі україн. родовищ бурого вугілля, торфу, сланців, пісного кам'яного вугілля та інш. вуглецевмісної сировини	0.130	0.118	0.106	0.111	0.120	0.128	0.103	0.103	0.129	0.125	0.119	0.147	0.118
4. <i>Нові види палива і енергоресурсу.</i> 4.2.Технологія отримання синтетичного палива (газу)	0.143	0.154	0.136	0.162	0.128	0.147	0.122	0.111	0.162	0.138	0.126	0.075	0.106
3. <i>Електроенергетика.</i> 3.3.Технологія використання модульних систем у малій вітроенергетиці	0.103	0.074	0.066	0.075	0.132	0.098	0.063	0.121	0.107	0.118	0.112	0.096	0.070
2. <i>Енергозабезпечення будівель і споруд.</i> 2.1.Технологія опалення та гарячого водопостачання житлових та комунально-побутових приміщень на основі використання сонячної енергії	0.131	0.133	0.120	0.135	0.147	0.125	0.098	0.132	0.130	0.132	0.128	0.074	0.091

Таблиця 7.4 – Результуючі агреговані групові пріоритети технологій

№	Критичні технологій	Нормовані пріоритети, *10	Ранг	Метод морфологічного аналізу	Ранг
1	2.2. Технологія енергоефективного екобудинку з використанням ВДЕ	4.260	1	0.746	1
2	3.1. Технологія удосконалення та структурної оптимізації енергетичних мереж згідно намірів гармонізації з енергетичною системою країн ЄС	0.764	2	0.668	2
3	6.2. Технологія ефективного використання теплоти ґрунту і ґрунтових вод в комбінованих теплонасос. системах	0.571	3	0.613	4
4	6.3. Техн. використання різномірних ВДЕ в інтегров. теплонасос. системах	0.568	3	0.659	3
5	6.1. Технологія парокомпресійних теплових насосів	0.557	4	0.591	4
6	7.1. Технологія використання високотемпературної надпровідності в електричних машинах, апаратах та інших електротехнічних пристроях	0.545	4	0.582	5
7	7.2. Технологія магніторідинної герметизації для значного підвищення ресурсу обладнання, що експлуатується на енергетичному устаткуванні	0.499	5	0.561	6
8	1.1. Технологія створення енергогенеруючих потужностей на основі комбінованих когенераційних і теплонасосних установок	0.443	6	0.657	3

9	3.2. Технологія зменшення втрат в елементах транзитних електричних мереж	0.437	6	0.460	8
10	5.1. Технологія виготовлення термо-та корозійностійких теплоізолюючих матеріалів для теплових мереж	0.420	7	0.485	7
11	4.2. Технологія отримання синтетичного палива (газу)	0.415	7	0.479	7
12	2.1. Технологія опалення та гарячого водопостачання житлових та комунально-побутових приміщень на основі використання сонячної енергії	0.380	8	0.24	10
13	4.1. Технологія отримання моторних палив чи метанолу на базі укр. родовищ бурого вугілля, торфу, сланців, пісного кам'яного вугілля та іншої вуглецевмісної сировини	0.377	8	0.553	6
14	3.3. Технологія використання модульних систем у малій вітроенергетиці	0.299	9	0.32	9

7.2.4 Висновки за п.7.2

Використовуючи розроблений інструментарій, на основі кількісної інформації, наведеної в паспортах критичних технологій, а також оцінок важливості критеріїв та оцінок критичних технологій за критеріями ризику, наданих 12-ма експертами, розраховано агреговані групові пріоритети для всіх наданих замовником критичних технологій. Встановлено, що перший пріоритет має кластер «Екобудинок» і технологія «2.2.Технологія ефективного екобудинку з використанням відновлювальних джерел енергії». Наступні найбільш пріоритетні технології – це «3.1.Технологія удосконалення та структурної оптимізації

енергетичних мереж згідно намірів гармонізації з енергетичною системою країн ЕС» (друге місце) і «6.Теплонасосні технології» (третє місце), зокрема «6.2.Технологія ефективного використання теплоти ґрунту і ґрунтових вод в комбінованих теплонасосних системах» і «6.3. Технологія використання різнорідних ВДЕ в інтегрованих теплонасосних системах».

Нижчі пріоритети отримали енергозберігаючі технології енергетичного машинобудування «7.1. Технологія використання високотемпературної надпровідності в електричних машинах, апаратах та інших електротехнічних пристроях» і «7.2. Технологія магніторідної герметизації для значного підвищення ресурсу обладнання, що експлуатується на енергетичному устаткуванні», «3.2. Технологія зменшення втрат в елементах транзитних електричних мереж» і «4.2. Технологія отримання синтетичного палива (газу)». Найнижчі пріоритети мають технології «5. Виготовлення термо- та корозійностійких теплоізолюючих матеріалів для теплових мереж» та «3.3.Технологія використання модульних систем у малій вітроенергетиці».

Поставлена задача була розв'язана іншим методом, а саме, морфологічного аналізу [89, 96]. Виконано порівняння результатів, отриманих за допомогою розробленого інструментарію, з результатами за методом морфологічного аналізу. Обидва методи однаково визначили найбільш пріоритетну і наступні дві менш пріоритетні технології (див. табл. 7.4). Ранжування технологій за обома методами виявилось близьким.

7.3 Оцінювання напрямків доцільного використання космічної інформації дистанційного зондування землі для геоінформаційних систем

7.3.1 Постановка задачі

При виконанні НДР спільно з Інститутом космічних досліджень виконано оцінювання напрямків доцільного використання космічної інформації (КІ) дистанційного зондування землі (ДЗЗ) для геоінформаційних систем (ГІС).

Дано: 1) перелік факторів, які впливають на використання КІ ДЗЗ в різних галузях господарської діяльності;

2) об'єми можливого використання КІ ДЗЗ;

3) перелік космічних апаратів, інформація з яких використовується;

4) інформаційні характеристики КІ, що визначаються параметрами космічних апаратів;

5) галузі народного господарства України, які мають попит на КІ ДЗЗ.

Потрібно: визначити відносний попит на КІ ДЗЗ у вказаних галузях народного господарства.

7.3.2 Результати розв'язання задачі

Використовуючи інформацію, надану замовником, побудовано ієрархічну модель ПР для оцінювання відносного попиту на КІ ДЗЗ у галузях народного господарства (рис. 7.11). Перший рівень моделі утворюють фактори, які впливають на використання КІ ДЗЗ в різних галузях господарської діяльності: інтеграція різних даних і структурно-текстурний аналіз.



Рисунок 7.11 – Модель оцінювання напрямків доцільного використання КІ ДЗЗ для ГІС

На другому рівні моделі розміщено об'єми можливого використання КІ ДЗЗ: природні і техногенні ландшафти, геологічна будова, гідрографія і гідрологія. Назви космічних апаратів, інформація з яких використовується, знаходяться на третьому рівні моделі. Четвертий рівень – це інформаційні характеристики КІ, що визначаються параметрами космічних апаратів. На п'ятому рівні знаходяться галузі народного господарства України, які мають попит на КІ ДЗЗ.

Вхідною інформацію були надані замовником експертні оцінки парних порівнянь елементів побудованої моделі. Розроблений інструментарій використано для аналізу і підвищення якості наданих експертних оцінок, розрахунку локальних і агрегованих ваг елементів моделі та оцінювання чутливості отриманих результатів.

Застосування розробленого інструментарію показує, що найбільший попит на КІ ДЗЗ в Україні мають галузі сільського господарства (агрегована вага 0.287), екології та надзвичайних ситуацій (агрегована вага 0.274).

7.4 Вибір пріоритетних заходів вирішення соціальних проблем міста Києва з точки зору доходів, витрат, загроз та ризиків

7.4.1 Постановка задачі

На замовлення Київської міської державної адміністрації (КМДА) здійснено оцінювання заходів вирішення соціальних проблем міста Києва з точки зору доходів, витрат, можливостей та ризиків з наступним вибором пріоритетних заходів для першочергової реалізації.

Дано:

- звіти з діяльності міста Києва в текстовому вигляді,
- стратегія розвитку міста Києва в текстовому вигляді,
- перелік заходів вирішення соціальних проблем міста Києва (альтернативи рішень),
- оцінки експертів та статистичні матеріали, надані КМДА.

Потрібно:

- побудувати моделі для оцінювання важливості складових якостей «доходи», «витрати» та «ризиків і загрози»,
- розрахувати значення ваг складових якостей,
- розрахувати агреговані пріоритети альтернатив рішень за якостями,
- визначити найбільш пріоритетні альтернативи рішень – заходи вирішення соціальних проблем міста Києва.

7.4.2 Результати розв’язання задачі

Побудовано моделі для оцінювання важливості складових якостей «доходи», «витрати», «ризиків та загрози» від впровадження тих чи інших заходів вирішення соціальних проблем міста Києва (рис. 7.12 – 7.14). Використовуючи розроблений інструментарій, проведено аналіз і підвищення якості отриманих оцінок експерта, розраховано локальні і агреговані ваги елементів моделей, проведено оцінювання чутливості отриманих ваг.



Рисунок 7.12 – Модель оцінювання важливості складових якості «доходи»

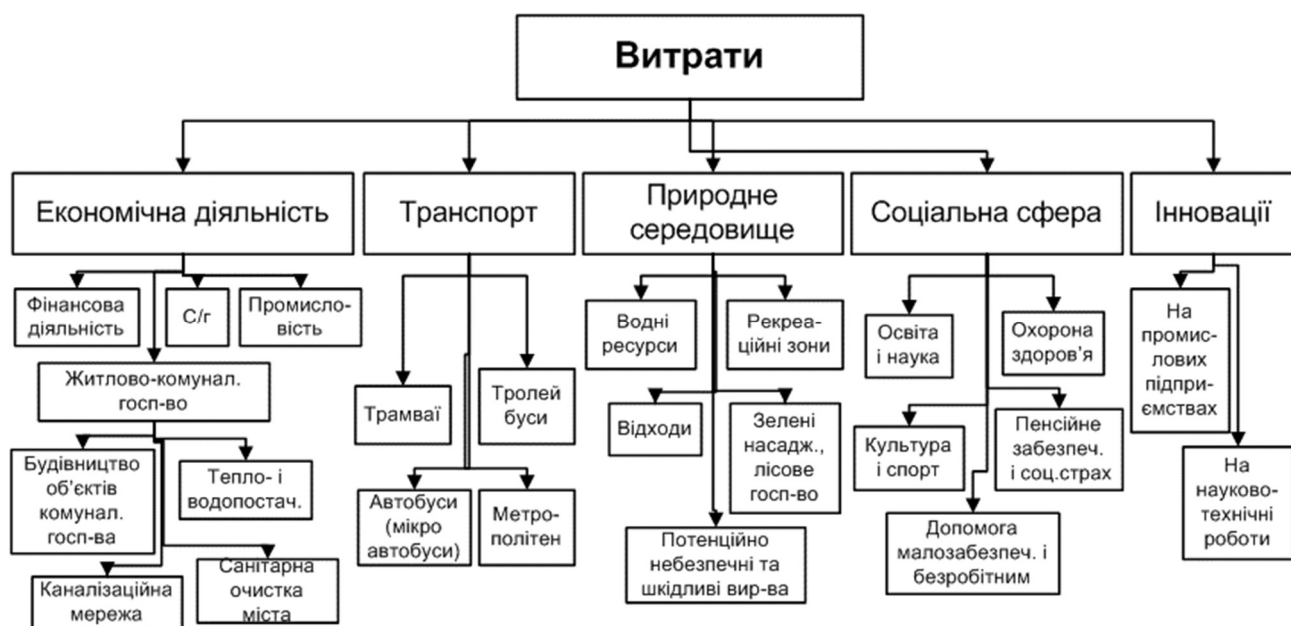


Рисунок 7.13 – Модель оцінювання важливості складових якості «витрати»



Рисунок 7.14 – Модель оцінювання важливості складових якості «загрози, ризики»

В результаті знайдено найбільш суттєві і важливі якості, які використовувалися в подальшому для оцінювання заходів.

Глобальні ваги елементів ієрархії доходів (табл. 7.5) свідчать про те, що найбільш доходні для міста Києва наступні сфери (в дужках наведено розраховані ваги): оптова і роздрібна торгівля (0.085), освіта (0.062), операції з нерухомістю,

послуги юридичним особам (0.044), промисловість (0.041). Ці елементи будуть контрольними ознаками ієрархії доходів. Щоб зменшити кількість оцінок, які необхідно надати експерту, альтернативи рішень будуть оцінюватися лише за контрольними ознаками як найбільш важливими елементами ієрархії доходів.

Аналізуючи розраховані глобальні ваги елементів ієрархії витрат (табл. 7.6), отримано найбільш витратні для міста Києва сфери: відходи (0.177); каналізаційна мережа (0.108); фінансова діяльність (0.101); водні ресурси (0.074); метрополітен (0.064); науково-технічні роботи (0.044); санітарна очистка міста (0.042); охорона здоров'я (0.042); допомога малозабезпеченим і безробітним (0.041).

Таблиця 7.5 – Глобальні ваги елементів ієрархії доходів

Економічна діяльність (0.328)	Будівельний комплекс (0.015)
	Промисловість (0.041)
	Операції з нерухомістю, послуги юридичним особам (0.044)
	Фінансова діяльність (0.030)
	Оптова і роздрібна торгівля (0.085)
	Трудовий потенціал (0.030)
	Державне управління (0.017)
Транспорт (0.370)	
Природне середовище (0.070)	Водні ресурси (0.033)
	Рекреаційні зони (0.030)
	Відходи (0.007)
Соціальна сфера (0.187)	Освіта (0.062)
	Культура і спорт (0.030)
	Охорона здоров'я (0.020)
	Пенсійне забезпечення і соц.страх (0.020)
	Колективні, громадські та особисті послуги (0.040)
	Готелі та ресторани (0.015)

Інновації (0.110)	Інноваційна діяльність на підприємствах (0.037)	Нові технологічні процеси (0.002)
		Нові види продукції (0.022)
		Товари народного споживання (0.011)
		Маловідходні і ресурсозберігаючі технологічні процеси (0.002)
	Інновац. Інфраструкт. (0.037)	
	Наук.-дослідні роботи (0.038)	

Таблиця 7.6 – Глобальні ваги елементів ієрархії витрат

Економічна діяльність (0.330)	Промисловість (0.039)	
	Житлово-комунальне господарство (0.176)	Будівництво об'єктів комунального господарства (0.015)
		Тепло- і водопостач. (0.011)
		Каналізаційна мережа (0.108)
		Санітарна очистка міста (0.042)
	Сільське господар. (0.014)	
	Фінансова діяльність (0.101)	
Транспорт (0.110)	Трамваї (0.022)	
	Тролейбуси (0.014)	
	Автобуси (мікроавтобуси) (0.010)	
	Метрополітен (0.064)	
Природне середовище (0.330)	Водні ресурси (0.074)	
	Рекреаційні зони (0.019)	
	Відходи (0.177)	
	Зелені насадження, лісове господарство (0.023)	

	Потенційно-небезпечні і шкідливі виробництва (0.037)
Соціальна сфера (0.165)	Освіта і наука (0.021)
	Охорона здоров'я (0.042)
	Культура і спорт (0.021)
	Пенсійне забезпечення і соціальне страхування (0.040)
	Допомога малозабезпеченим і безробітним (0.041)
Інновації (0.065)	Промислові підприємства (0.022)
	Науково-технічні роботи (0.044)

Глобальні ваги елементів ієрархії ризиків і загроз представлено в табл. 7.7. Найбільші глобальні ваги мають такі елементи цієї ієрархії: обмеженість потужностей з переробки та складування відходів (0.326); значне забруднення джерел водопостачання (0.127); погіршення стану здоров'я населення, розгортання епідемій (0.086); низький рівень доходів широких верств населення (0.085); протидія з боку глав районних адміністрацій (0.074); транспорт (0.050). Ці елементи будуть контрольними ознаками ієрархії загроз і ризиків.

Таблиця 7.7 – Глобальні ваги елементів ієрархії загроз і ризиків

Нестабільність економіки (0.199)	Зростання вартості енергоносіїв (0.020)
	Недобросовісна конкуренція (0.014)
	Недостатній вплив міської влади на держ. підприємства (0.006)
	Згорання фундаментальних і прикладних досліджень (0.004)
	Несприятливість інвестиційного клімату (0.020)
	Масовий імпорт товарів (0.010)
Виникнення НС (0.597)	Самовільні рубки лісів і зелених насаджень (0.033)
	Значне забруднення джерел водопостачання (0.127)
	Відсутність системності в підтриманні екологіч. безпеки (0.025)
	Обмежен. потужностей з переробки та складув. відходів (0.326)
	Транспорт (0.050)

Політична нестабільність (0.085)	Протидія з боку окремих політичних сил (0.037)
	Протидія з боку глав районних адміністрацій (0.074)
	Позиція ЗМІ на лобіювання певних інтересів (0.012)
Зростання соціальної напруги (0.119)	Зростання обсягів і рівня безробіття (0.017)
	Низький рівень доходів населення (0.085)
	Недоліки системи оплати праці (0.012)
	Недостатн. та несвоєчасність фінансув. соц. захисту (0.028)
	Невирішеність житлових проблем (0.014)
	Погіршення стану здоров'я населення, епідемії (0.086)

Ієрархічну модель для економічних, політичних факторів і факторів безпеки (рис. 7.15) побудовано для розрахунку ваг доходів, витрат, загроз та ризиків.

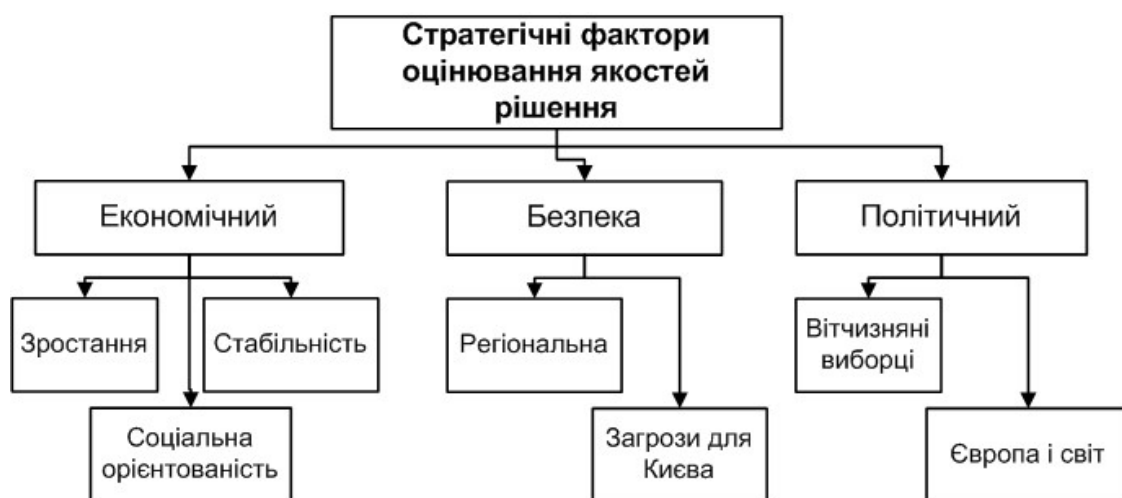


Рисунок 7.15 – Ієрархія стратегічних факторів для розрахунку відносних важливостей якостей доходи, витрати, загрози та ризику

Кожну з якостей оцінено в термінах інтенсивностей за кожним стратегічним фактором останнього рівня ієрархії, наведеної на рис. 7.15. Інтенсивності попарно порівнювалися між собою і визначалися їх ваги, вони наведені в дужках: дуже висока (0.42), висока (0.26), середня (0.16), низька (0.1), дуже низька (0.06). Після

цього експерт назначав інтенсивність кожній якості за кожним із стратегічних факторів, результуючі ваги наведено в останньому рядку табл. 7.8.

Таблиця 7.8 – Оцінювання інтенсивностей якостей, в дужках – ваги

	Стратегічні фактори	Доходи	Витрати	Загрози і ризики
Економічний (0.279)	Зростання (0.5)	Висока	Дуже низька	Дуже низька
	Стабільність (0.25)	Дуже висока	Середня	Дуже низька
	Соціальна орієнтованість (0.25)	Висока	Дуже висока	Середня
Безпека (0.627)	Регіональна (0.25)	Низька	Середня	Висока
	Загрози для Києва (0.75)	Висока	Дуже висока	Дуже висока
Політичний (0.094)	Вітчизняні виборці (0.67)	Висока	Дуже висока	Висока
	Європа і світ (0.33)	Середня	Середня	Середня
Ваги (ненормов.)		0.7467	0.7567	0.6917
Ваги (нормовані)		0.271	0.275	0.251

За результатами розрахунків, наведених в табл. 7.5 – 7.7, побудовано ієрархічну модель, елементи якої – контрольні ознаки факторів доходів, витрат, загроз і ризиків. Альтернативи рішень розташовані на останньому рівні цієї моделі (рис. 7.16). Розроблений інструментарій використано для розрахунку локальних (табл. 7.9) і агрегованих (табл. 7.10) ваг контрольних ознак доходів, витрат, загроз та ризиків, проведено оцінювання чутливості отриманих ваг.

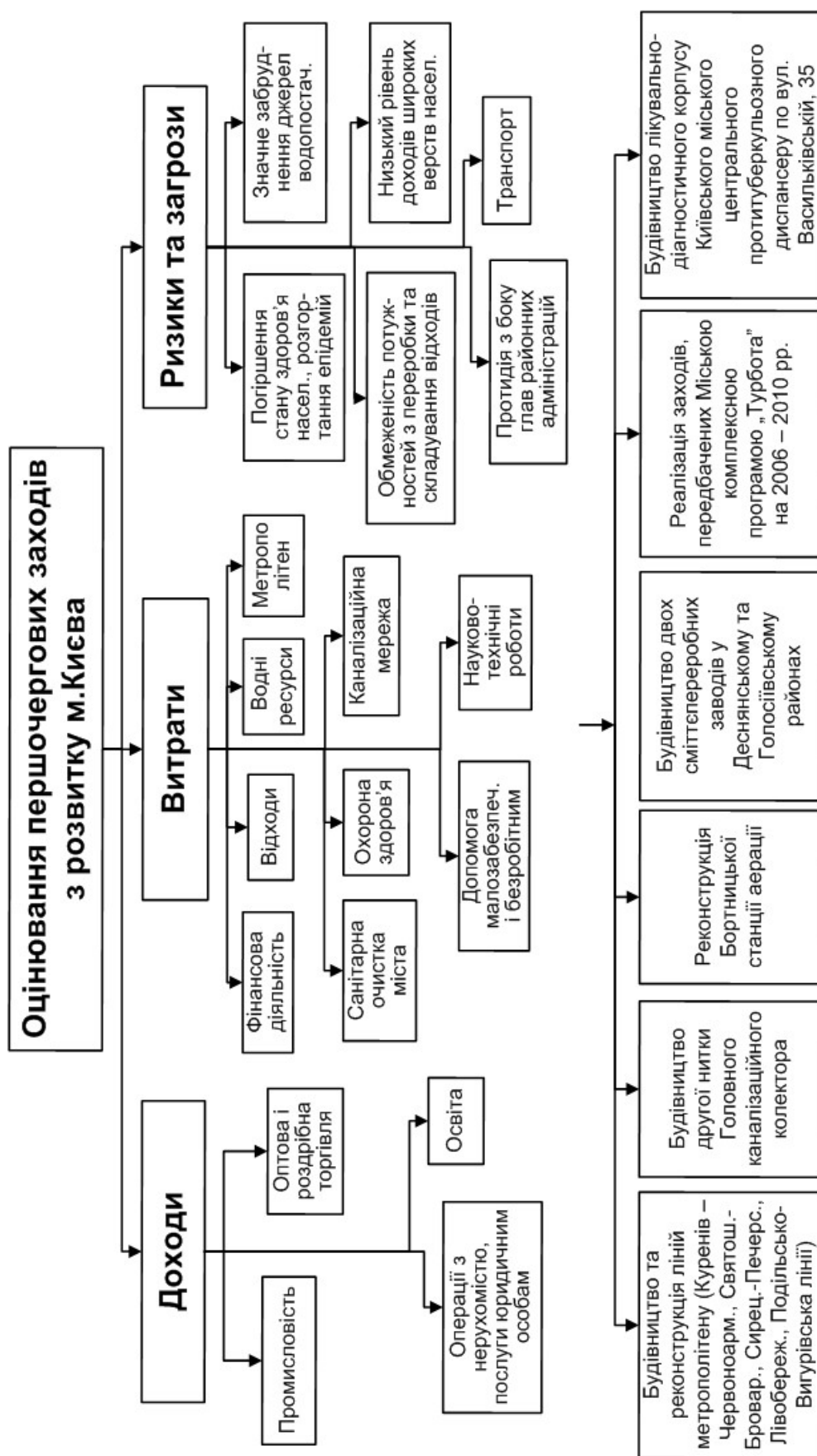


Рисунок 7.16 – Ієрархія контрольних ознак доходів, витрат, загроз і ризиків для оцінювання заходів вирішення соціальних проблем міста Києва

Таблиця 7.9 – Локальні ваги контрольних ознак доходів, витрат, загроз і ризиків

Доходи	Витрати	Загрози та ризики
Оптова і роздрібна торгівля (0.366)	Відходи (0.255)	Обмеженість потужностей з переробки та складування відходів (0.436)
Освіта (0.267)	Каналізаційна мережа (0.156)	Значне забруднення джерел водопостачання (0.170)
Операції з нерухомістю, послуги юр. особам (0.190)	Фінансова діяльність (0.146)	Погіршення стану здоров'я населення, розгортання епідемій (0.115)
Промисловість (0.177)	Водні ресурси (0.107)	Низький рівень доходів широких верств населення (0.114)
	Метрополітен (0.092)	Протидія з боку глав районних адміністрацій (0.099)
	Науково-технічні роботи (0.063)	Транспорт (0.067)
	Санітарна очистка міста (0.061)	
	Охорона здоров'я (0.061)	
	Допомога малозабезпеченим і безробітним (0.059)	

Таблиця 7.10 – Глобальні ваги контрольних ознак доходів, витрат, загроз і ризиків

Доходи (0.340)	Витрати (0.345)	Загрози та ризики (0.315)
Оптова і роздрібна торгівля (0.124)	Відходи (0.088)	Обмеженість потужностей з переробки та складування відходів (0.137)
Освіта (0.091)	Каналізаційна мережа (0.054)	Значне забруднення джерел водопостачання (0.054)
Операції з нерухомістю, послуги юридичним особам (0.065)	Фінансова діяльність (0.050)	Погіршення стану здоров'я населення, розгортання епідемій (0.036)
Промисловість (0.060)	Водні ресурси (0.037)	Низький рівень доходів широких верств населення (0.036)
	Метрополітен (0.032)	Протидія з боку глав районних адміністрацій (0.031)
	Науково-технічні роботи (0.022)	Транспорт (0.021)
	Санітарна очистка міста (0.021)	
	Охор. здор. (0.021)	
	Допомога малозабез. і безробітнім (0.020)	

Оцінювання альтернатив рішень проведено за кожним елементом останнього рівня ієрархії контрольних ознак (див. рис. 7.16). Експерту ставилося питання виду: «Реалізація якого з варіантів рішень може в більшій мірі вплинути на доходи від оптової і роздрібною торгівлі?» В табл. 7.11, 7.12 наведено локальні і глобальні ваги альтернатив рішень.

Таблиця 7.11 – Локальні ваги альтернатив рішень відносно окремих контрольних ознак доходів, витрат, загроз і ризиків

	Доходи від оптової і роздріб. торгівлі (0.124)	Доходи від освіти (0.091)	Доходи від операцій з нерухомістю, послуг юридич. особам (0.065)	Витрати на відходи (0.088)	Витрати на каналізац. мережу (0.054)	Витрати на фінансову діяльність (0.050)	Витрати на водні ресурси (0.037)
Будівництво та реконструкція ліній метрополітену	0.353	0.167	0.167	0.051	0.046	0.167	0.133
Будівництво другої нитки Головного каналізац. колектора	0.118	0.167	0.167	0.204	0.409	0.167	0.248
Реконструкція Бортницької станції аерації	0.118	0.167	0.167	0.204	0.409	0.167	0.248
Будівництво двох сміттєпереробних заводів	0.118	0.167	0.167	0.463	0.046	0.167	0.103
Реалізація заходів за міською програмою «Турбота»	0.175	0.166	0.166	0.039	0.045	0.166	0.134
Будівництво лікувал.- діагностич. корпусу міського централ. туберкульозного диспансеру	0.118	0.166	0.166	0.039	0.045	0.166	0.134

Таблиця 7.11. (продовження)

	Збільшення потужн. з переробки та складування відходів (0.137)	Зменшення значного забруднення джерел водопост.(0.054)	Покращення стану здоров'я населення (0.036)	Покращення низького рівня доходів населення (0.036)	Зменшення протидії роботі КМДА з боку глав район. адміністрац. (0.031)	Зменшення НС на транспорті (0.021)
Будівництво та реконструкція ліній метрополітену	0.033	0.071	0.039	0.167	0.167	0.543
Будівництво другої нитки Головного каналізаційного колектору	0.300	0.214	0.192	0.167	0.167	0.091
Реконструкція Бортницької станції аерації	0.300	0.214	0.192	0.167	0.167	0.091
Будівництво двох сміттєпереробних заводів	0.301	0.357	0.192	0.167	0.167	0.091
Реалізація заходів, передбачених Міською комплексною програмою «Турбота»	0.033	0.071	0.115	0.166	0.166	0.092
Будівництво лікувально- діагностичного корпусу міського центрального протитуберкульозного диспансеру	0.033	0.071	0.270	0.166	0.166	0.092

Таблиця 7.12 – Агреговані ваги альтернатив рішень

	Вага
Будівництво та реконструкція ліній метрополітену	0.160
Будівництво другої нитки Головного каналізац. колектору	0.196
Реконструкція Бортницької станції аерації	0.196
Будівництво двох сміттєпереробних заводів	0.203
Реалізація заходів, передбачених Міською комплексною програмою «Турбота»	0.123
Будівництво лікувально-діагностичного корпусу Київського міського центрального протитуберкульозного диспансеру	0.122

Значення в табл.7.12 показують, що найбільш пріоритетними є наступні заходи вирішення головних соціальних проблем міста Києва: будівництво двох сміттєпереробних заводів, будівництво другої нитки Головного каналізаційного колектору і реконструкція Бортницької станції аерації.

На сьогоднішній день гостро стоїть **проблема чистої питної води в місті Києві**, відомі шляхи їх вирішення. Оскільки реалізація заходів для покращення якості питної води в місті потребує значних фінансових витрат, органи виконавчої влади постають перед задачею оцінювання альтернативних заходів і вибору «найкращого» з них, використовуючи критерії витрат, економічної ефективності, досягнення світових стандартів, екологічності та інших.

В даній роботі розглядається наступна постановка задачі вибору найкращого варіанту рішень щодо отримання чистої питної води в місті Києві.

Дано: звіти з діяльності і стратегія розвитку міста Києва, тестові множини оцінок експертів. *Потрібно:* побудувати модель ППР, яка містить альтернативи та критерії рішень, розрахувати агреговані ваги елементів цієї моделі і на їх основі визначити найбільш пріоритетні варіанти рішень щодо отримання чистої питної води в місті Києві. Для аналізу відібрано і включено до моделі наступні альтернативи (рис.7.17):

- реконструкція хлорного господарства на очисних спорудах Дніпровської та Деснянської водопровідних станцій,
- покращення стану Бортницької станції аерації,
- покращення стану водопровідних мереж,
- відмова від хлорування води і використання інших технологій, зокрема знезараження ультрафіолетом, фільтрація через шар активованого вугілля і озонування та інші,
- розв'язання проблеми з відходами в місті Києві,
- очищення водних ресурсів.

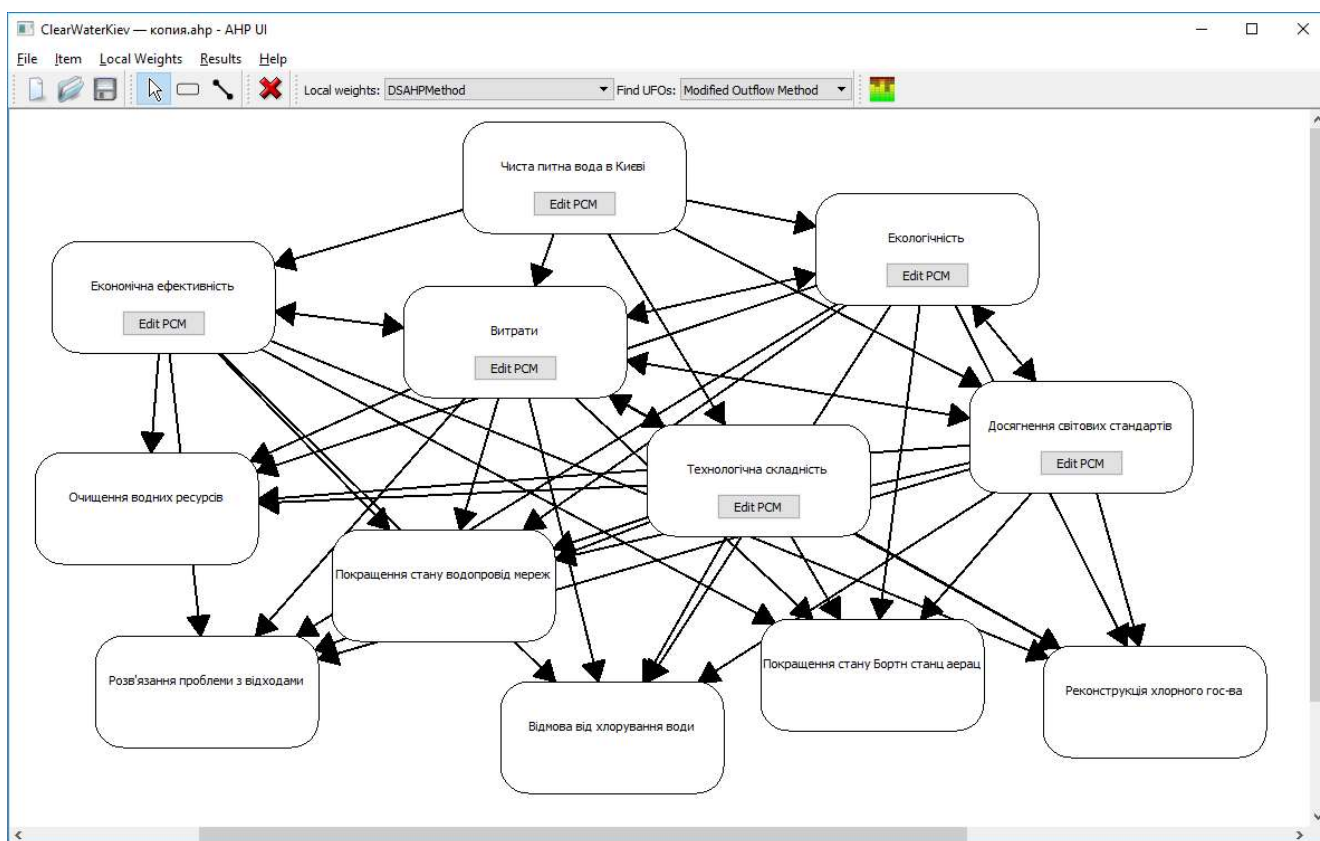


Рис.7.17 – Мережева модель оцінювання дій в напрямку отримання чистої питної води в місті Києві

Результати застосування пропонованого інструментарію на тестових множинах експертних оцінок свідчать про те, що слід відмовитися від хлорування питної води в місті Києві і використовувати інші способи очищення (рис.7.18 – 7.20).

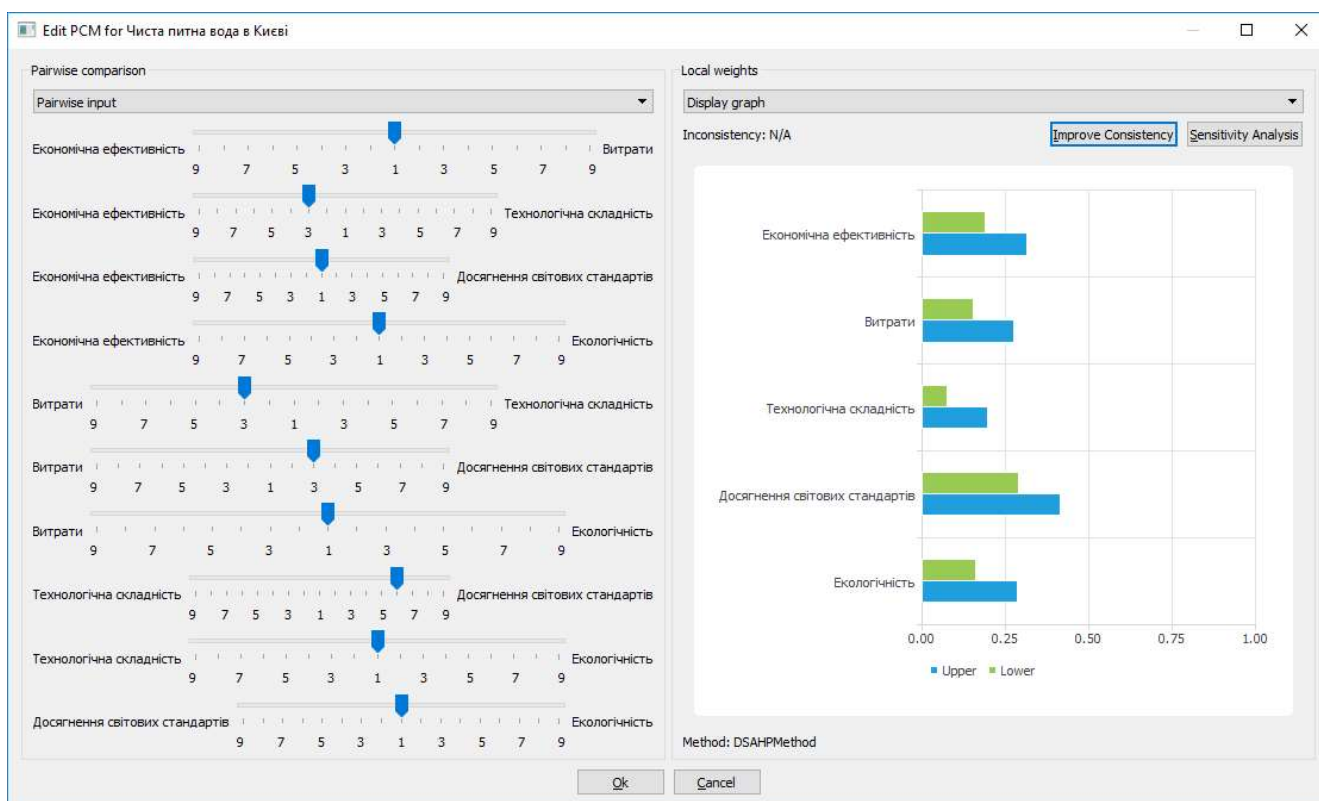


Рис.7.18 – Приклад задання експертних оцінок (зліва) і розрахунку локальних ваг (справа) для критеріїв моделі методом парних порівнянь

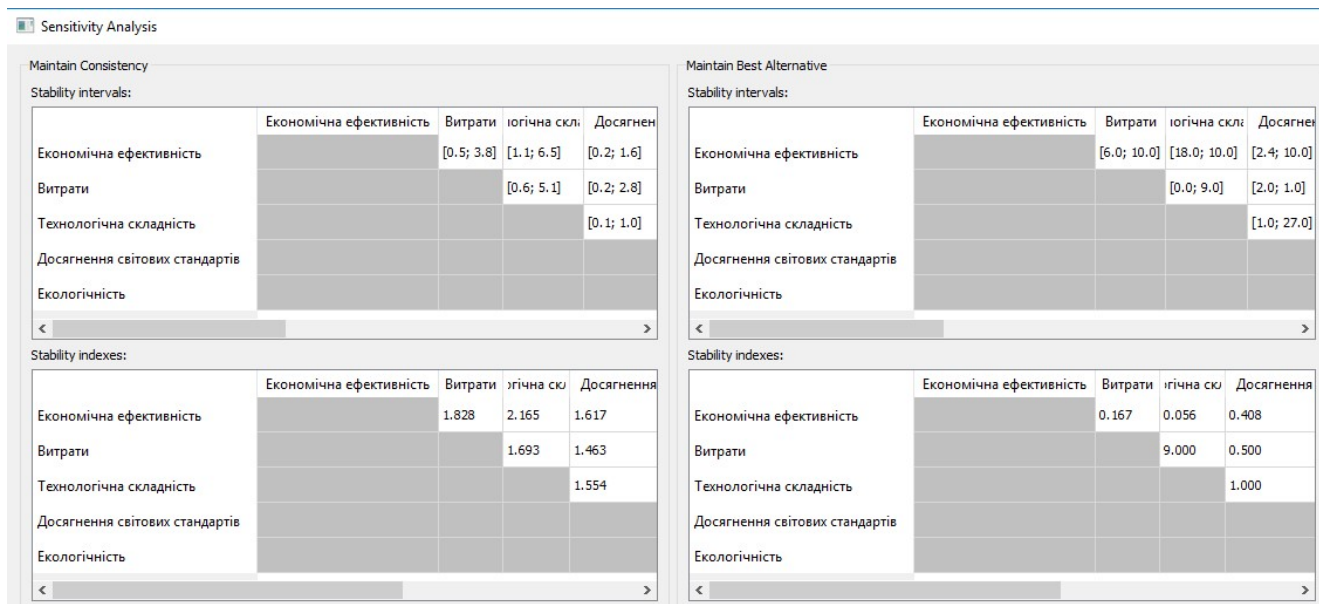


Рис.7.19 – Приклад виконання АЧ локального ранжування критеріїв моделі: розрахунок інтервалів та індексів стійкості

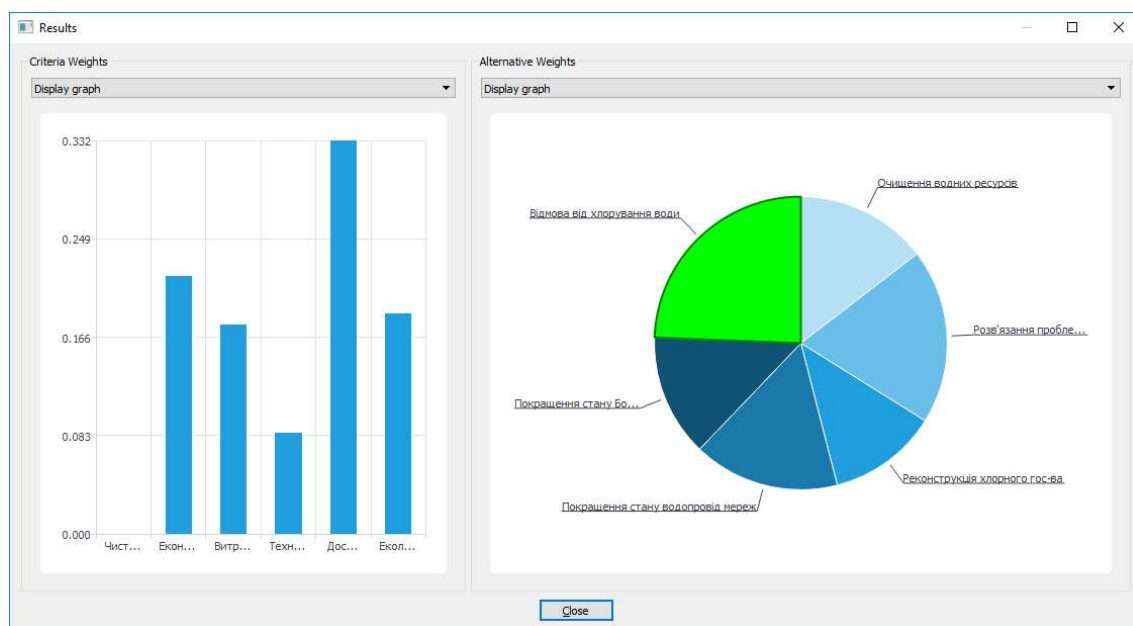


Рис.7.20 – Результати розв’язання задачі: агреговані ваги елементів моделі

7.4.3 Висновки за п.7.4

Розроблений інструментарій використано для оцінювання заходів вирішення соціальних проблем міста Києва з точки зору доходів, витрат, загроз та ризиків. Отримано, що найбільш пріоритетними є наступні заходи: будівництво двох сміттєпереробних заводів, будівництво другої нитки Головного каналізаційного колектору і реконструкція Бортницької станції аерації. На основі тестових множин оцінок експертів знайдено найбільш пріоритетний варіант дій щодо отримання чистої питної води в місті Києві. Це відмова від хлорування питної води і використання інших способів очищення.

7.5 Оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи міста Києва

7.5.1 Постановка задачі

Дано: - стратегія розвитку міста Києва, критерії сталого розвитку,

- звіти з діяльності міста Києва,
- оцінки експертів, надані КМДА.

Потрібно: - побудувати модель для оцінювання імовірностей появи сценаріїв розвитку транспортної системи (ТС) міста Києва,

- знайти найбільш імовірний сценарій розвитку ТС при поточних цілях акторів,
- побудувати модель для оцінювання дій для досягнення бажаного сценарію – наближення до світового рівня розвитку ТС,
- знайти найбільш пріоритетні дії для досягнення бажаного сценарію розвитку ТС.

Досліджувалися наступні можливі сценарії розвитку ТС Києва:

- комплексна реконструкція ТС,
- вибіркова реконструкція ТС та
- збереження існуючого стану ТС.

7.5.2 Результати розв'язання задачі

Оцінювання сценаріїв здійснювалося з позицій сталого розвитку, покладаючи рівну важливість економічних, соціальних та екологічних факторів. В модель було включено кластер акторів, який включав бізнес, населення – користувачів громадського транспорту, власників транспортних засобів, КМДА, міжнародний союз громадського транспорту (МСГТ) та кластер цілей акторів.

Згідно з методологією оцінювання сценаріїв [94] побудовано **модель першого прямого процесу оцінювання сценаріїв розвитку** транспортної системи міста Києва, яка включає принципи розвитку ТС, акторів, їх цілі і загальні контрастні сценарії розвитку ТС (рис. 7.21). Ця модель використовується для оцінювання імовірностей появи сценаріїв останнього рівня ієрархії при існуючих на поточний момент часу мотиваціях груп зацікавлених осіб і наявних ресурсах.

Для визначення коефіцієнтів відносної важливості акторів були задані наступні питання: Який актор має більший вплив на економічну ефективність транспортної системи? Який актор має більший вплив на соціальну справедливість транспортної системи? Який актор має більший вплив на екологічну сумісність транспортної системи? Локальні і глобальні коефіцієнти відносної важливості акторів наведено в табл. 7.13.



Рисунок 7.21 – Модель першого прямого процесу оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи міста Києва

Таблиця 7.13 – Локальні і глобальні ваги акторів

	Локальні ваги за критеріями			Глобальні ваги
	Економічний (0.333)	Соціальний (0.333)	Екологічний (0.333)	
КМДА	0.417	0.501	0.286	0.402
Бізнес	0.250	0.071	0.286	0.202
Населення	0.250	0.214	0.286	0.250
МСГТ	0.083	0.214	0.142	0.146

Для розрахунку величин відносних ваг цілей акторів експертам ставилися питання відносно того яка ціль важливіша для бізнесу, КМДА, населення тощо, і яка ступінь переваги однієї цілі над іншою. Ваги, отримані за наданими експертами оцінками, свідчать про те, що найбільш важливими цілями є “задоволення потреб споживачів у транспортних послугах”, “покращення

екологічної ситуації”, “збільшення прибутків бізнесу”, “безпека” і “швидкість перевезення” (табл. 7.14). Для розрахунку ймовірностей сценаріїв були задані наступні питання: Реалізація якого з сценаріїв може більше вплинути на покращення задоволення потреб у транспортних послугах? Реалізація якого з сценаріїв може більше вплинути на покращення екологічної ситуації?

Таблиця 7.14 – Ваги цілей акторів моделі першого прямого процесу:

а) КМДА

	задоволення потреб у трансп. послугах	покращення екологічної ситуації	повноц. використ. міжнарод. трансп.- географіч. полож.
Локальна вага	0.556	0.333	0.111
Глобальна вага	0.221	0.132	0.044

б) бізнесу

	збільшення прибутків	мінімізація ризиків
Локальна вага	0.833	0.167
Глобальна вага	0.157	0.032

в) населення

	безпека	екологія	швидкість перевезення	комфорт перевезення
Локальна вага	0.364	0.233	0.233	0.170
Глобальна вага	0.091	0.058	0.058	0.043

г) МСГТ

	нові можливос- ті для бізнесу	акумуляування знань і ноу-хау	громадський транспорт	інновації
Локальна вага	0.250	0.250	0.250	0.250
Глобальна вага	0.041	0.041	0.041	0.041

Розраховані локальні та глобальні імовірності сценаріїв (табл. 7.15) дозволяють зробити висновок, що *лише комплексна реконструкція сприятиме задоволенню цілей акторів транспортної системи*. Враховуючи економічні, соціальні, екологічні фактори та цілі акторів, отримано, що найбільшу імовірність появи має сценарій комплексної реконструкції транспортної системи міста Києва.

Таблиця 7.15 – Локальні та глобальні імовірності появи сценаріїв розвитку транспортної системи

Сценарій	Локальні імовірності появи сценаріїв за кожною ціллю					Глобальна імовірність появи сценарію
	Задоволення потреб у транспортних послугах (0.308)	Покращення екологічної ситуації (0.265)	Збільшення прибутків бізнесу (0.219)	Безпека (0.126)	Швидкість перевезення (0.081)	
Статус-кво	0.083	0.077	0.143	0.072	0.077	0.093
Вибіркова реконструкція ТС	0.334	0.385	0.428	0.357	0.385	0.375
Комплексна реконструкція ТС	0.583	0.538	0.429	0.571	0.538	0.532

Зворотний процес починається з бажаних сценаріїв, потім досліджуються політики і фактори, за допомогою яких можна реалізувати ці сценарії. Ієрархічна **модель першого зворотного процесу** оцінювання сценаріїв розвитку ТС міста Києва наведена на рис. 7.22. Вершина цієї ієрархії – найбільш імовірний сценарій розвитку, отриманий за результатом першого прямого процесу. Наступні рівні формують актори та їх цілі. На останньому рівні знаходяться політики акторів, які призводять до реалізації сценарію, що знаходиться у вершині ієрархії. Задача

зворотного процесу полягає у знаходженні ваг політик акторів і виборі пріоритетних політик. Слід зазначити, що множина цілей акторів змінилася, оскільки для зворотного процесу характерне більше розуміння проблеми в порівнянні із попереднім прямим процесом.

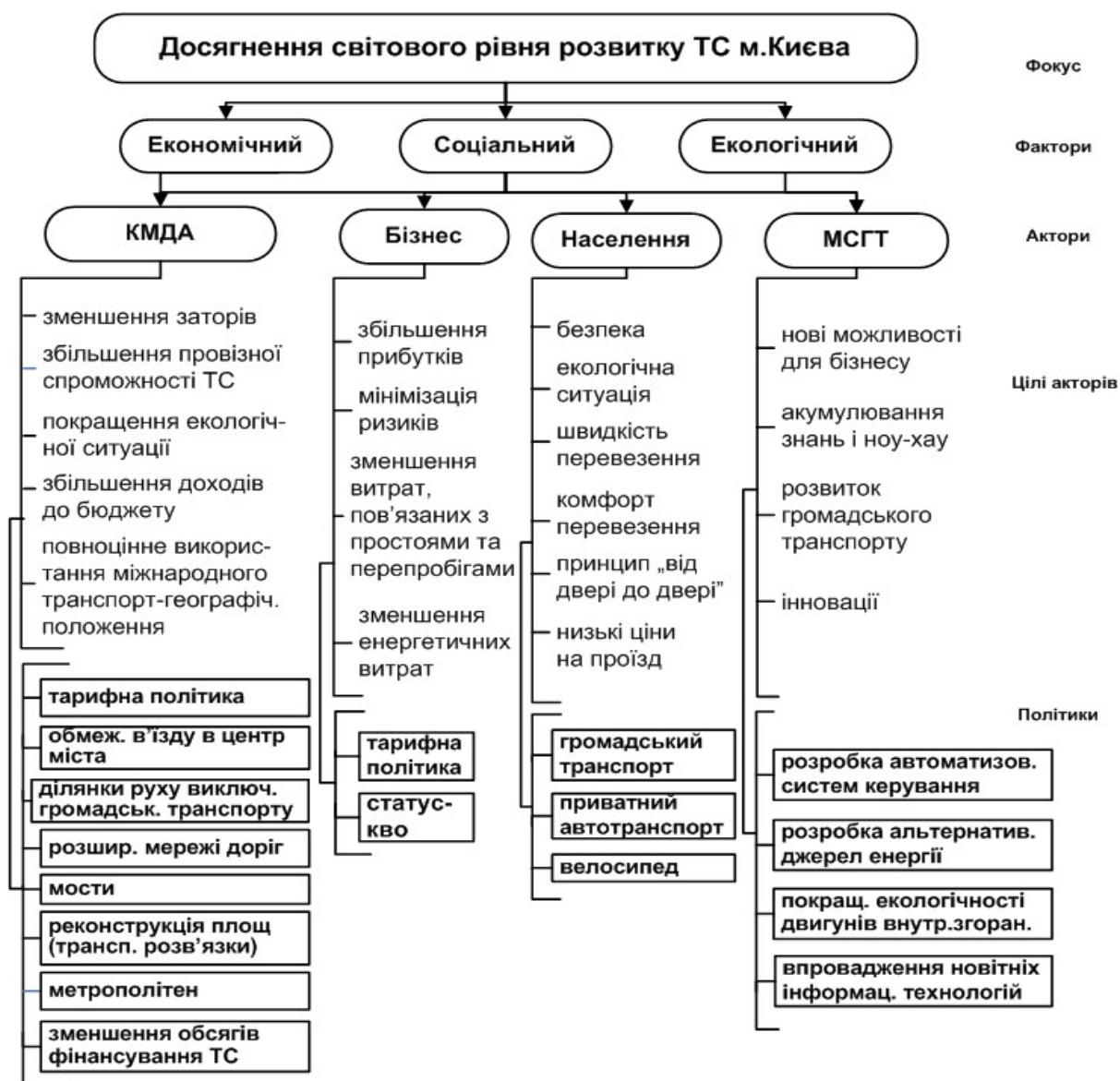


Рисунок 7.22 – Модель першого зворотного процесу оцінювання політик досягнення бажаного сценарію розвитку транспортної системи міста Києва

Ваги економічного, соціального та екологічного принципів стійкого розвитку в моделі першого зворотного процесу покладемо рівними по 0.333. Нехай ваги акторів також не змінюються в порівнянні з прямим процесом. В іншому випадку необхідно заново провести оцінювання акторів за опитувальними формами,

аналогічними до тих, що використовувалися під час оцінювання акторів у першому прямому процесі. Розраховані локальні і глобальні ваги (табл. 7.16) для цілей акторів у моделі першого зворотного процесу призводять до наступних *найбільш важливих цілей реконструкції ТС міста Києва*: покращення екологічної ситуації, зменшення заторів, збільшення провізної спроможності транспортної системи, збільшення доходів до бюджету.

Для визначення пріоритетів політик акторів були задані питання типу: Реалізація якої з політик може більше вплинути на покращення екологічної ситуації в місті Києві? Реалізація якої з політик може більше вплинути на зменшення заторів?

Таблиця 7.16 – Ваги цілей акторів моделі першого зворотного процесу

а) КМДА

	зменшення заторів	збільшення провізної спроможності ТС	покращення екологічної ситуації	збільшення доходів до бюджету	повноцінне використання міжнародного тр.-географічного положення
Локальні ваги	0.165	0.165	0.498	0.100	0.071
Глобальні ваги	0.087	0.087	0.264	0.053	0.038

б) бізнесу

	збільшення прибутків	мінімізація ризиків	зменшення витрат, пов'язаних із простоями та перепробігами	зменшення енергетич витрат
Локальні ваги	0.625	0.125	0.125	0.125
Глобальні ваги	0.047	0.010	0.010	0.010

в) населення

	безпека	екологія	швидкість	комфорт	принцип «від дверей до дверей»	низькі ціни на проїзд
Локальні ваги	0.240	0.120	0.240	0.080	0.240	0.080
Глобальні ваги	0.047	0.024	0.047	0.016	0.047	0.016

г) МСГТ

	нові можливості для бізнесу	акумуляування знань і ноу-хау	громадський транспорт	інновації
Локальні ваги	0.250	0.250	0.250	0.250
Глобальні ваги	0.049	0.049	0.049	0.049

За результатами обробки експертних оцінок отримано *найбільш пріоритетні політики КМДА*:

- обмеження проїзду вантажних автомобілів вулицями міста Києва,
- введення в експлуатацію автоматизованих постів спостереження за станом атмосферного повітря,
- реконструкція Московської і Ленінградської площ,
- будівництво Кільцевої дороги.

В другому прямому процесі оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи міста Києва (рис. 7.23) ваги акторів та їх цілей визначаються аналогічно до перших прямого і зворотного процесів. Для визначення ймовірностей сценаріїв були задані питання виду: Реалізація якого з сценаріїв може більше вплинути на збільшення провізної спроможності транспортної системи? Реалізація якого з сценаріїв може більше вплинути на покращення екологічної ситуації?

За результатами обробки експертних оцінок отримано *наступні пріоритетні сценарії*: реконструкція громадського транспорту і впровадження автоматизованої системи керування дорожнім рухом (АСКДР).

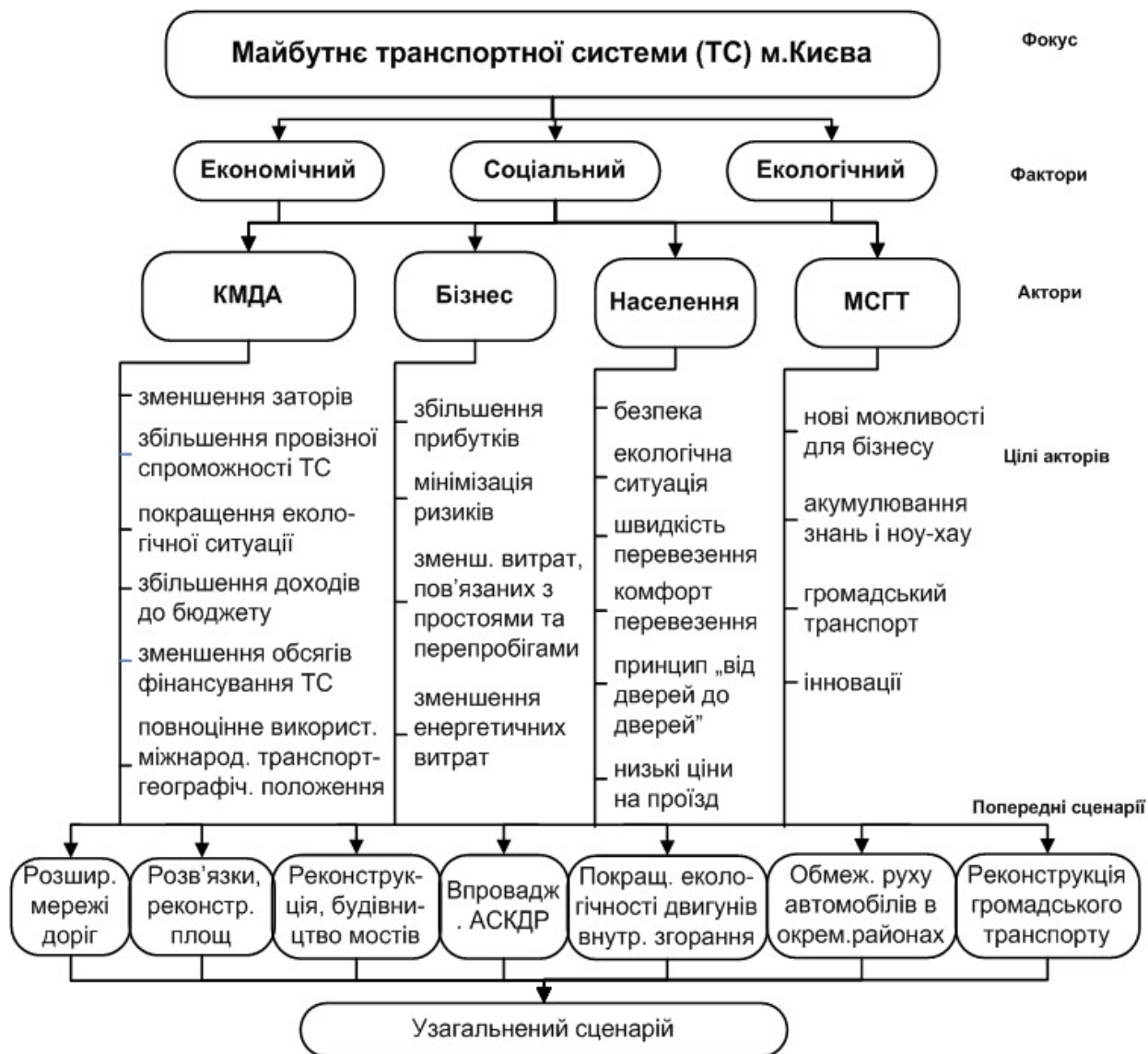


Рисунок 7.23– Модель другого прямого процесу оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи міста Києва

Другий зворотний процес полягає у розрахунку ваг політик акторів для досягнення бажаного сценарію, вибраного на попередньому прямому процесі оцінювання системи. Розглянемо задачу досягнення *бажаного сценарію* – *світовий рівень розвитку системи громадського транспорту* міста Києва. Модель цієї задачі наведено на рис. 7.24. Основні критерії світового рівня

розвитку транспортної системи формують перший кластер цієї моделі. Наступний кластер – види громадського транспорту. Останній кластер містить політики КМДА або заходи для розвитку кожного виду транспорту.

Для визначення ваг критеріїв експерту були задані наступні питання: Який критерій має більший вплив на досягнення світового рівня розвитку системи громадського транспорту міста Києва? Питання експертам для знаходження пріоритетів заходів були наступними: Реалізація якого заходу може більше вплинути на зменшення транспортних заторів в місті Києві? Реалізація якого заходу може більше вплинути на підвищення провізної спроможності в місті Києві?

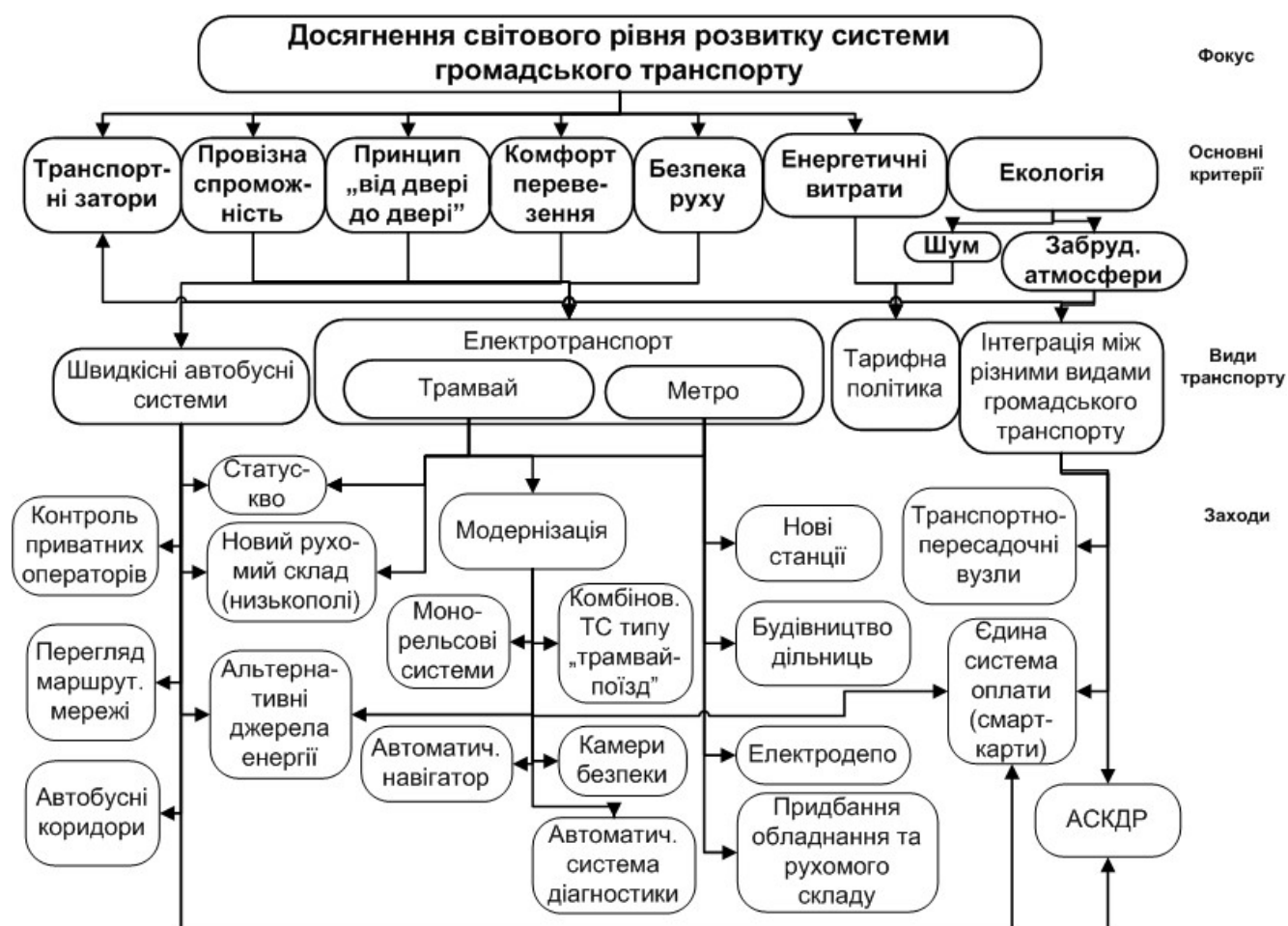


Рисунок 7.24 – Модель другого зворотного процесу досягнення світового рівня розвитку системи громадського транспорту міста Києва

За результатами розрахунків було виявлено наступні *першочергові заходи з розвитку системи громадського транспорту міста Києва*:

- придбання нового низькополого рухомого складу автобусів;
- контроль приватних операторів – скорочення кількості маршрутних таксі;
- відкриття нових станцій метро, будівництво діляниць;
- впровадження автоматизованої системи керування дорожнім рухом.

7.5.3 Висновки за п.7.5

На замовлення КМДА проведено оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи міста Києва. Розроблений інструментарій використовувався для побудови моделей та оцінювання на їх основі сценаріїв розвитку транспортної системи Києва. Оцінювання таких сценаріїв як комплексна реконструкція, вибіркова реконструкція та збереження існуючого стану транспортної системи здійснювалося з позицій сталого розвитку, покладаючи рівну важливість економічних, соціальних та екологічних факторів. В модель було включено кластери акторів (бізнес, населення, КМДА, міжнародний союз громадського транспорту) та їх цілей. На основі розрахованих за моделлю агрегованих імовірностей сценаріїв отримано, що лише комплексна реконструкція сприяє компромісному задоволенню цілей акторів транспортної системи. На другому етапі побудовано модель для розв'язання зворотної задачі, метою якої було оцінювання дій для досягнення бажаного сценарію – світового рівня розвитку транспортної системи міста Києва. Ця модель – розширення попередньої шляхом включення факторів та політик акторів, за допомогою яких можна досягти вказаного бажаного сценарію. Необхідно було розрахувати агреговані за моделлю пріоритети політик і вибрати найбільш пріоритетні з них для досягнення бажаного сценарію. Розрахунок розширеної моделі показав, що найбільш пріоритетні політики КМДА – це обмеження проїзду вантажних автомобілів вулицями Києва, реконструкція Московської і Ленінградської площ, будівництво Кільцевої дороги та введення в експлуатацію автоматизованих постів

спостереження за станом атмосферного повітря в місті. На третьому етапі проведено уточнення моделі першого етапу з урахуванням результатів, отриманих на другому етапі. Аналізувалися більш конкретні сценарії і досліджувалося, реалізація якого з них більшою мірою впливає на збільшення провізної спроможності транспортної системи міста Києва, на покращення екологічної ситуації в місті Києві тощо. Розрахунки виявили наступні два найбільш пріоритетні сценарії: реконструкція громадського транспорту та впровадження автоматизованої системи керування дорожнім рухом. Пріоритетними політиками КМДА для досягнення бажаного сценарію – світового рівня розвитку системи громадського транспорту міста Києва за результатами оцінювання виявилися: відкриття нових станцій метро Виставковий центр, Іподром та Теремки, будівництво діляниць, придбання нового низькополого рухомого складу автобусів та контроль приватних операторів із скороченням кількості маршрутних таксі.

7.6 Оцінювання проектів для збереження екології басейну Чорного моря біля берегів Одеси

Розроблений інструментарій застосовано до оцінювання пріоритетності заходів покращення екології чорноморського побережжя Одеської області України. Відомий цілий ряд екологічних проблем Чорного моря, таких як забруднення сточними водами, токсичними речовинами і нафтопродуктами; евтрофікація води; накопичення твердих побутових відходів; біологічне забруднення чорноморської екосистеми сторонніми видами; скорочення біологічної різноманітності та зубожіння флори і фауни; зменшення площі лісів і територій, що особливо охороняються, в прибережних областях (за матеріалами сайту greenologia.ru). Розв'язання екологічних проблем потребує значних фінансових витрат. Тому для держави в умовах обмеженості бюджету постає задача оцінювання важливості та пріоритетності заходів покращення екологічної ситуації для подальшого вибору найбільш пріоритетних з них для першочергової

реалізації. Ця задача відноситься до слабо структурованих задач ППР, характеризується відсутністю оптимального розв'язку в класичному розумінні, унікальністю, неповнотою, неточністю та нечіткістю вхідної інформації.

Використовуючи Стратегію розвитку Одеської області до 2020 року, оприлюднену на сайті <https://oda.odessa.gov.ua>, та матеріали сайту Українського наукового центру екології моря <http://www.sea.gov.ua/>, побудовано мережеву модель підтримки прийняття рішень для оцінювання проектів покращення екологічного стану чорноморського побережжя Одеської області. Складові цієї моделі наведено на рис.7.25 – 7.27.

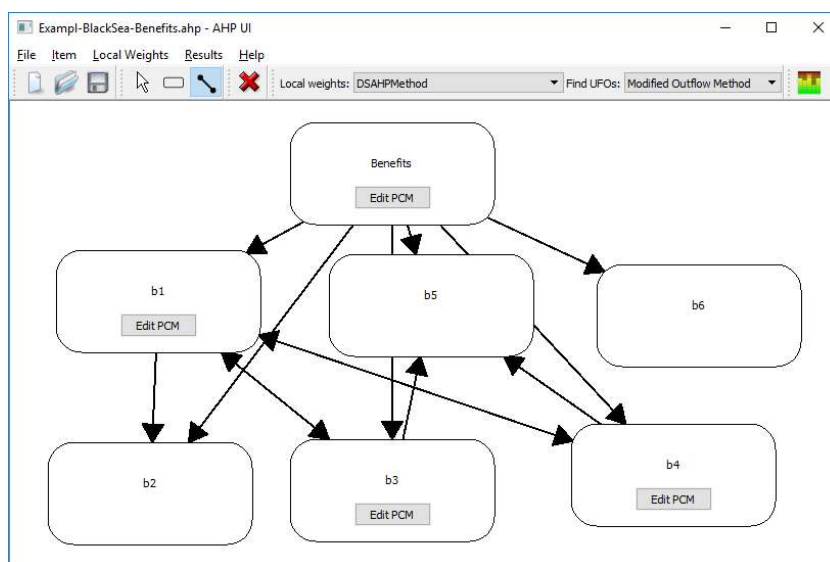


Рисунок 7.25 – Модель доходів від впровадження проектів

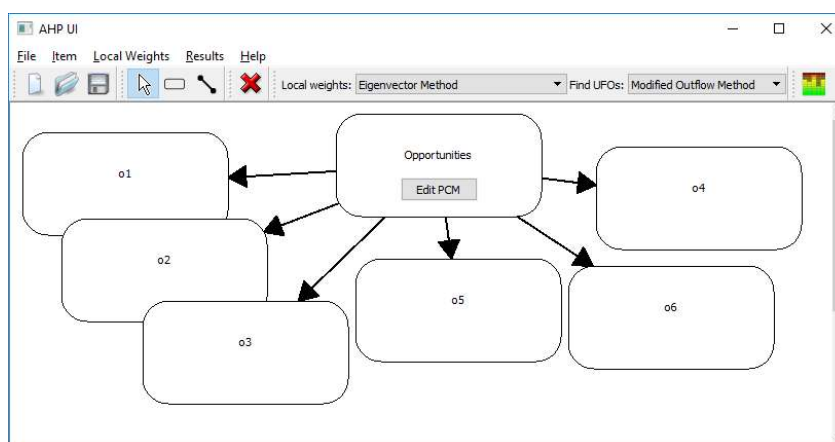


Рисунок 7.26 – Модель можливостей природного середовища

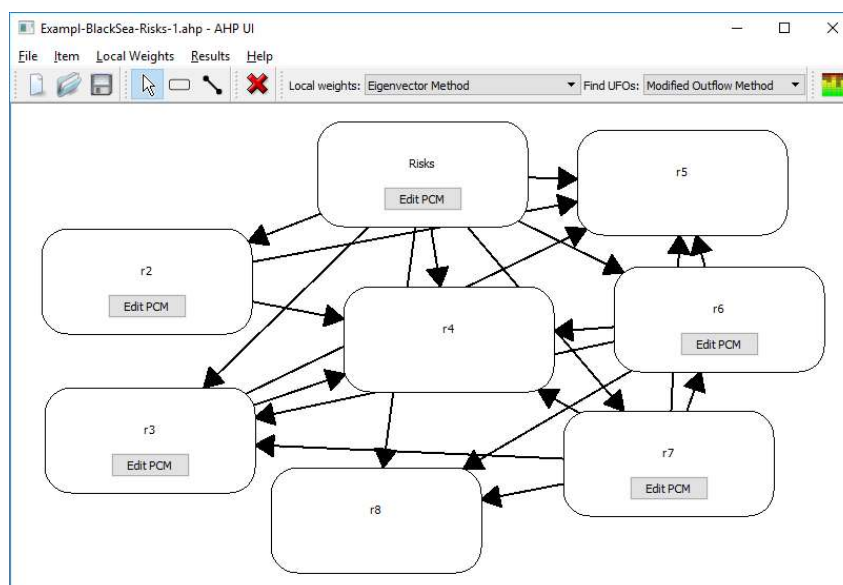


Рисунок 7.27 – Модель загроз і ризиків для природного середовища

Модель містить шість кластерів: C_1 – головна ціль або фокус прийняття рішення, C_2 – доходи від впровадження проектів, які може отримати держава (рис.7.25), C_3 , C_4 , C_5 – відповідно витрати на впровадження проектів, можливості (рис.7.26) та загрози і ризики (рис.7.27), пов'язані з реалізацією проектів, C_6 – проекти або заходи покращення екологічного стану – альтернативи рішень.

В модель на рис.7.25 включено наступні *доходи*: збільшення надходжень в обласний та місцеві бюджети (b1); збільшення кількості туристів, які відвідують регіон (b2); збільшення кількості відпочиваючих на пляжах (b3); розвиток рибного господарства (b4); збільшення обсягів залучення інвестицій (b5); покращення стану здоров'я населення (b6).

Розглядалися наступні *можливості* природного середовища Одеської області (рис.7.26): наявність існуючих та потенційних об'єктів природно-заповідного фонду (o1); ландшафтна різноманітність та наявність унікальних ландшафтів та природних парків (o2); достатньо розгалужена гідрологічна мережа (o3); можливість та наявні резерви відновлення природного стану ландшафтів та екосистем (o4); значна частка екологічно чистих територій (o5).

Загрози і ризики для природного середовища Одеської області включали (рис.7.27): загроза втрати унікальної екосистеми Куяльницького лиману та

екосистеми лиману Сасик (r1), транскордонне забруднення Дунаю, Дністра, деградація системи малих річок та водойм місцевого значення (r2); необлаштовані сміттєзвалища, відсутність заводів з переробки сміття та ефективної системи збору та утилізації відходів (r3); проблеми централізованого та/або локального водопостачання та каналізації в окремих містах і селах (r4); евтрофікація води чорноморського побережжя Одеської області (r5); скорочення біологічної різноманітності та зубожіння флори і фауни Чорного моря біля берегів Одеської області (r6); зменшення площі лісів і територій, що особливо охороняються, в прибережних областях (r7).

Експерт проводить оцінювання елементів наведених на рис.7.25 – 7.27 моделей, використовуючи метод парних порівнянь. У випадку оцінок неприйнятної якості система знаходить найбільш неузгоджену оцінку і пропонує нове значення, яке забезпечує підвищення узгодженості всієї множини оцінок. Застосування пропонованого в розділі 2 методу оцінювання і підвищення узгодженості МПП дозволило для побудованих моделей доходів, можливостей, загроз та ризиків отримати без участі експерта МПП прийнятної якості та на їх основі розрахувати локальні пріоритети елементів моделей.

Використовуючи пропонований в розділі 3 метод аналізу чутливості локального ранжування, знайдено оцінки експерта, які найбільшою мірою впливають на зміну ранжувань і на рівень узгодженості МПП. Результат розрахунку моделей, наведених на рис.7.25 – 7.27 – це агреговані пріоритети елементів моделей доходів, можливостей, загроз і ризиків (табл.7.17 – 7.19), знайдені методом суперматриці з урахуванням всіх зв'язків в моделях. Ці пріоритети використовуються в подальшому для оцінювання, вибору і розподілу ресурсів між альтернативами рішень.

Таблиця 7.17 – Глобальні пріоритети елементів моделі доходів

	b1	b2	b3	b4	b5	b6
w	0.363	0.349	0.162	0.339	0.116	0.035

Таблиця 7.18 – Глобальні пріоритети елементів моделі можливостей

	o1	o2	o3	o4	o5
w	0.117	0.443	0.044	0.117	0.278

Таблиця 7.19 – Глобальні пріоритети елементів моделі загроз і ризиків

	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7
w	0.094	0.187	0.321	0.134	0.227	0.255	0.064

Досліджувалися наступні *альтернативи рішень*, в основі яких лежать програми покращення екологічного стану чорноморського побережжя Одеської області відповідно до Стратегічного плану дій голови Одеської обласної державної адміністрації на період 2017 – 2019 р (<https://oda.odessa.gov.ua>):

- Екологічний моніторинг та створення Платформи сталого розвитку регіону, що включає онлайн-контроль дамб, екологічний моніторинг пляжів, програму порятунку лиманів, участь у програмах транскордонного співробітництва з покращення спільного моніторингу довкілля (Project 1).

- Пілотний проект «Чиста вода», що використовує інноваційні методи очищення води для потреб населення (Project 2).

- Створення на основі найкращого міжнародного досвіду комплексної стратегії збору, утилізації та переробки відходів, зокрема твердих побутових відходів (Project 3).

- Проекти з покращення стану берегової лінії із залученням бізнесу, які включають прибирання та переробку сміття (Project 4).

- Сприяння міжнародному співробітництву щодо охорони навколишнього середовища, скорочення засмічення басейну Чорного моря, підвищення обізнаності та спільні дії по скороченню річкових і морських забруднень (Project 5).

- Здійснення пілотного проекту на морському узбережжі «Блакитна лагуна» (Project 6).

- Розвиток рибного господарства, створення умов для життя водоростей, креветок, молюсків, контроль над використанням тралення та перехід на інші способи вилову риби (Project 7).

Згідно з пропонованим в розділі 4 удосконаленим методом BOCR, альтернативи оцінювалися за елементами кластерів доходів, витрат, можливостей та ризиків, використовуючи наявні статистичні дані та оцінки, надані експертами. Наприклад, порівнюючи альтернативи за елементами доходів, питання експерту ставилося відносно того, яка з альтернатив більшою мірою сприятиме підвищенню надходжень в бюджеті, збільшенню кількості туристів, покращенню розвитку рибного господарства тощо. Порівнюючи альтернативи за витратами, експерту ставилося питання відносно того, яка з альтернатив потребує більше витрат. На основі експертних оцінок та статистичних даних розраховувалися локальні пріоритети альтернатив. З урахуванням пріоритетів елементів моделей доходів, витрат, можливостей і ризиків (табл.7.17 – 7.19), розраховано агреговані пріоритети альтернатив рішень (рис.7.28).

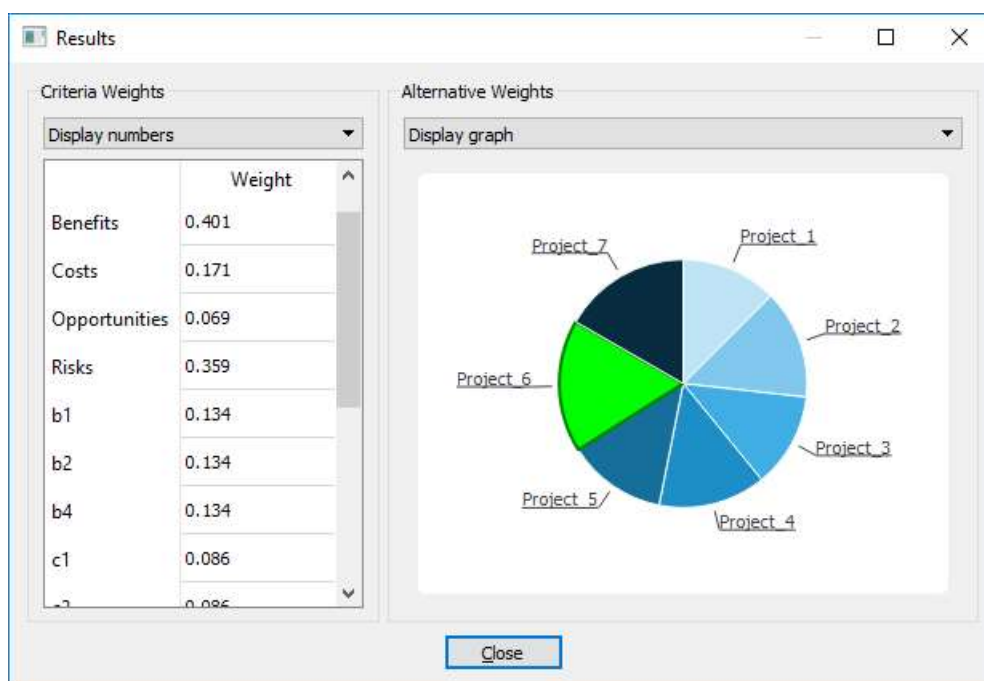


Рисунок 7.28 – Результати розв’язання задачі: агреговані пріоритети альтернатив рішень на основі тестових експертних оцінок

Значення на рис.7.28 показують, що найбільш пріоритетними проектами за доходами, витратами, можливостями і ризиками, які дозволяють зберегти екологію басейну Чорного моря біля берегів Одеси, є четвертий, шостий і сьомий проекти.

7.7 Висновки за розділом 7

Побудований інструментарій використано при розв'язанні наступних практичних задач:

- оцінювання критичних технологій енергетики України в межах договірної тематики з Міністерством освіти і науки України;
- оцінювання напрямків доцільного використання космічної інформації дистанційного зондування землі для геоінформаційних систем при виконанні НДР спільно з Інститутом космічних досліджень;
- вибір пріоритетних заходів вирішення соціальних проблем міста Києва з точки зору доходів, витрат, можливостей та ризиків на замовлення КМДА;
- оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи міста Києва на замовлення КМДА.

Результати, отримані в розділі 7, опубліковано в роботах [33, 38, 47, 50, 53, 56, 300].

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішена важлива науково-технічна проблема розробки методологічного і математичного забезпечення, яке з використанням системного підходу дозволяє підвищити достовірність розв'язків задач підтримки прийняття рішень в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей.

Результати досліджень використовуються в навчальному процесі кафедри математичних методів системного аналізу ІПСА КПІ ім. Ігоря Сікорського, зокрема при викладанні дисциплін «Прийняття рішень в ієрархічних системах», «Інтелектуальні системи прийняття рішень», «Системи підтримки прийняття рішень» та при виконанні магістерських робіт студентів спеціальностей 8.04030301 «Системний аналіз і управління» та 8.04030302 «Системи і методи прийняття рішень» (акт впровадження від 20.02.2018 р.)

Основні наукові та практичні результати роботи полягають у наступному:

1. Проведено аналіз дослідження проблем розв'язання задач підтримки прийняття рішень в слабо структурованих системах з людським фактором на основі ієрархічних та мережевих моделей та методу парних порівнянь. За результатами цього аналізу зроблено висновок про доцільність розробки методологічного, математичного забезпечення та інструментарію ППР на основі ієрархічних та мережевих моделей. Показано, що методи аналізу ієрархій і мереж використовуються для багатьох практичних задач підтримки прийняття рішень в різних предметних областях та займають важливе місце в методології сценарного аналізу розв'язання задач передбачення.

2. Запропоновано методологію підтримки прийняття рішень, яка з використанням системного підходу призводить до більш достовірних розв'язків задач ППР в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей.

3. Розроблено засоби оцінювання і підвищення достовірності розв'язків практичних задач ППР, отриманих на основі ієрархічних та мережевих моделей, які включають підвищення достовірності вхідних експертних оцінок за показниками узгодженості, оцінювання стійкості отриманих ранжувань елементів моделі та розрахунок нечітких ваг та довірчих інтервалів для ваг, на відміну від точкових ваг, розрахованих відомими методами. Підвищення достовірності вхідних експертних оцінок при розв'язанні практичної задачі ППР має місце за рахунок використання пропонованого в роботі більш ефективного методу оцінювання і підвищення узгодженості цих оцінок. Ефективність методу перевіряється шляхом моделювання множин тестових задач ППР і оцінюється значенням віддаленості вектору розрахованих ваг від вектору реальних ваг, який генерується в процесі моделювання. Стійкість розв'язку оцінюється пропонованими індексами стійкості та чутливості.

4. Розроблено метод оцінювання і підвищення узгодженості матриць парних порівнянь, який відрізняється від інших врахуванням властивості слабкої узгодженості МПП, пошуком найбільш неузгодженого елементу МПП та використанням для МПП загального виду. Метод дає більш достовірні результати ніж відомі методи в тому розумінні, що на тестових задачах ППР вектор ваг на основі МПП з підвищеною узгодженістю є ближчим до вектору відомих в процесі моделювання реальних ваг ніж вектор ваг на основі початкової МПП до коригування. Для пошуку найбільш неузгоджених елементів МПП удосконалено метод потоків та запропоновано метод *Transitiv*. Розроблено спосіб підвищення узгодженості МПП без участі експерта на основі відомих мультиплікативного та адитивного методів, який відрізняється від інших отриманими властивостями цих методів.

5. Запропоновано метод розрахунку довірчих інтервалів для локальних ваг елементів ієрархічної моделі, який, на відміну від інших, враховує невизначеність шкали, особистих якостей експерта, таких як оптимізм, песимізм та не потребує порівняння груп елементів з фреймом. Введено показник невизначеності

експертних оцінок парних порівнянь, який, на відміну від інших, враховує невизначеність вказаних видів. Пропоновані довірчі інтервали більш достовірно відображають реальні ваги, невідомі в практичній задачі ППР, порівняно з точковими вагами, які розраховано традиційними методами, та нечіткими вагами за методом нечіткої геометричної середньої. Запропоновано базову модель для оцінювання якостей експерта при розв'язанні практичної задачі ППР.

6. Удосконалено метод розрахунку нечітких локальних ваг елементів мережевої моделі на основі нечітких МПП, який відрізняється від інших методом оцінювання і підвищення узгодженості нечітких МПП, врахуванням властивостей сильного і слабого збереження порядку на множині нечітких ваг.

7. Удосконалено гібридний метод розрахунку локальних та агрегованих ваг для елементів ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями, який відрізняється від інших методом оцінювання і підвищення узгодженості нечітких експертних оцінок.

8. Удосконалено метод комплексного оцінювання чутливості шляхом додавання етапів оцінювання стійкості локального ранжування до змін в експертних оцінках парних порівнянь та оцінювання стійкості узгодженості множини експертних оцінок парних порівнянь до зміни окремих оцінок. Запровадження цих додаткових етапів дозволяє знайти окремі експертні оцінки парних порівнянь, які найбільшою мірою впливають на зміну локального ранжування альтернатив рішень та зміну рівня узгодженості множини оцінок. Шукаються стійкі експертні оцінки парних порівнянь та оцінки, які потребують перегляду для підвищення достовірності розв'язків. Аналізується також стійкість і чутливість глобального ранжування альтернатив рішень на основі ієрархічної моделі до зміни ваг критеріїв та локальних ваг альтернатив за критеріями.

9. Запропоновано спосіб оцінювання появи реверсу рангів при використанні різних правил комбінування функцій довіри до елементів ієрархічної моделі.

10. Розроблено методики аналізу ефективності методів, засоби та систему моделювання експертного оцінювання.

11. Створено інструментарій підтримки прийняття рішень у вигляді СППР на основі запропонованих моделей, методів та підходів. Розроблена СППР не є проблемно-орієнтовною і може використовуватися для розв'язання задачі ППР в будь-якій предметній області.

12. Застосовано розроблену методологію та інструментарій до розв'язання ряду практичних задач підтримки прийняття рішень на замовлення міністерств і відомств України. В межах договірної тематики з Міністерством освіти і науки України з використанням розробленої методології та інструментарію проведено оцінювання критичних технологій енергетики України. При виконанні НДР спільно з Інститутом космічних досліджень виконано оцінювання напрямків доцільного використання космічної інформації дистанційного зондування землі для геоінформаційних систем. На замовлення Київської міської державної адміністрації здійснено оцінювання заходів вирішення соціальних проблем міста Києва з точки зору доходів, витрат, можливостей та ризиків з метою вибору пріоритетних заходів для реалізації. Проведено оцінювання сценаріїв розвитку транспортної системи міста Києва.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т. Выбор вариантов: основы теории. Москва: Наука, 1990. 240 с.
2. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Статистика, 1980. 263 с.
3. Бідюк П.І., Коршевніук Л.О. Проектування комп'ютерних інформаційних систем підтримки прийняття рішень: навч. посіб. / Навч.-наук. комплекс «Ін-т прикл. систем. аналізу» НТУУ «КПІ», 2010. 340 с.
4. Бочарников В.П. Fuzzy-технология: Математические основы. Практика моделирования в экономике. Санкт-Петербург: Наука РАН, 2001. 328 с.
5. Буч Г., Максимчук Р.А., Энгл М.У., Янг Б. Дж., Коналлен Д., Хьюстон К.А. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений. 3-е изд. пер. с англ. Москва: Вильямс, 2010. 720 с.
6. Вагнер Г. Основы исследования операций. Москва: Мир, 1972-1973, Т.3. 210 с.
7. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. Москва: Наука, 1980. 208 с.
8. Вилкас Э.Й. Оптимальность в играх и решениях. Москва: Наука, 1990. 256с.
9. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. Москва: Наука, 1971. 220 с.
10. Гнатієнко Г.М., Снитюк В.Є. Експертні технології прийняття рішень. Київ: McLaut, 2008. 444 с.
11. Денисова А.Л., Зайцев Е.В. Теория и практика экспертной оценки товаров и услуг: учеб. пособие. Тамбов: Из-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002. 72 с.
12. Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. Москва: Наука, 1986. 294 с.
13. Дэвид Г. Метод парных сравнений. Москва: Статистика, 1978. 144 с.

14. Жилияков Е.Г. Адаптивное определение относительных важностей объектов на основе качественных парных сравнений. *Экономика и математические методы*. 2006. Том.42, №2. С.111–122.
15. Жуков С. В. Современные формы и методы финансирования инвестиционной деятельности банка: дис. ... канд. экон. наук. Саратов, 2008. 158 с.
16. Зайченко Ю.П. Исследование операций: учебник. Киев: «Слово», 2003. 688 с.
17. Згуровский М.З., Павлов О.А. Принятие решений в сетевых системах с ограниченными ресурсами. Киев: Наукова думка, 2010.
18. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Технологическое предвидение. Киев: ІВЦ "Видавництво "Політехніка", 2005. 155 с.
19. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Системный анализ: проблемы, методология, приложения. Киев: Наукова думка, 2005. 743с.
20. Ланкастер П. Теория матриц: пер.с англ. Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982. 272 с.
21. Ларичев О.И., Зуев Ю.А., Гнеденко Л.С. Метод ЗАПРОС (Замкнутые Процедуры у Опорных Ситуаций) решения слабо структурированных проблем выбора при многих критериях. Москва, 1979. 75 с. (Препринт / АН СССР. ВНИИСИ).
22. Ларичев О.И., Мошкович Е.М. Качественные методы принятия решений. Москва: Наука, 1996. 208 с.
23. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. Москва: Наука, 1979. 200с.
24. Ларичев О.И. Объективные модели и субъективные решения. Москва: Наука, 1987. 143 с.
25. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах: учебник. Москва: Логос, 2000. 296 с.

26. Ларман К. Применение UML 2.0 и шаблонов проектирования. Введение в объектно-ориентированный анализ, проектирование и итеративную разработку. Москва: Вильямс, 2013. 736 с.
27. Лучкина Н. М. Выбор эффективного вида аккредитива при внешнеторговых расчетах методом анализа иерархий: дис. ... канд. экон. наук. Москва, 2002. 140 с.
28. Льюис Р.Т., Райфа Х. Игры и решения. Москва: Иностр.лит., 1961. 642 с.
29. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. Москва: Наука, 1974. 256 с.
30. Мыльник В.В., Титаренко Б.П., Волочиенко В.А. Исследование систем управления: учеб. пособ. для вузов. 4-е изд. Москва: Академический проект; Трикста, 2006. 352 с.
31. Насибов Э.Н. К вопросу агрегации нечеткой информации на базе декомпозиционного представления. *Кибернетика и системный анализ*. 2005. №2. С.176–186.
32. Недашківська Н.І. Порівняльний аналіз методів розрахунку пріоритетів альтернатив рішень на основі нечітких експертних оцінок парних порівнянь. *International conference on System Analysis and Information Technology*: матеріали 19-ї міжнародної науково-технічної конференції SAIT-2017 (Київ, 22 – 25 трав. 2017 р.). Київ: НТУУ «КПІ», 2017. С. 95.
33. Недашківська Н.І. Адаптивне стратегічне планування розвитку підприємства з використанням нечіткого методу аналізу ієрархій. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали XII міжнародної науково-технічної конференції SAIT-2010 (Київ, 25–29 трав. 2010 р.). Київ: НТУУ «КПІ», 2010. С.123.
34. Недашківська Н.І. Багатокритеріальне оцінювання альтернатив при взаємозалежних критеріях за допомогою методу BOCR/MAI та нечітких мір. *Системи підтримки прийняття рішень. Теорія і практика*: матеріали наук.-техн. конф. з міжнародною участю СППР (Київ, 26-30 трав. 2011 р.). Київ: ІПММС НАНУ, 2011. С. 42-45.

35. Недашківська Н.І. Розробка методологічного і математичного забезпечення розв'язання задач передбачення на основі модифікованого методу аналізу ієрархій: дис. ... канд. техн. наук. Київ, 2007. 242 с.
36. Недашківська Н.І. Кількісна оцінка чутливості задачі обробки поглядів експертів за методами аналізу ієрархій. *Системи підтримки прийняття рішень. Теорія і практика*: матеріали наук.-техніч. конф. з міжнародною участю (Київ, 26–30 трав 2010 р.). Київ: ПІММС НАНУ, 2010. С. 42 – 45.
37. Недашківська Н.І. Коригування матриці парних порівнянь без участі експерта. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 27 – 31 трав. 2013 р.). Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2013. С. 142.
38. Недашківська Н.І. Мережевий метод розв'язання багатокритеріальних задач з використанням нечітких експертних оцінок. *Интеллектуальный анализ информации*: материалы VIII международ. конф. (Киев, 14 - 17 мая 2008 г.). Киев: «Просвіта», 2008. С. 315-324.
39. Недашківська Н.І. Метод узгоджених парних порівнянь при оцінюванні альтернатив рішень за якісним критерієм. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2013. №4. С.67–79.
40. Недашківська Н.І. Моделі оптимізації розрахунку ваг в методі парних порівнянь. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 23 – 28 трав. 2011 р.) Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2011. С.123.
41. Недашківська Н.І. Оцінювання реверсу рангів в методі аналізу ієрархій. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2005. №4. С. 120–130.
42. Недашківська Н.І. Оцінювання стійкості локальних ваг альтернатив рішень на основі методу парних порівнянь. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2016. №4. С.14–22.
43. Недашківська Н.І. Оцінювання стійкості розв'язку, отриманого методом аналізу ієрархій. *Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта*: материалы международ. научн.

- конф. (Херсон, 24 – 28 мая 2016 г.). Херсон: ПП Вишемирський В.С., 2016. С.210-212.
44. Недашківська Н.І. Оцінювання чутливості розв’язку задачі прийняття рішень із застосуванням методу аналізу ієрархій. *Наукові вісті НТУУ «КПІ»*. 2006. №2. С.27–36.
 45. Недашківська Н.І. Оцінювання якості кластеризації методами багатокритеріальної підтримки прийняття рішень. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали XII міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 25–29 трав. 2010 р.) Київ: НТУУ «КПІ», 2010. С.294.
 46. Недашківська Н.І. Показники узгодженості експертних оцінок парних порівнянь та їх використання в задачах вибору альтернатив рішень. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 26 – 30 трав. 2014 р.) Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2014. С. 128.
 47. Недашківська Н.І. Системний підхід до підтримання прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2018. №1. С.7 – 18.
 48. Недашківська Н.І., Креп Л.О. Оцінювання реверсів рангів в нечіткому методі аналізу ієрархій при зміні параметрів функцій приналежності. *Системні науки та кібернетика*. 2010. № 1. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <http://mmsa.kpi.ua/files/ssn-vol.1-2010-ru/view>. (15 сторінок)
 49. Недашківська Н.І., Креп Л.О. Прийняття рішень при нечітких експертних оцінках парних порівнянь альтернатив. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали XII міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 25–29 трав. 2010 р.) Київ: НТУУ «КПІ», 2010. С.124.
 50. Недашківська Н.І., Омельченко О.С. Групові методи аналізу ієрархій при неповних експертних оцінках та їх застосування до оцінювання кредитоспроможності позичальників. *Інтелектуальний аналіз інформації*. збірка праць XI міжнарод. конф. (Київ, 17 - 20 трав. 2011 р.). Київ: Просвіта, 2011. С. 136–142.

51. Недашковская Н. И. Оценивание чувствительности спектрального коэффициента согласованности нечетких экспертных оценок парных сравнений. *Интеллектуальний аналіз інформації: збірка праць XII міжнарод. конф. (Київ, 16 – 18 трав. 2012 р.)* Київ: Просвіта, 2012. С. 226 – 232.
52. Недашковская Н.И. Гибридный метод поддержки принятия решений в нечетких условиях при взаимозависимых критериях. *Системний аналіз та інформаційні технології: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 24 квіт. 2012 р.)*. Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2012. С. 95 – 96.
53. Недашковская Н.И. Интегрированные методы поддержки принятия решений в условиях нестохастической неопределенности. *Системний аналіз та інформаційні технології: матеріали XI міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 26–30 трав. 2009 р.)*. Київ: НТУУ «КПІ», 2009. С. 161.
54. Недашковская Н.И. Метод анализа иерархий в методологии сценарного анализа решения задач предвидения. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. 2010. Том 4, №9 No46). С.35–42.
55. Недашковская Н.И. Метод M_Outflow поиска наиболее несогласованных элементов матрицы парных сравнений. *Системний аналіз та інформаційні технології: матеріали міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 22 - 25 черв. 2015 р.)*. Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2015. С. 95.
56. Недашковская Н.И. Методологическое и математическое обеспечение оценивания направлений развития социально-экономических систем. *Інформаційно-комп'ютерні технології в економіці, освіті та соціальній сфері: матеріали V Всеукраїн. науч.-практич. конф. (Симферополь, 13 – 14 мая 2010 г.)*. Симферополь: КРП «Іздателство «Крымучпедгиз», 2010. С. 61 – 62.
57. Недашковская Н.И. Методы повышения согласованности матриц парных сравнений. *Інтелектуальний аналіз інформації: збірник трудов міжнарод. науч. конф. ім. Т.А.Таран (Київ, 20 - 22 мая 2015 г.)*. Київ: «Просвіта», 2015. С. 146–151.

58. Недашковская Н.И. Многокритериальное принятие решений с использованием максиминного синтеза в методе анализа иерархий. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2010. №3. С.7 – 16.
59. Недашковская Н.И. Модели парных сравнений на основании интервальных оценок экспертов. *Питання прикладної математики і математичного моделювання. Збірник наукових праць*. 2015. Випуск 15. С.121–137.
60. Недашковская Н.И. Нелинейный синтез в методе анализа иерархий. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали XI міжн. наук.-техніч. конф. (Київ, 26–30 трав. 2009 р.). Київ: НТУУ «КПІ», 2009. С. 162.
61. Недашковская Н.И. Оценка качества экспертной информации при анализе альтернатив решений. *Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта*: материалы международ. научн. конф. (Железный порт, 25 – 28 мая 2015 г.). Херсон: ХНТУ, 2015. С. 201 – 203.
62. Недашковская Н.И. Оценка реверса рангов в методе DS/АНР. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали X міжн. наук.-техніч. конф. (Київ, 20–24 трав. 2008 р.) Київ: НТУУ «КПІ», 2008. С. 87.
63. Недашковская Н.И. Оценка реверса рангов в методе анализа иерархий. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали VII міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 28 черв. – 2 лип. 2005 р.) Київ.: НТУУ «КПІ», 2005. С. 56.
64. Недашковская Н.И. Оценка чувствительности метода ДШ/МАИ к изменениям во множестве альтернатив. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2012. №1. С. 14–30.
65. Недашковская Н.И. Оценка чувствительности спектрального коэффициента согласованности нечетких экспертных оценок парных сравнений. *Интеллектуальный анализ информации: збірка праць XII міжнарод. конф.* (Київ, 16-18 трав. 2012 р.). Київ: «Просвіта», 2012. С. 226–232.

66. Недашковская Н.И. Подготовка экспертной информации для метода анализа иерархий. *Системный анализ в проектировании и управлении*: сборник науч. трудов XVIII международ. науч.-практич. конф. (Санкт-Петербург, 1 – 3 июля 2014г.). Санкт-Петербург, 2014. С.92 – 94.
67. Недашковская Н.И. Построение доверительных интервалов для весов альтернатив решений на основе экспертных парных сравнений. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. №3. С. 121–130.
68. Недашковская Н.И. Принятие решений по многим критериям при неполных экспертных оценках на базе метода анализа иерархий и теории Демпстера-Шафера. *Наукові праці. Науково-методичний журнал Миколаївського державного гуманітарного університету ім. Петра Могили комплексу «Київська Могилянська академія». Серія «Комп'ютерні технології»*. 2010. Вип.130, Том.143. С. 6–14.
69. Недашковская Н.И. Согласованность и неопределенность экспертных оценок при принятии решений. *Системний аналіз та інформаційні технології*: матеріали 18-ї міжнарод. наук.-техніч. конф. (Київ, 30 трав. – 2 черв. 2016 р.) Київ: ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, 2016. С. 123.
70. Недашковская Н.И. Сравнительный анализ методов парного экспертного оценивания альтернатив решений. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2014. №4. С. 35–44.
71. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта/ под ред. Д.А.Поспелова. Москва: Наука, 1986. 312 с.
72. Ногин В. Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2004. Т.44, №7. С. 1261–1270.
73. Ногин В.Д. Принятие решений при многих критериях. Учебно-методическое пособие. Санкт-Петербург: ЮТАС, 2007. 104 с.
74. Оре О. Теория графов. 2-е изд. Москва: Наука, Главная редакция физ.-мат.лит., 1980. 336 с.
75. Орлов А.И. Нечисловая статистика. Москва: МЗ-Пресс, 2004. 513 с.

76. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. Москва: Наука, 1981. 208с.
77. Павлов А.А., Лищук Е.И., Кут В.И. Математические модели оптимизации для обоснования и нахождения весов объектов в методе парных сравнений. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2007. № 2. С. 13–21.
78. Панкратова Н.Д., Недашківська Н.І. Застосування методів аналізу ієрархій з врахуванням оцінок групи експертів до розв’язання задач передбачення. *Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем*: матеріали IX міжнарод. наук.-практич. конф. (Дніпропетровськ, 23 – 25 листоп. 2011 р.). Дніпропетровськ, 2011.
79. Панкратова Н.Д., Недашківська Н.І. Комплексне оцінювання чутливості рішення на основі методу аналізу ієрархій. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2006. №3. С.7–25.
80. Панкратова Н.Д., Недашківська Н.І. Моделі і методи аналізу ієрархій: Теорія. Застосування/ навч. посіб. Київ: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2010. 371 с.
81. Панкратова Н.Д., Недашківська Н.І. Оцінювання пріоритетних технологій за напрямками науково-технологічного розвитку на основі системної методології передбачення. *Інформація, аналіз, прогноз – стратегічні важелі ефективного державного управління*: матеріали VII міжнарод. наук.-практич. конф. (Київ, 12 – 15 жовт. 2010 р.). Київ: УкрІНТЕІ, 2010. С. 130 – 131.
82. Панкратова Н.Д., Недашковская Н.И. Выбор системы электронного документооборота компании с использованием нечеткого метода анализа иерархий. *Інформаційні технології і системи в документознавчій сфері*: матеріали міжнарод. наук.-практич. конф. (Донецьк, 30 берез. - 01 квіт. 2011р.). Донецьк: Юго-Восток, 2011. С. 80–82.
83. Панкратова Н.Д., Недашковская Н.И. Выбор технологии восстановления нефтезагрязненных грунтов и водоемов с использованием метода BOCR

- анализа иерархий. *Системний аналіз. Інформатика. Управління*: матеріали III міжнарод. наук.-практич. конф. (Запоріжжя, 14–16 берез. 2012 р.). Запоріжжя: КПУ, 2012. С. 218–220.
84. Панкратова Н.Д., Недашковская Н.И. Метод аналитических сетей и его применение в принятии решений. *Автоматика*: материалы международ. конф. по автоматическому управлению (Николаев, 25 – 27 сент. 2013 г.). Николаев: Юго-Восток, 2013. С. 324 – 325.
 85. Панкратова Н.Д., Недашковская Н.И. Методология обработки нечеткой экспертной информации в задачах предвидения. Часть 1. *Проблемы управления и информатики*. 2007. №2. С. 40–55.
 86. Панкратова Н.Д., Недашковская Н.И. Методология обработки нечеткой экспертной информации в задачах предвидения. Часть 2. *Проблемы управления и информатики*. 2007. №3. С. 49–63.
 87. Панкратова Н.Д., Недашковская Н.И. Оценивание многофакторных рисков в условиях концептуальной неопределенности. *Кибернетика и системный анализ*. 2009. №2. С.72–82.
 88. Панкратова Н.Д., Недашковская Н.И. Экспертное оценивание многофакторных рисков в технологическом предвидении. *Доповіді НАНУ*. 2007. №11. С.48–53.
 89. Панкратова Н.Д., Савченко І.О. Морфологічний аналіз. Проблеми, теорія, застосування/ навч. посібник. Київ: Наукова думка. 2015. 245 с.
 90. Прохоренко П. А. Стратегическое управление финансами корпоративных структур в металлургии: дис. ...канд. экон.наук. Старый Оскол, 2006.198 с.
 91. Райфа Г. Анализ решений. Москва: Наука, 1977. 408 с.
 92. Рондарь В.Н. Финансовая несостоятельность и методы санации неплатежеспособных субъектов транзитивной экономики: дис. ... канд. экон. наук. Ростов-на-Дону, 2002. 175 с.
 93. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. Москва: Радио и связь, 1993. 320 с.

94. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. Москва: Радио и связь, 1991. 224 с.
95. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. Москва: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 360 с.
96. Савченко І.О. Методологічне і математичне забезпечення розв'язання задач передбачення на основі модифікованого методу морфологічного аналізу. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2011. № 3. С. 18–28.
97. Самохвалов Ю.Я. Особенности применения метода анализа иерархий при оценке проблем по метрическим критериям. *Кибернетика и системный анализ*. 2004. №5. С.15–20.
98. Сигитова Н. Н. Финансовая диагностика в системе экономической безопасности предприятия: методы и механизм: дис. ... канд. экон. наук. Новосибирск, 2008. 160 с.
99. Симанова Н.В. Методы многокритериального принятия решений в производственных системах при неточных оценках: дис. ... канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2008. 153 с.
100. Система підтримки прийняття рішень «Decision Lens». URL: <http://www.decisionlens.com>. (дата звернення: 04.06.2018)
101. Система підтримки прийняття рішень «Expert Choice» URL: <https://expertchoice.com/> (дата звернення: 04.06.2018)
102. Система підтримки прийняття рішень «СОЛОН» URL: <http://www.dss-lab.org.ua/Diss.pdf> (дата звернення: 04.06.2018)
103. Система підтримки прийняття рішень «Logical Decisions» URL: <http://www.logicaldecisions.com>. (дата звернення: 04.06.2018)
104. Система підтримки прийняття рішень «Make It Rational» URL: <http://makeitrational.com/>, <http://www.transparentchoice.com>. (дата звернення: 04.06.2018)
105. Система підтримки прийняття рішень «Mpriority» URL: <http://www.tomakechoice.com/mpriority.html> (дата звернення: 04.06.2018)

106. Система підтримки прийняття рішень «Super Decisions» URL: <http://www.superdecisions.com>. (дата звернення: 04.06.2018)
107. Система підтримки прийняття рішень «Vibor» URL: <http://www.softportal.com/software-7763-sppr-vibor.html> (дата звернення: 04.06.2018)
108. Тоценко В.Г. Групповые ранжирования с обратной связью с экспертами и учетом их компетентности. *Проблемы управления и информатики*. 2006. №5. С. 92–99.
109. Тоценко В.Г. Експертні системи діагностики і підтримки рішень. Київ: Наукова думка, 2004. 124 с.
110. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. Київ: Наукова думка, 2002. 381 с.
111. Тоценко В.Г. О проблеме реверса рангов альтернатив при мультикритериальном оценивании. *Проблемы управления и информатики*. 2006. №3. С. 65–74.
112. Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. Санкт-Петербург: Наука, 2007. 404 с.
113. Фишберн П. Методы оценки аддитивных ценностей. Статистическое измерение качественных характеристик. Москва: Статистика, 1972. С.8–34.
114. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. Москва: Наука, 1978. 352 с.
115. Хасанова Л. Т. Формирование конкурентоспособности банковских услуг с использованием технологии бенчмаркинга: дис. ... канд. экон. наук. Ульяновск, 2011. 232 с.
116. Ходыревская В.Н. Интегральный критерий оценки и метод анализа иерархий, как методологическая основа управления капиталом организации. *Вестник Курской государственной сельскохозяйственной академии*. 2014. №9. С.25–27.
117. Холодова М. А. Оценка кредитного риска коммерческих банков: дис. ... канд. экон. наук. Орел, 2004. 209 с.

118. Циганок В.В. Удосконалення методу цільового динамічного оцінювання альтернатив та особливості його застосування. *Реєстрація, зберігання і обробка даних*. 2013. Vol. 15, No 1. P. 90–99.
119. Циганок В.В. Комбінаторний алгоритм парних порівнянь зі зворотним зв'язком з експертом. *Реєстрація, зберігання і обробка даних*. 2000, Том.2, № 2. С. 92-102
120. Черкасова В.А. Развитие сценарных методов анализа инвестиционных проектов. *Методология оценки инвестиционных проектов*. 2008. Т.6, №111. С.15 – 21.
121. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения/ Пер. с англ. Москва: Радио и связь, 1992. 504 с.
122. Aguarón J., Escobar M.T., Moreno-Jiménez J.M. Consistency stability intervals for a judgement in AHP decision support systems. *European Journal of Operational Research*. 2003. Vol. 145, No. 2. P.382–393.
123. Aguarón J., Moreno-Jiménez J.M. Local stability intervals in the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*. 2000. Vol.125, No. 1. P.114–133.
124. Aguarón J., Moreno-Jiménez J.M. The geometric consistency index: Approximated thresholds. *European Journal of Operational Research*. 2003. Vol.147, No. 1. P.137–145.
125. Akomode O.J., Lees B., Irgens C. Constructing customized models and providing information to support IT outsourcing decisions. *Logistics Information Management*. 1998. Vol.11, No. 2. P. 114–127.
126. Almeida-Dias J., Figueira J.R., Roy B. Electre Tri-C: A multiple criteria sorting method based on characteristic reference actions. *European Journal of Operational Research*. 2010. Vol.204, No. 3. P.565–580.
127. Alonso J.A., Lamata M. Consistency in the analytic hierarchy process: A new approach. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*. 2006. Vol. 14, No. 4. P. 445–459.

128. Andreichicova O., Andreichicov A. Analytic Network Process as Qualitative Simulating Tool: Researching of Financial Crisis. *The 10th International Symposium on the Analytic Hierarchy/Network Process: Proceedings*. Pittsburgh, USA, 2009.
129. Arbel A. Approximate articulation of preference and priority derivation. *European Journal of Operational Research*. 1989. Vol. 43, No. 3. P. 317–326.
130. Aupetit B., Genest C. On some useful properties of the Perron eigenvalue of a positive reciprocal matrix in the context of the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*. 1993. Vol. 70. P. 263–268.
131. Badri M. A., Abdulla M.H. Awards of excellence in institutions of higher education: an AHP approach. *International Journal of Educational Management*. 2004. Vol.18, No. 4. P. 224–242.
132. Bañuelas R., Antony J. Six sigma or design for six sigma. *The TQM magazine*. 2004. Vol.16, No.4. P. 250–263.
133. Barnes S.J., Mattsson J. Understanding current and future issues in collaborative consumption: A four-stage Delphi study. *Technological Forecasting and Social Change*. 2016. Vol. 104. P. 200–211.
134. Barzilai J. Deriving weights from pairwise comparison matrices. *Journal of Operational Research Society*. 1997. Vol.48, No.12. P.1226–1232.
135. Barzilai J., Lootsma F.A. Power Relations and Group Aggregation in Multiplicative AHP and SMART. *The 3rd International Symposium on The Analytic Hierarchy Process: Proceedings*, Washington, DC, 1994. P.157–168.
136. Barzilai, J. Consistency measures for pairwise comparison matrices. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*. 1998. Vol.7, No. 3. P.123–132.
137. Barzilai, J., Golany, B. AHP rank reversal normalization and aggregation rules. *Information Systems and Operational Research*. 1994. Vol. 32. P. 57–64.
138. Basile, L. and D'Apuzzo, L. Weak consistency and quasi-linear means imply the actual ranking. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*. 2002. Vol. 10, No.3. P. 227–239.

139. Bayazit O. Use of AHP in decision-making for flexible manufacturing systems. *Journal of Manufacturing Technology Management*. 2005. Vol.16, No.7. P. 808–819.
140. Belton V., Gear T. On a Short-coming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies. *Omega*. 1983. Vol.11, No.3. P.228 – 230.
141. Benítez J, Delgado-Galván X, Izquierdo J and Pérez-García R. Achieving matrix consistency in AHP through linearization. *Applied Mathematical Modelling*. 2011. Vol. 35, No. 9. P.4449–4457.
142. Benítez J, Delgado-Galván X, Izquierdo J and Pérez-García R. Consistent completion of incomplete judgments in decision making using AHP. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2015. Vol. 290. P. 412–422.
143. Benítez J. et al. Improving consistency in AHP decision-making processes. *Applied Mathematics and Computation*. 2012. Vol. 219, No. 5. P. 2432–2441.
144. Bernè, F., Mattia C., Maurizio F., Daria M., & Pediroda V. Multi Criteria Credit Rating (MCCR). A Credit Rating Assignment Process for Italian Enterprises According to Basel II. *Multiple Criteria Decision Making: Proceedings*, June 19-23, 2006, Chania, Greece. (фінанси)
145. Bevilacqua M. and Braglia M. The analytic hierarchy process applied to maintenance strategy selection. *Reliability Engineering & System Safety*. 2000. Vol.70, No.1. P. 71–83.
146. Beynon M.J. A method of aggregation in DS/AHP for group decision-making with the non-equivalent importance of individuals in the group. *Computers & Operations Research*. 2005. Vol. 32. P. 1881–1896.
147. Beynon M.J. DS/AHP method: A mathematical analysis, including an understanding of uncertainty. *European Journal of Operational Research*. 2002. Vol.140. P. 148–164.
148. Beynon M.J. Reflections on DS/AHP: Lessons to Be Learnt. In: Cuzzolin F. (eds) Belief Functions: Theory and Applications. BELIEF 2014. *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 8764. Springer, Cham. 2014.

149. Beynon M.J. The Role of the DS/AHP in Identifying Inter-Group Alliances and Majority Rule Within Group Decision Making. *Group Decision and Negotiation*. 2006. Vol. 15. P. 21–42.
150. Beynon M.J. Understanding local ignorance and non-specificity within the DS/AHP method of multi-criteria decision making. *European Journal of Operational Research*. 2005. Vol.163. No.2. P. 403–417.
151. Beynon M.J., Moutinho L., Veloutsou C. An Exposition of the Role of Consideration Sets in a DS/AHP Analysis of Consumer Choice. In: Moutinho L., Sokele M. (eds) *Innovative Research Methodologies in Management*. Palgrave Macmillan, Cham. 2018.
152. Bhattarai S., Yadav S.R. AHP Application in Banking: Unfolding Utility in a Situation of Financial Crisis. *The 10th International Symposium on the Analytic Hierarchy/Network Process: Proceedings*, Pittsburgh, USA, 2009.
153. Bolger F., Stranieri A., Wright G., Yearwood J. Does the Delphi process lead to increased accuracy in group-based judgmental forecasts or does it simply induce consensus amongst judgmental forecasters? *Technological Forecasting and Social Change*. 2011. Vol. 78, No. 9. P.1671–1680.
154. Bolger F., Wright G. Improving the Delphi process: Lessons from social psychological research. *Technological Forecasting and Social Change*. 2011. Vol.78, No. 9. P.1500–1513.
155. Bolloju N. Aggregation of analytic hierarchy process models based on similarities in decision makers' preferences. *European Journal of Operational Research*. 2001. Vol.128. P.499–508.
156. Bourgeois P. Technology Foresight for Strategic Decision-Making. *The UNIDO Technology Foresight Conference for Central and Eastern Europe and the Newly Independent States: Proceedings*, Vienna, 2001. P.24.
157. Bouyssou D., Marchant T. On the relations between ELECTRE TRI-B and ELECTRE TRI-C and on a new variant of ELECTRE TRI-B. *European Journal of Operational Research*. 2015. Vol. 242, No. 1. P. 201–211.

158. Bozbura F. T., Beskese A. Prioritization of organizational capital measurement indicators using fuzzy AHP. *International Journal of Approximate Reasoning*. 2007. Vol. 44, No.2. P. 124–147.
159. Bozóki S., Csató L., Temesi J. An application of incomplete pairwise comparison matrices for ranking top tennis players. *European Journal of Operational Research*. 2016. Vol. 248, No. 1. P. 211–218.
160. Bozóki S., Fülöp J., Rónyai L. On optimal completion of incomplete pairwise comparison matrices. *Mathematical and Computer Modelling*. 2010. Vol. 52. P.318–333.
161. Bozóki S., Rapcsák T. On Saaty's and Koczkodaj's inconsistencies of pairwise comparison matrices. *Journal of Global Optimization*. 2008. Vol.42, No. 2. P. 157–175.
162. Braglia M. MAFMA: multi-attribute failure mode analysis. *International Journal of Quality & Reliability Management*. 2000. Vol.17, No. 9. P. 1017–1033.
163. Brugha C.M. Relative measurement and the power function. *European Journal of Operational Research*. 2000. Vol.121. P.627–640.
164. Brunelli M, Critch A., Fedrizzi M. A note on the proportionality between some consistency indices in the AHP. *Applied Mathematics and Computation*. 2013. Vol. 219, No. 14. P.7901–7906.
165. Brunelli M. A note on the article 'Inconsistency of pairwise comparison matrix with fuzzy elements based on geometric mean'. [*Fuzzy Sets and Systems* 161 (2010) 1604 - 1613]. *Fuzzy Sets and Systems*. 2011. Vol.176, No.1. P.76–78.
166. Brunelli M., Fedrizzi M. Axiomatic properties of inconsistency indices for pairwise comparisons. *Journal of the Operational Research Society*. 2014. Vol.66. P. 1–15.
167. Bryson N., Mobolurin A. An action learning evaluation procedure for multicriteria decision making problems. *European Journal of Operational Research*. 1997. Vol.96, No.2. P. 379–386.

168. Buckley, J. J. Fuzzy hierarchical analysis. *Fuzzy Sets and Systems*. 1985. Vol.17, No. 3. P.233–247.
169. Carnero M.C. Selection of diagnostic techniques and instrumentation in a predictive maintenance program. A case study. *Decision Support Systems*. 2005. Vol. 38. P. 539–555.
170. Cavallo B., D'Apuzzo L., Characterizations of consistent pairwise comparison matrices over abelian linearly ordered groups. *International Journal of Intelligent Systems*. 2010. Vol.25, No. 10. P. 1035–1059.
171. Cavallo B., D'Apuzzo, L. A general unified framework for pairwise comparison matrices in multicriterial methods. *International Journal of Intelligent Systems*. 2009. Vol.24, No. 4. P.377– 398.
172. Cavallo, B., D'Apuzzo, L. Ensuring reliability of the weighting vector: Weak consistent pairwise comparison matrices. *Fuzzy Sets and Systems*. 2015. Vol. 296. P.21–34.
173. Cavallo, B., D'Apuzzo, L. Reciprocal transitive matrices over abelian linearly ordered groups: Characterizations and application to multi-criteria decision problems. *Fuzzy Sets and Systems*. 2015. Vol. 266. P.33–46.
174. Chan F.T.S., Kumar N. Global supplier development considering risk factors using fuzzy extended AHP-based approach. *Omega*. 2007. Vol. 35, No.4. P. 417 – 431.
175. Chandran B., Golden B., Wasil E. Linear programming models for estimating weights in the analytic hierarchy process. *Computers & Operations Research*. 2005. Vol. 32, No.9. P. 2235–2254.
176. Chang D.Y. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP. *European Journal of Operational Research*. 1996. Vol.95, No.3. P.649–655.
177. Che Z.H., Wang H.S., Chuang C.-L. A fuzzy AHP and DEA approach for making bank loan decisions for small and medium enterprises in Taiwan. *Expert Systems with Applications*. 2010. Vol.37. P.7189–7199.

178. Chen H., Kocaoglu D.F. A sensitivity analysis algorithm for hierarchical decision models. *European Journal of Operational Research*. 2008. Vol.185. P.266–288.
179. Chen L., Xu Z. A new fuzzy programming method to derive the priority vector from an interval reciprocal comparison matrix. *Information Sciences*. 2015. Vol.316. P. 148–162.
180. Chen, S.J., Hwang, C.L. Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications. Springer, New York, 1992.
181. Cheng A.-C., Chen C.-J., Chen C.-Y. A fuzzy multiple criteria comparison of technology forecasting methods for predicting the new materials development. *Technological Forecasting & Social Change*. 2008. Vol. 75. P. 131–141.
182. Chiclana F., Herrera-Viedma E., Alonso S., Herrera F., Cardinal consistency of reciprocal preference relations: a characterization of multi-plicative transitivity. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 2009. Vol.17, No..1. P. 14–23.
183. Chiou H.-K., Tzeng G.-H., Cheng D.-C. Evaluating sustainable fishing development strategies using fizzy MCDM approach. *Omega*. 2005. Vol. 33, No.3. P. 223–234.
184. Choo E.U., Wedley W.C. A common framework for deriving preference values from pairwise comparison matrices. *Computers & Operations Research*. 2004. Vol. 31. P. 893–908.
185. Corrente S., Greco S., Słowiński R. Multiple Criteria Hierarchy Process for ELECTRE Tri methods. *European Journal of Operational Research*. 2016. Vol. 252, No. 1. P. 191–203.
186. Corrente S., Greco S., Słowiński R. Multiple Criteria Hierarchy Process with ELECTRE and PROMETHEE. *Omega*. 2013. Vol. 41, No. 5. P. 820–846.
187. Crawford G., Williams C. A note on the analysis of subjective judgment matrices. *Journal of Mathematical Psychology*. 1985. Vol. 29, No.4. P.387–405.
188. Csutora R., Buckley J.J. Fuzzy hierarchical analysis: the lambda-max method. *Fuzzy Sets and Systems*. 2001. Vol. 120. P. 181–195.

189. De Jong P. A statistical approach to Saaty's scaling method for priorities. *Journal of Mathematical Psychology*. 1984. Vol.28, No.4. P. 467–478.
190. Dede G., Kamalakis T., Sphicopoulos T. Convergence properties and practical estimation of the probability of rank reversal in pairwise comparisons for multi-criteria decision making problems. *European Journal of Operational Research*. 2015. Vol. 241. P. 458–468.
191. Dede G., Kamalakis T., Sphicopoulos T. Theoretical estimation of the probability of weight rank reversal in pairwise comparisons. *European Journal of Operational Research*. 2016. Vol. 252. P. 587–600.
192. Dempster A.P. A generalization of Bayesian inference (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*. 1968. Vol. 30. P. 205–247.
193. Domański Cz., Kondrasiuk J. Analytic Hierarchy Process – Applications in Banking, in Baier D., Wernecke K.D. ed. *Innovations in Classification, Data Science, and Information Systems*, Springer. 2005. (Finances)
194. Dong Y.C., Hong W.C. and Xu Y.F. Measuring consistency of linguistic preference relations: A 2-tuple linguistic approach. *Soft Computing*. 2013. Vol.17, No. 11. P. 2117–2130.
195. Dopazo E., Lui K., Chouinard S., Guisse J. A parametric model for determining consensus priority vectors from fuzzy comparison matrices. *Fuzzy Sets and Systems*. 2014. Vol. 246. P. 49–61.
196. Durbach I., Lahdelma R., Salminen P. The analytic hierarchy process with stochastic judgements. *European Journal of Operational Research*. 2014. Vol.238, No.2. P. 552–559.
197. Dyer J.S. Remarks on the analytic hierarchy process. *Management Science*. 1990. Vol.36, No.3. P.249–258.
198. Eppe S., Smet Y. De. Approximating Promethee II's net flow scores by piecewise linear value functions. *European Journal of Operational Research*. 2014. Vol. 233, No. 3. P. 651–659.

199. Erensal Y. C., Öncan T., Demircan M. L. Determining key capabilities in technology management using fuzzy analytic hierarchy process: A case study of Turkey. *Information Sciences*. 2006. Vol. 176, No. 18. P. 2755–2770.
200. Ergu D, Kou G, Peng Y and Shi Y. A simple method to improve the consistency ratio of the pair-wise comparison matrix in ANP. *European Journal of Operational Research*. 2011. Vol. 213, No. 1. P. 246–259.
201. Escobar M.T., Aguaron J., Moreno-Jimenez J.M. A note on AHP group consistency for the row geometric mean prioritization procedure. *European Journal of Operational Research*. 2004. Vol. 153, No. 2. P. 318–322.
202. Escobar M.T., Moreno-Jiménez J.M. A linkage between the Analytic Hierarchy Process and the Compromise Programming Models. *Omega*. 2002. Vol. 30, No. 5. P. 359–365.
203. Escobar M.T., Moreno-Jiménez J.M. Reciprocal distributions in the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*. 2000. Vol. 123, No. 1. P. 154–174.
204. Farkas, A., Gyorgy, A., Rozsa, P. On the spectrum of pairwise comparison matrices. *Linear Algebra and its Applications*, 2004. Vol. 385. P. 443–462.
205. Fedrizzi M., Giove S. Incomplete pairwise comparison and consistency optimization. *European Journal of Operational Research*. 2007. Vol. 183, No. 1. P. 303–313.
206. Fedrizzi M., Krejčí J., A note on the paper “Fuzzy Analytic Hierarchy Process: Fallacy of the Popular Methods”. *Int. J. Uncertain. Fuzz.* 2015. Vol. 23. P. 965–970.
207. Fernández E., Figueira J.R., Navarro J., Roy B. ELECTRE TRI-nB: A new multiple criteria ordinal classification method. *European Journal of Operational Research*. 2017. Vol. 263, No. 1. P. 214–224.
208. Figueira J., Roy B. Determining the weights of criteria in the ELECTRE type methods with a revised Simos' procedure. *European Journal of Operational Research*. 2002. Vol. 139, No. 2. P. 317–326.

209. Forgionne G. A., Kohli R., Jennings D. An AHP analysis of quality in AI and DSS journals. *Omega*. 2002. No. 30. P. 171–183.
210. Forman E., Peniwati K. Aggregating individual judgments and priorities with the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*. 1998. Vol.108. P.131–145.
211. Forman E.H. Random indices for incomplete pairwise comparison matrices. *European Journal of Operational Research*. 1990. No. 48. P.153–155.
212. Forman, E.H. Relative vs Absolute Worth. *Mathematical Modelling*. 1987. Vol.9, No.3-5. P.195–202.
213. Fortes I., Mora-L'opez L., Morales R., Triguero F. Inductive learning models with missing values. *Mathematical and Computer Modelling*. 2006. Vol. 44. P.790–806.
214. Franek, J., Kresta, A. Judgment scales and consistency measure in AHP. *Procedia Economics and Finance*. 2014. Vol.12. P.164–173.
215. Garbuzova-Schlifter M., Madlener R. AHP-based risk analysis of energy performance contracting projects in Russia. *Energy Policy*. 2016. Vol. 97. P.559–581.
216. Gdoura K., Anane M., Jellali S. Geospatial and AHP-multicriteria analyses to locate and rank suitable sites for groundwater recharge with reclaimed water Resources. *Conservation and Recycling*. 2015. Vol. 104, Part A. P. 19–30.
217. Genest C., Rivest L.P. A statistical look at Saaty's method of estimating pairwise preferences expressed on a ratio scale. *Journal of Mathematical Psychology*. 1994, No. 38. P.477–496.
218. Golden B.L., Wang Q. An alternative measure of consistency, in B.L.Golden, E.A.Wasil and P.T.Harker (eds), *Analytic Hierarchy Process: Applications and Studies*. 1990. New York: Springer Verlag. P.68–81.
219. González-Pachón J, Rodríguez-Galiano M. I. and Romero C. Transitive approximation to pairwise comparison matrices by using interval goal programming. *Journal of the Operational Research Society*. 2003. Vol.54. P.532–538.

220. Grzegorzewski P. Nearest interval approximation of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*. 2002. Vol. 130, No. 3. P. 321–330.
221. Gürbüz T., Alptekin S.E., Alptekin G.I. A hybrid MCDM methodology for ERP selection problem with interacting criteria. *Decision Support Systems*. 2012. Vol. 54. P. 206–214.
222. Hafeez K., Malak N., Zhang Y.B. Outsourcing non-core assets and competences of a firm using analytic hierarchy process. *Computers & Operations Research*. 2007. Vol. 34. P. 3592–3608.
223. Hahn E.D. Decision making with uncertain judgments: a stochastic formulation of the analytic hierarchy process. *Decision Sciences*. 2003. Vol. 34, No. 3. P.443–466.
224. Hahn E.D. Link function selection in stochastic multicriteria decision making models. *European Journal of Operational Research*. 2006. Vol. 172, No. 1. P.86–100.
225. Harker, P. T. Derivatives of the Perron root of a positive reciprocal matrix with application to the analytic hierarchy process. *Applied Mathematics and Computation*. 1987. Vol. 22. P. 217–232.
226. Havas A. Evolving Foresight in a Small Transition Economy. *Journal of Forecasting*. 2003. Vol. 22, No. 2-3. P.179 20.
227. Herrera F., Herrera-Viedma E., Chiclana F. Multiperson decision-making based on multiplicative preference relations. *European Journal of Operational Research*. 2001. Vol. 129. P.372–385.
228. Herrera-Viedma E, Herrera F, Chiclana F., Luque M. Some issues on consistency of fuzzy preference relations. *European Journal of Operational Research*. 2004. Vol. 154, No. 1. P.98–109.
229. Hong T.P., Tseng L.H., Wang S.L. Learning rules from incomplete training examples by rough sets. *Expert Systems with Applications*. 2002. Vol. 22. P.285–293.

230. Hovanov N. V., Kolari J. W., Sokolov M. V. Deriving weights from general pairwise comparison matrices. *Mathematical & Social Sciences*. 2008. Vol. 55. P. 205–220.
231. Ishibuchi H., Tanaka H. Multiobjective programming in optimization of the interval objective function. *European Journal of Operational Research*. 1990. Vol. 48, No. 2. P. 219–225.
232. Ishizaka A. Comparison of fuzzy logic, AHP, FAHP and hybrid fuzzy AHP for new supplier selection and its performance analysis. *Int. J. Integr. Supply Manag.* 2014. Vol. 9. P. 1–22.
233. Ishizaka A., Labib A. Review of the main developments in the analytic hierarchy process. *Expert Systems with Applications*. 2011. Vol. 38, No.11. P.14336–14345.
234. Islam R., Biswal M., Alam S. Preference programming and inconsistent interval judgements. *European Journal of Operational Research*. 1997. Vol. 97, No. 1. P. 53–62.
235. Jalao E. R., Wu T., Shunk D. A stochastic AHP decision making methodology for imprecise preferences. *Information Sciences*. 2014. Vol. 270. P. 192–203.
236. Jalao E. R., Wu T., Shunk D. An intelligent decomposition of pairwise comparison matrices for large-scale decisions. *European Journal of Operational Research*. 2014. Vol. 238, No. 1, P. 270–280.
237. Kadenko S.V., Tsyganok V.V. A method for improving the consistency of individual expert rankings during their aggregation. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2012. Vol.44, No. 4. P.23-31.
238. Kahraman C. Fuzzy Multi-Criteria Decision-Making. Theory and Applications with Recent Developments. Springer Science+Business Media. 2008. 591 p.
239. Kahraman C., Ertay T., Büyüközkan G. A fuzzy optimization model for QFD planning process using analytic network approach. *European Journal of Operational Research*. 2006. Vol. 171. P. 390–411.

240. Kahraman C., Öztayşi B., Sarı İ.U., Turanoğlu E. Fuzzy analytic hierarchy process with interval type-2 fuzzy sets. *Knowledge-Based Systems*. 2014. Vol.59. P. 48–57.
241. Kangas A., Kangas J., Pykäläinen J. Outranking methods as tools in strategic natural resources planning. *Silva Fennica*. 2001. Vol. 35, No. 2. P. 215–227.
242. Kapoor V., Tak S. S. Fuzzy application to the analytic hierarchy process for robot selection. *Fuzzy Optimization and Decision Making*. 2005. Vol. 4, No. 2. P. 209–234.
243. Karmila K., Ghafar I. A., S. Shahida. Objectives of Islamic Banks in the Management of Asset and Liability: A Decision Process of Deriving Priority. *International Symposium on the Analytic Hierarchy/Network Process: Proceedings* (Kuala Lumpur, Malaysia, June 23-26, 2013). Kuala Lumpur, 2013.
244. Kilic, H.S., Zaim, S., Delen, D. Selecting “The Best” ERP System for SMEs Using a Combination of ANP and PROMETHEE Methods. *Expert Systems with Applications*. 2015. Vol. 42, No. 5. P.2343–2352.
245. Koczkodaj W.W. A new definition of consistency of pairwise comparisons. *Mathematical and Computer Modelling*. 1993. Vol. 18, No. 7. P.79–84.
246. Koczkodaj W.W., Szybowski J. Pairwise comparisons simplified. *Applied Mathematics and Computation*. 2015. Vol. 253. P. 387–394.
247. Koh K. Y., Choy M., Cheong M.L.F. Adaptive credit scoring with Analytic Hierarchy Process. *International Symposium on the Analytic Hierarchy/Network Process: Proceedings* (Kuala Lumpur, Malaysia, June 23-26, 2013). Kuala Lumpur, 2013.
248. Korhonen P., Voutilainen R. Finding the most preferred alliance structure between banks and insurance companies. *European Journal of Operational Research*. 2006. Vol. 175. P.1285–1299. finances)
249. Kováts F. Enlargement Seen from the Other Side (Foresight in a Pre-Accession Country). *UNIDO Technology Foresight Conference for Central and Eastern Europe and the Newly Independent States: Proceedings*. Vienna, 2001. P.48–59.

250. Krejčí J. Fuzzy eigenvector method for obtaining normalized fuzzy weights from fuzzy pairwise comparison matrices. *Fuzzy Sets and Systems*. 2017. Vol.315. P. 26–43.
251. Kreng V. B., Wu C.-Y. Evaluation of knowledge portal development tools using a fuzzy AHP approach: The case of Taiwanese stone industry. *European Journal of Operational Research*. 2007. Vol. 176, No. 3. P. 1795–1810.
252. Kulak O., Kahraman C. Fuzzy multi-attribute selection among transportation companies using axiomatic design and analytic hierarchy process. *Information Sciences*. 2005. Vol. 170, No. 24. P.191–210.
253. Kumar A., Debnath R.M., Shankar R., Prabhu J. Analyzing customer preference and measuring relative efficiency in telecom sector: A hybrid fuzzy AHP/DEA study. *Telematics and Informatics*. 2015. Vol. 32, No. 3. P. 447–462.
254. Kumar N. V., Ganesh L.S. An empirical analysis of the use of the Analytic Hierarchy Process for estimating membership values in a fuzzy set. *Fuzzy Sets and Systems*. 1996. Vol. 82, No. 1. P.1–16.
255. Kwiesielewicz M., A note on the fuzzy extension of Saaty's priority theory. *Fuzzy Sets and Systems*. 1998. Vol. 95. P.161–172.
256. Kwiesielewicz M., van Uden E. Inconsistent and contradictory judgments in pairwise comparison method in the AHP. *Computers & Operations Research*. 2004. Vol. 31, No. 5. P. 713–719.
257. Lai P.-L., Potter A., Beynon M., Beresford A. Evaluating the efficiency performance of airports using an integrated AHP/DEA-AR technique. *Transport Policy*. 2015. Vol. 42. P.75–85.
258. Lai V. S., Wong B. K., Cheung W. Group decision making in a multiple criteria environment: A case using the AHP in software selection. *European Journal of Operational Research*. 2002. Vol. 137. P. 134–144.
259. Laininen P., Hämäläinen R.P. Analyzing AHP-matrices by regression. *European Journal of Operational Research*. 2003. Vol. 148, No. 3. P.514–524.
260. Landeta J. Current validity of the Delphi method in social sciences. *Technological Forecasting and Social Change*. 2006. Vol.73, No.5. P.467–482.

261. Landeta J., Barrutia J., Lertxundi A. Hybrid Delphi: A methodology to facilitate contribution from experts in professional contexts. *Technological Forecasting and Social Change*. 2011. Vol. 78, No. 9. P. 1629–1641.
262. Lane E.F., Verdini W.A. A consistency test for AHP decision makers. *Decision Sciences*. 1989. Vol. 20. P.575–590.
263. Lee Y., Kozar K. A. Investigating the effect of website quality on e-business success: An analytic hierarchy process (AHP) approach. *Decision Support Systems*. 2006. Vol. 42. P.1383–1401 (business application)
264. Lee, C.-Y., Cheng, J.-H. A fuzzy AHP application on evaluation of high-yield bond investment WSEAS. *Transaction on Information Science and Applications*. 2008. Vol. 5, No. 6. P. 1044–1056.
265. Leung L., Cao D. On consistency and ranking of alternatives in fuzzy AHP. *European Journal of Operational Research*. 2000. Vol. 124, No. 1. P. 102–113.
266. Lin C, Kou G and Ergu D. A statistical approach to measure the consistency level of the pairwise comparison matrix. *Journal of the Operational Research Society*. 2014. Vol. 65. P. 1380–1386.
267. Linares P. Are inconsistent decisions better? An experiment with pairwise comparisons. *European Journal of Operational Research*. 2009. Vol. 193, No.2. P.492–498.
268. Linstone H. A., Turoff M. Delphi: A brief look backward and forward. *Technological Forecasting and Social Change*. 2011. Vol. 78, No. 9. P.1712–1719.
269. Lipovetsky S., Conklin W.M. Robust estimation of priorities in the AHP. *European Journal of Operational Research*. 2002. Vol. 137, No. 1. P.110–122.
270. Liu F. Acceptable consistency analysis of interval reciprocal comparison Matrices. *Fuzzy Sets and Systems*. 2009. Vol. 160. P.2686–2700.
271. Liu F., Zhang W.-G., Zhang L.-H. Consistency analysis of triangular fuzzy reciprocal preference relations. *European Journal of Operational Research*. 2014. Vol. 235, P.718–726.

272. Liu F., Zhang, W. G., Fu, J. H. A new method of obtaining the priority weights from an interval fuzzy preference relation. *Information Sciences*. 2012. Vol.185, No. 1. P. 32–42.
273. Loveridge D. Technology forecasting and foresight: pedantry or disciplined vision. *Ideas in Progress*. 1997. Paper Number 2. 14 p.
274. Macharis C., Springael J., Brucker K.D., Verbeke A. PROMETHEE and AHP: The design of operational synergies in multicriteria analysis. Strengthening PROMETHEE with ideas of AHP. *European Journal of Operational Research*. 2004. Vol. 153, No. 2. P. 307–317.
275. Majumder D., Debnath J., Biswas A.. Risk analysis in construction sites using fuzzy reasoning and fuzzy analytic hierarchy process. *Procedia Technology*. 2013. Vol. 10. P. 604–614.
276. Mandic K., Delibasic B., Knezevic S., Benkovic S. Analysis of the financial parameters of Serbian banks through the application of the fuzzy AHP and TOPSIS methods. *Economic Modelling*. 2014. Vol. 43. P. 30–37. (finances)
277. Mangla S. K., Kumar P., Barua M. K. Risk analysis in green supply chain using fuzzy AHP approach: A case study. *Resources, Conservation and Recycling*. 2015. Vol. 104, Part B. P. 375–390.
278. Marichal J.-L. An Axiomatic Approach of the Discrete Choquet Integral as a Tool to Aggregate Interacting Criteria. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2000. Vol. 8, No. 6. P.800–807.
279. Martin B. Technology Foresight in a Rapidly Globalizing Economy. *UNIDO Technology Foresight Conference for Central and Eastern Europe and the Newly Independent States: Proceedings*. Vienna, 2001. P.1–17.
280. Marttunen M., Lienert J., Belton V. Structuring problems for Multi-Criteria Decision Analysis in practice: A literature review of method combinations. *European Journal of Operational Research*. 2017. Vol. 263, No. 1. P. 1–17.
281. Melón M. G., Beltran P. A., Cruz M. C. G. An AHP-based evaluation procedure for Innovative Educational Projects: A face-to-face vs. computer-mediated case study. *Omega*. 2008. Vol. 36. P. 754–765.

282. Mikhailov L. A fuzzy approach to deriving priorities from interval pairwise comparison judgements. *European Journal of Operational Research*. 2004. Vol.159, No.3. P. 687–704.
283. Mikhailov L. Deriving priorities from fuzzy pairwise comparison judgements. *Fuzzy Sets and Systems*. 2003. Vol. 134, No. 3. P.365–385. (FPP)
284. Mikoni S.V., Burakov D.P, Sorokina M.I. A realization of usability and intellectuality principles in the SVIR system. *Software products and systems*. 2002. Vol. 3. P.28–32.
285. Modarres M., Sadi-Nezhad S. Ranking fuzzy numbers by preference ratio. *Fuzzy Sets and Systems*. 2001. Vol. 118, No. 3. P.429–436.
286. Morales Jesus E.A. The Most Commonly Applied Methodologies in Technology Foresight. *UNIDO Technology Foresight Conference for Central and Eastern Europe and the Newly Independent States: Proceedings*. Vienna, 2001. P.170–178.
287. Nasibov E.N., Baskan O., Mert A. A learning algorithm for level sets weights in weighted level-based averaging method. *Fuzzy optimization and decision making*. 2005. Vol. 4, No. 4. P.279–291.
288. Nedashkovskaya N. I. Multi-criteria decision making with incomplete expert information using the DS/AHP method. *21st International CODATA Conference: Proceedings* (Kyiv, Ukraine, 5-8 October 2008). Kyiv. P.91 – 92.
289. Nedashkovskaya N. I. Investigation of methods for improving consistency of a pairwise comparison matrix. *Journal of the Operational Research Society*.
Опубліковано online: 02 лютого 2018.
<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01605682.2017.1415640>.
290. Nedashkovskaya N.I. Method for Evaluation of the Uncertainty of the Paired Comparisons Expert Judgements when Calculating the Decision Alternatives Weights. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2015. Vol. 47, No.10. P.69–82.
291. Nedashkovskaya N.I. Multi-criteria decision making in the presence of ignorance using the DS/AHP Method ISAHP 2011: *The XI International*

- Symposium for the AHP/ANP: Proceedings* (Naples, Italy 15-18 June, 2011). Naples, 2011. 9 p.
292. Nedashkovskaya N.I. Evaluation of quality of expert pairwise comparison judgements in decision-making techniques. *International Journal of Latest Engineering and Management Research*. 2018. Vol.3, No.5. P. 69 – 74.
 293. Noble E.E., Sanchez P.P. A note on the information content of a consistent pairwise comparison judgment matrix of an AHP decision maker. *Theory and Decision*. 1990. Vol. 34. P.99–108.
 294. Ohnishi S., D. Dubois, H. Prade, T. Yamanoi, A fuzzy constraint-based approach to the Analytic Hierarchy Process, in: B. Bouchon-Meunier, et al. (Eds.), *Uncertainty and Intelligent Information Systems*, World Scientific, 2008, P. 217–228.
 295. Omkarprasad S. Vaidya, Sushil Kumar. Analytic hierarchy process: An overview of applications. *European Journal of Operational Research*. 2006. Vol. 169, No. 1. P. 1–29.
 296. Osei-Bryson N. An action learning approach for assessing the consistency of pairwise comparison data. *European Journal of Operational Research*. 2006. Vol. 174, No. 1. P.234–244.
 297. Otay I., Oztaysi B., Onar S.C., Kahraman C. Multi-expert performance evaluation of healthcare institutions using an integrated intuitionistic fuzzy AHP&DEA methodology. *Knowledge-Based Systems*. 2017. Vol. 133. P. 90–106.
 298. Ozdemir M. S., Saaty T.L. The unknown in decision making. What to do about it. *European Journal of Operational Research*. 2006. Vol.174. P.349–359.
 299. Pankratova N. D., Nedashkovskaya N. I. Estimation of Scenarios of Innovation Projects Using Fuzzy Experts' Judgments. *21st International CODATA Conference: Proceedings* (Kyiv, Ukraine, 5-8 October 2008.). Kyiv, 2008. P.89.
 300. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. A Decision Support System for Evaluation of Decision Alternatives on Basis of a Network Criteria Model.

- Electrical and Computer Engineering (UKRCON, IEEE)*. 2017. PP. 830 – 835, DOI: 10.1109/UKRCON.2017.8100363.
301. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Estimation of Consistency of Fuzzy Pairwise Comparison Matrices using a Defuzzification Method. V.A. Sadovnichiy and M.Z. Zgurovsky (eds.), *Advances in Dynamical Systems and Control, Studies in Systems, Decision and Control*, 2016. Vol. 69, P.375-386.
 302. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Estimation of decision alternatives on the basis of interval pairwise comparison matrices. *Intelligent Control and Automation*. 2016. Vol.7, No. 2. P.39–54.
 303. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Estimation of Scenarios of Innovation Projects Using Fuzzy Experts' Judgments. *21st International CODATA Conference: Proceedings* (Kyiv, Ukraine, 5-8 October 2008.). Kyiv, 2008. P.89.
 304. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Estimation of Sensitivity of the DS/AHP Method While Solving Foresight Problems with Incomplete Data. *Intelligent Control and Automation*. 2013. Vol. 4, No. 1. P.80–86.
 305. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Evaluating multifactor risks under conceptual uncertainty. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2009. Vol. 45, No. 2. P. 223–231.
 306. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Hybrid Method of Multicriteria Evaluation of Decision Alternatives. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2014. Vol. 50, No. 5. P. 701–711.
 307. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Methods of evaluation and improvement of consistency of expert pairwise comparison judgements. *International Journal «Information Theories and Applications»*. 2015. Vol. 22, No. 3. P.203–223.
 308. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Sensitivity analysis of a decision-making problem using the Analytic Hierarchy Process. *International Journal «Information Theories and Applications»*. 2016. Vol. 23, No. 3. P. 232–251.
 309. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Spectral coefficient of consistency of fuzzy expert information and estimation of its sensitivity to fuzzy scales when

- solving foresight problems. *International Journal «Information Technologies and Knowledge»*. 2012. Vol. 6, No. 4. P. 316–329.
310. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. The Method of Estimating the Consistency of Paired Comparisons. *International Journal «Information Technologies and Knowledge»*. 2013. Vol. 7, No. 4. P. 347–361.
311. Partovi F. Y. An analytic model for locating facilities strategically. *Omega*. 2006. Vol. 34. P. 41–55.
312. Partovi F.Y. Determining what to benchmark: an analytic hierarchy process approach. *International Journal of Operations & Production Management*. 1994. Vol. 14, No. 6. P. 25–39.
313. Patil S. K., Kant R. A fuzzy AHP-TOPSIS framework for ranking the solutions of Knowledge Management adoption in Supply Chain to overcome its barriers. *Expert Systems with Applications*. 2014. Vol. 41. P. 679–693.
314. Peláez J.I., Lamata M.T. A new measure of consistency for positive reciprocal matrices. *Computer and Mathematics with Applications*. 2003. Vol. 46, No.12. P.1839–1845.
315. Phillips-Wren G.E., Hahn E.D., Forgionne G.A. A multiple-criteria framework for evaluation of decision support systems. *Omega*. 2004. Vol. 32, No. 4. P.323–332.
316. Qing Li, Hanif D. Sherali. An approach for analyzing foreign direct investment projects with application to China's Tumen River Area development. *Computers & Operations Research*. 2003. Vol. 30. P. 1467–1485.
317. Quezada L. E., López-Ospina H. A. A method for designing a strategy map using AHP and linear programming. *International Journal of Production Economics*. 2014. Vol.158. P. 244–255. finances)
318. Quinten A., Raaijmakers W. Effectiveness of different missing data treatments in surveys with Likert-type data: Introducing the relative mean substitution approach. *Educational and Psychological Measurement*. 1999. Vol. 59, No. 5. P.725–748.

319. Ramanathan R. Data envelopment analysis for weight derivation and aggregation in the analytic hierarchy process. *Computers & Operations Research*. 2006. Vol. 33, No. 5. P.1289–1307.
320. Ramanathan R. Stochastic decision-making using multiplicative AHP. *European Journal of Operational Research*. 1997. Vol. 97, No. 3. P. 543–549.
321. Ramanathan R., Ganesh L.S. Group preference aggregation methods employed in AHP: An evaluation and an intrinsic process for deriving members' weightages. *European Journal of Operational Research*. 1994. Vol. 79. P. 249–265.
322. Ramanathan R., Ramanathan U. A qualitative perspective to deriving weights from pairwise comparison matrices. *Omega*. 2010. Vol. 38, No. 34. P. 228–232.
323. Ramík J., Korviny P. Inconsistency of pair-wise comparison matrix with fuzzy elements based on geometric mean. *Fuzzy Sets and Systems*. 2010. Vol. 161, No. 11. P. 1604–1613.
324. Rivza P., Rivza B., Rivza S., Bikse V. Using AHP for the Evaluation of the Economic Stabilization Program in Latvia. *The 10th International Symposium on the Analytic Hierarchy/Network Process: Proceedings* (Pittsburgh, USA, July 29 - August 1, 2009). Pittsburgh, 2009.
325. Ross T.J. Fuzzy Logic with Engineering Applications, 3rd Edition. Wiley 2010. 606 p.
326. Saaty T.L. Decision making with the analytic hierarchy process. *International Journal of Services Sciences*. 2008. Vol.1, No. 1. P. 83–98.
327. Saaty T.L. Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary. *European Journal of Operational Research*. 2003. Vol.145, No.1. P.85–91.
328. Saaty T.L. Rank from comparisons and from ratings in the analytic hierarchy/network processes. *European Journal of Operational Research*. 2006. Vol. 168. P. 557–570.
329. Saaty T.L., Ozdemir M.S. Why the magic number seven plus or minus two. *Mathematical and Computer Modelling*. 2003. Vol. 38, No. 3–4. P. 233–244.

330. Saaty T.L. The Analytic Network Process, Examples, Part 2.3. *System research and information technologies*. 2003. No.4. P.7–23.
331. Saaty T.L. Theory of the Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes- Examples, Part 2.2. *System research and information technologies*. 2003. No.2. P.7–34.
332. Saaty T.L. Theory of the Analytic Hierarchy Process, Part 2.1. *System research and information technologies*. 2003. No.1. P.48–72.
333. Saaty T.L., Sagir M. An essay on rank preservation and reversal. *Mathematical and Computer Modelling*. 2009. Vol.49. P.1230–1243.
334. Saaty T.L., Tran L.T. On the invalidity of fuzzifying numerical judgments in the Analytic Hierarchy Process. *Mathematical and Computer Modelling*. 2007. Vol. 46, Issues 78. P. 962–975.
335. Saaty T.L., Vargas L. Uncertainty and rank order in the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*. 1987. Vol.32, No.1. P.107–117.
336. Saaty T.L. The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, New York, 1980.
337. Saaty, T.L. An Exposition of the AHP in Reply to the Paper “Remarks on the Analytic Hierarchy Process”. *Management Science*. 1990. Vol.36, No.3. P.259–268.
338. Saaty, T.L., Vargas, L.G. Decision Making with the Analytic Network Process: Economic, Political, Social and Technological Applications with Benefits, Opportunities, Costs and Risks, New York: Springer, 2006.
339. Salo A. Inconsistency analysis by approximately specified priorities. *Mathematical and Computer Modeling*. 1993. Vol.17, No.4 5. P.123–133.
340. Salo A., Hämäläinen R. Preference programming through approximate ratio comparisons. *European Journal of operational research*. 1995. Vol.82, No.3. P. 458–475.
341. Salo A.A., Hämäläinen R.P. On the measurement of preferences in the analytic hierarchy process. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*. 1997. Vol.6, No.6. P. 309–319.

342. Sánchez-Lozano J.M., García-Cascales M.S., Lamata M.T. Comparative TOPSIS-ELECTRE TRI methods for optimal sites for photovoltaic solar farms. Case study in Spain. *Journal of Cleaner Production*. 2016. Vol.127. P.387-398.
343. Sekhar C., Patwardhan M., Vyas V. A Delphi-AHP-TOPSIS based framework for the prioritization of intellectual capital indicators: A SMEs perspective. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*. 2015. Vol. 189. P. 275–284.
344. Sengupta A., Pal T. On comparing interval numbers. *European Journal of Operational Research*. 2000. Vol.127, No.1. P. 28–43.
345. Senturk S., Binici Y., Erginel N. The theoretical structure of Fuzzy Analytic Network Process NoFANP) with Interval Type-2 Fuzzy Sets. *IFAC-PapersOnLine*. 2016. Vol. 49, No 12. P. 1318–1322.
346. Shaw K., Shankar R., Yadav S.S., Thakur L.S. Supplier selection using fuzzy AHP and fuzzy multi-objective linear programming for developing low carbon supply chain. *Expert Systems with Applications*. 2012. Vol.39. P. 8182–8192.
347. Siraj S., Mikhailov L. and Keane J. Contribution of individual judgments toward inconsistency in pairwise comparisons. *European Journal of Operational Research*. 2015. Vol.242, No 2. P.557–567.
348. Siraj S., Mikhailov L., Keane J. A heuristic method to rectify intransitive judgments in pairwise comparison matrices. *European Journal of Operational Research*. 2012. Vol.216, No 2. P.420–428.
349. Sloane E.B., Liberatore M.J., Nydick R.L., Luo W., Chung Q.B. Using the analytic hierarchy process as a clinical engineering tool to facilitate an iterative, multidisciplinary, microeconomic health technology assessment. *Computers & Operations Research*. 2003. Vol. 30. P. 1447–1465.
350. Srdjevic B. Combining different prioritization methods in the analytic hierarchy process synthesis. *Computers & Operations Research*. 2005. Vol.32. P.1897–1919.
351. Stam A., Duarte Silva A.P. On multiplicative priority rating methods for the AHP. *European Journal of Operational Research*. 2003. Vol.145, No.1. P.92–108.

352. Stam A., Silva P.D. Stochastic judgements in the AHP: The measurement of rank reversal probabilities. *Decision Sciences*. 1997. Vol. 28, No.3. P. 655–688.
353. Stein W.E., Mizzi P.J. The harmonic consistency index for the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*. 2007. Vol.177, No.1. P.488–497.
354. Stoklasa, J., Jandov'a, V. and Talařsov'a, J. Weak consistency in Saaty's AHP - evaluating creative work outcomes of Czech Art Colleges. *Neural Network world*. 2013. Vol.23, No 1. P.61–77.
355. Sueyoshi T., Shang J., Chiang W.-C. A decision support framework for internal audit prioritization in a rental car company: A combined use between DEA and AHP. *European Journal of Operational Research*. 2009. Vol.199. P. 219–231.
356. Sugihara K., Ishii H., Tanaka H. Interval priorities in AHP by interval regression analysis. *European Journal of Operational Research*. 2004. Vol.158, No.3. P. 745–754. (LUAM)
357. Sun Y., He S., Leu J. Y. Syndicating Web Services: A QoS and user-driven approach. *Decision Support Systems*. 2007. Vol. 43. P. 243–255.
358. Tam M.C.Y., Tummala V.M. Rao. An application of the AHP in vendor selection of a telecommunications system. *Omega*. 2001. Vol. 29. P. 171–182.
359. Tanino T., Fuzzy preference orderings in group decision making. *Fuzzy Sets and Systems*. 1984. Vol.12, No 2. P. 117–131.
360. Tanino T., Fuzzy preference relations in group decision making, in: *Non-Conventional Preference Relations in Decision-Making*, Springer, Heidelberg, 1988, pp. 54–71.
361. Tavana M., Smither J.W., Anderson R.V. *D-side*: A facility and workforce planning group multi-criteria decision support system for Johnson Space Center. *Computers & Operations Research*. 2007. Vol.34. P.1646–1673.
362. Totsenko V.G. Spectral Method for Determination of Consistency of Expert Estimate Sets. *Engineering Simulation*. 2000. Vol.17. P. 715–727.
363. Tran L., Duckstein L. Comparison of fuzzy numbers using fuzzy distance measure. *Fuzzy sets and systems*. 2002. Vol.130, No.3. P.331–341.

364. Triantaphyllou E. Two New Cases of Rank Reversals when the AHP and Some of its Additive Variants are Used that do not Occur with the Multiplicative AHP. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*. 2001. Vol. 10, No.1. P.11–25.
365. Triantaphyllou E., Mann S.H. An Examination of the Effectiveness of Multi-Dimensional Decision-Making Methods: A Decision-Making Paradox. *International Journal of Decision Support Systems*. 1989. Vol.5, No.3. P.303–312.
366. Trivedi A., Singh A. A hybrid multi-objective decision model for emergency shelter location-relocation projects using fuzzy analytic hierarchy process and goal programming approach. *International Journal of Project Management*. 2017. Vol. 35, No 5. P. 827–840.
367. Tseng M.-L., Jui H. C., Lawrence W. L. Selection of optimal supplier in supply chain management strategy with analytic network process and choquet integral. *Computers & Industrial Engineering*. 2009. Vol. 57. P. 330–340.
368. Tsyganok V.V. Investigation of the aggregation effectiveness of expert estimates obtained by the pairwise comparison method. *Mathematical and Computer Modelling*. 2010. Vol.52, No 3. P.538–544.
369. Tsyganok V.V., Kadenko S.V. On sufficiency of the consistency level of group ordinal estimates. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2010. Vol. 42, No 8. P. 42 – 47.
370. Tsyganok V.V., Kadenko S.V., Andriichuk O.V. Significance of expert competence consideration in group decision making using AHP. *International Journal of Production Research*. 2012. Vol.50, No 17. P. 4785–4792.
371. Tsyganok V.V., Kadenko S.V., Andriichuk O.V. Using different pair-wise comparison scales for developing industrial strategies. *International Journal of Management and Decision Making*. 2015. Vol.14, No 3. P. 224–250.
372. Tummala V.M.R., Ling H. A note on the computation of the mean random inconsistency index of the analytic hierarchy process (AHP). *Theory and Decision*. 1998. Vol.44. P.221–230.

373. Tummala V.M.R., Wan Y.W. On the mean random inconsistency index of analytic hierarchy process (AHP). *Computers and Industrial Engineering*. 1994. Vol.27. P.401–404.
374. Udo G. G. Using analytic hierarchy process to analyze the information technology outsourcing decision. *Industrial Management & Data Systems*. 2000. Vol. 100, No.9. P. 421–429.
375. Utkin, L.V., Simanova, N.V.: Multi-criteria Decision Making by Incomplete Preferences. *Journal of Uncertain Systems* 2008. Vol.4. P. 255–266
376. Utkin, L.V., Simanova, N.V.: The DS/AHP Method under Partial Information about Criteria and Alternatives by Several levels of Criteria. *International Journal of Information Technology & Decision Making*. 2012. Vol.11, No. 2. P.307–326.
377. Van Den Honert R.C., Lootsma F.A. Group preference aggregation in the multiplicative AHP, the model of the group decision process and Pareto optimality. *European Journal of Operational Research*. 1996. Vol.96. P.363–370.
378. Van Laarhoven P.J.M., W. Pedrycz, A fuzzy extension of Saaty's priority theory. *Fuzzy Sets and Systems*. 1983. Vol. 11. P. 229–241.
379. Vargas L.G. The consistency index in reciprocal matrices: Comparison of deterministic and statistical approaches. *European Journal of Operational Research*. 2008. Vol.191, No. 2. P.454–463.
380. Vasto-Terrientes L.D., Valls A., Slowinski R., Zielniewicz P. ELECTRE-III-H: An outranking-based decision aiding method for hierarchically structured criteria. *Expert Systems with Applications*. 2015. Vol. 42, No. 11. P.4910–4926.
381. Veisia H., Liaghatia H., Alipour A. Developing an ethics-based approach to indicators of sustainable agriculture using analytic hierarchy process (AHP). *Ecological Indicators*. 2016. Vol. 60, P. 644–654.
382. Venkata Rao R.. Decision Making in the Manufacturing Environment. Using Graph Theory and Fuzzy Multiple Attribute Decision Making. Springer-Verlag. 2007. 391 p.

383. Vidal L.-A. et al. Applying AHP to select drugs to be produced by anticipation in a chemotherapy compounding unit. *Expert Systems with Applications*. 2010. Vol. 37. P. 1528–1534.
384. Vidal L.-A., Marle F., Bocquet J.-C. Using a Delphi process and the Analytic Hierarchy Process (AHP) to evaluate the complexity of projects. *Expert Systems with Applications*. 2011. Vol. 38. P. 5388–5405.
385. Wang C.-H., Lu I.-Y., Chen C.-B. Integrating hierarchical balanced scorecard with non-additive fuzzy integral for evaluating high technology firm performance. *Int. J. Production Economics*. 2010. Vol.128. P. 413–426.
386. Wang J., Lan J., Ren P., Luo Y. Some programming models to derive priority weights from additive interval fuzzy preference relation. *Knowledge-Based Systems*. 2012. Vol.27. P.69–77.
387. Wang J.-J., Yang D.-L. Using a hybrid multi-criteria decision aid method for information system outsourcing. *Computers & Operations Research*. 2007. Vol.34, No.12. P. 3691–3700.
388. Wang X., Kerre Etienne E. Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (I). *Fuzzy Sets and Systems*. 2001. Vol.118, No.3. P.375–385.
389. Wang X., Kerre Etienne E. Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (II) *Fuzzy Sets and Systems*. 2001. Vol.118, No.3. P.387–405.
390. Wang X., Triantaphyllou E. Ranking irregularities when evaluating alternatives by using some ELECTRE methods. *Omega*. 2008. Vol. 36, No. 1. P. 45–63.
391. Wang Y.-M., Chin K.S. A linear goal programming priority method for fuzzy analytic hierarchy process and its applications in new product screening. *International Journal of Approximate Reasoning*. 2008. Vol. 49. P. 451–465.
392. Wang Y.-M., Chin K.S., An eigenvector method for generating normalized interval and fuzzy weights. *Appl. Math. Comput.* 2006. Vol.181. P.1257–1275.
393. Wang Y.-M., Chin, K. S. Fuzzy analytic hierarchy process: A logarithmic fuzzy preference programming methodology. *International Journal of Approximate Reasoning*. 2011. Vol.52, No 4. P. 541–553.

394. Wang Y.-M., Elhag T.M.S. On the normalization of interval and fuzzy weights. *Fuzzy Sets and Systems*. 2006. Vol. 157. P. 2456–2471.
395. Wang Y.-M., Elhag T.M.S., A goal programming method for obtaining interval weights from an interval comparison matrix. *European Journal of Operational Research*. 2007. Vol. 177. P. 458–471. (GPM)
396. Wang Y.-M., Elhag T.M.S., Hua Z., A modified fuzzy logarithmic least squares method for fuzzy analytic hierarchy process. *Fuzzy Sets and Systems*. 2006. Vol.157. P. 3055–3071.
397. Wang Y.-M., Luo Y. On rank reversal in decision analysis. *Mathematical and Computer Modelling*. 2009. Vol. 49. P.1221–1229.
398. Wang Y.-M., Luo Y., Hua Z. On the extent analysis method for fuzzy AHP and its applications. *European Journal of Operational Research*. 2008. Vol.186. P. 735–747.
399. Wang Y.-M., Parkan C., Luo Y. A linear programming method for generating the most favorable weights from a pairwise comparison matrix. *Computers & Operations Research*. 2008. Vol. 35, No. 12. P. 3918–3930.
400. Wang Y.-M., Yang J.B., Xu D.L. A two-stage logarithmic goal programming method for generating weights from interval comparison matrices. *Fuzzy sets and systems*. 2005. Vol.152. P. 475–498. (TLGP)
401. Wang Z.-J., Li K.W. Goal programming approaches to deriving interval weights based on interval fuzzy preference relations. *Information Sciences*. 2012. Vol.193. P. 180–198.
402. Wang Z.-J., Li K.W., A multi-step goal programming approach for group decision making with incomplete interval additive reciprocal comparison matrices. *Eur. J. Operat. Res*. 2015. Vol. 242. P. 890–900. Найти за 2012
403. Winebrake J. J., Creswick B. P. The future of hydrogen fueling systems for transportation: An application of perspective-based scenario analysis using the analytic hierarchy process. *Technological Forecasting & Social Change*. 2003. Vol. 70. P. 359–384.

404. Winkler J., Moser R. Biases in future-oriented Delphi studies: A cognitive perspective. *Technological Forecasting and Social Change*. 2016. Vol.105. P.63–76.
405. Xia W., Wu Z. Supplier selection with multiple criteria in volume discount environments. *Omega*. 2007. Vol. 35. P. 494–504.
406. Xu Z. A direct approach to group decision making with uncertain additive linguistic preference relations. *Fuzzy optimization and decision making*. 2006. Vol.5, No.1. P.21–32.
407. Xu Z. On consistency of the weighted geometric mean complex judgement matrix in AHP. *EJOR*. 2000. Vol.126. P.683–687.
408. Xu Z. On method for uncertain multiple attribute decision making problems with uncertain multiplicative preference information on alternatives. *Fuzzy optimization and decision making*. 2005. Vol.4, No.2. P.131–139.
409. Xu Z., Da Q. An approach to Improving Consistency of Fuzzy Preference Matrix. *Fuzzy Optimization and Decision Making*. 2003. Vol. 2, No.1. P. 3–12.
410. Xu Z., Xia M. Iterative algorithms for improving consistency of intuitionistic preference relations. *Journal of the Operational Research Society*. 2013. Vol.65. P. 708–722.
411. Xu Z.S. A survey of preference relations. *International Journal of General Systems*. 2007. Vol. 36. P.179–203.
412. Xu Z.S. Deviation measures of linguistic preference relations in group decision making. *Omega*. 2005. Vol. 33. P. 249–254.
413. Xu Z.S., Chen J. Some models for deriving the priority weights from interval fuzzy preference relations. *European Journal of Operational Research*. 2008. Vol. 184. P. 266–280.
414. Xu, Z.S., Da, Q.L., The uncertain OWA operator. *International Journal of Intelligent Systems*. 2002. Vol.17, P.569–575.
415. Yager R.R. Generalized OWA aggregation operators. *Fuzzy Optimization and Decision Making*. 2004. Vol.3. P.93–107.

416. Yager R. On the Dempster-Shafer Framework and New Combination Rules. *Information Sciences*. 1987. Vol. 41, No.2. P.93-137.
417. Yang D.-H., Kim S., Nam C., Min J.-W. Developing a decision model for business process outsourcing. *Computers & Operations Research*. 2007. Vol. 34. P.3769–3778.
418. Yu C.S. A GP-AHP method for solving group decision-making fuzzy AHP problems. *Computers & Operations Research*. 2002. Vol. 29. P. 1969–2001.
419. Zgurovsky M.Z., Pankratova N.D. System analysis: Theory and Applications. Springer. 2007. 475 p.
420. Zhang F., Ignatius J., Lim C. P., Zhao Y. A new method for deriving priority weights by extracting consistent numerical-valued matrices from interval-valued fuzzy judgement matrix. *Information Sciences*. 2014. Vol. 279. P. 280–300.
421. Zhang L. Representation, independence, and combination of evidence in the Dempster-Shafer theory. In: R.R. Yager, J. Kacprzyk and M. Fedrizzi, *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994, P.51-69.
422. Zhu B., Xu Z. A fuzzy linear programming method for group decision making with additive reciprocal fuzzy preference relations. *Fuzzy Sets and Systems*. 2014. Vol.246. P. 19–33.
423. Zhü,K. Fuzzy Analytic Hierarchy Process: Fallacy of the Popular Methods. *Eur. J. Oper. Res*. 2014. Vol. 236. P. 209–217.

Додаток А. Ілюстрація результатів аналізу моделей обчислення інтервальних ваг на прикладах ІМПП різного рівня узгодженості

Таблиця А.1. Ваги на основі повністю узгодженої МПП А₁

Ваги	Модель	GPM [3, 4]	LUAM [5]	EM
w_1		0.3478	0.3478	0.3478
w_2		0.3478	0.3478	0.3478
w_3		0.1739	0.1739	0.1739
w_4		0.0870	0.0870	0.0870
w_5		0.0435	0.0435	0.0435
Показник неузгодженості		$J^* = 0$	$J^* = 0$	CR = 0
Ранжування альтернатив		1=2>3>4>5	1=2>3>4>5	1=2>3>4>5
Слабке збереження порядку		+	+	+
Сильне збереження порядку		+	+	+

Таблиця А.2. Ваги на основі слабо узгодженої МПП А₂

Ваги	Модель	GPM [3, 4]	LUAM [5]	EM
w_1		0.4592	0.4737	0.4468
w_2		0.2295	0.2368	0.2231
w_3		0.1224	[0.1184, 0.1579]	0.1185
w_4		0.1561	[0.0947, 0.1184]	0.1664
w_5		0.0328	[0.0132, 0.0677]	0.0452
Показник неузгодженості		$J^* = 0.1403$	$J^* = 0.1177$	CR = 0.0822
Ранжування альтернатив		1>2>4>3>5	1>2>3>4>5	1>2>4>3>5
Слабке збереження порядку		+	+	+
Сильне збереження порядку		+	+	+

Таблиця А.3. Ваги на основі слабо неузгодженої МПП А₃

Ваги	Модель	GPM [3, 4]	LUAM [5]	ЕМ
w_1		0.2878	[0.1304, 0.3478]	0.2299
w_2		0.3741	0.3478	0.3732
w_3		0.1871	0.1739	0.1866
w_4		0.0935	0.0870	0.0933
w_5		0.0576	[0.0435, 0.2609]	0.1170
Показник неузгодженості		$J^* = 0.9712$	$J^* = 0.4348$	$CR = 0.2533$
Ранжування альтернатив		$2 > 1 > 3 > 4 > 5$	$2 > 1 > 3 > 5 > 4$	$2 > 1 > 3 > 5 > 4$
Слабке збереження порядку		-	-	-
Сильне збереження порядку		+	+	+

Таблиця А.4. Ваги на основі слабо узгодженої ІМПП А₄

Ваги	Модель	GPM [3, 4]	LUAM нижня модель [5]	LUAM верхня модель [5]	ЕМ
w_1		0.4527	[0.4225, 0.5343]	[0.2909, 0.4091]	0.4771
w_2		[0.1397, 0.3321]	[0.1781, 0.2817]	[0.1364, 0.2909]	0.2199
w_3		[0.0818, 0.2097]	0.1409	[0.0273, 0.1818]	0.1306
w_4		[0.0591, 0.1347]	[0.0763, 0.0845]	[0.0364, 0.1364]	0.1001
w_5		0.0633	0.0704	[0.0455, 0.1364]	0.0724

Таблиця А.4. Ваги на основі слабко узгодженої ІМПП А₄ (продовж.)

Показник неузгодженості	$J^* = 0.4442$	$J^* = 0.2235$	$J^* = 0.6182$	$CR = 0.0264$
Ранжування альтернатив	1>2>3>4>5	1>2>3>4>5	1>2>3>5>=4	1>2>3>4>5
Слабке збереження порядку	+	+	-	+
Сильне збереження порядку	+	+		+

Таблиця А.5. Ваги на основі слабко узгодженої ІМПП А₅

Ваги	Модель GPM	LUAM нижня модель	LUAM верхня модель	ЕМ
w_1	0.0414	-	[0.0388, 0.0700]	0.0447
w_2	[0.0759, 0.1275]	-	[0.0700, 0.1163]	0.0972
w_3	[0.1757, 0.3499]	-	[0.1163, 0.3488]	0.2500
w_4	[0.1954, 0.2869]	-	[0.1163, 0.3488]	0.2595
w_5	[0.3376, 0.3685]	-	0.3488	0.3487
Показник неузгодженості	$J^* = 0.2482$	-	$J^* = 0.5426$	$CR = 0.0344$

Таблиця А.5 (продовження)

Ранжування альтернатив	$5>3>= 4>2>1$	-	$5>3=4>2>1$	$5>4>3>2>1$
Слабке збереження порядку	+	-	+	-
Сильне збереження порядку	+	+	+	+

Таблиця А.6. Ваги на основі скоригованої слабо узгодженої ІМПП А₅(змінено елемент $a_{3,4} := [1/3, 1]$)

Ваги	Модель GPM	LUAM нижня модель	LUAM верхня модель	ЕМ
w_1	[0.0424, 0.0428]	0.0423	[0.0373, 0.0672]	0.0452
w_2	[0.0721, 0.1284]	[0.0845, 0.1127]	[0.0672, 0.1493]	0.0972
w_3	[0.1329, 0.2676]	[0.1690, 0.1972]	[0.1119, 0.2985]	0.1922
w_4	[0.2843, 0.3399]	0.3380	[0.2985, 0.3358]	0.3156
w_5	[0.3337, 0.3561]	0.3380	[0.2985, 0.3358]	0.3498
Показник неузгодженості	$J^* = 0.0412$	$J^* = 0.0563$	$J^* = 0.3731$	CR = 0.0060
Ранжування альтернатив	$5>4 >3>2>1$	$4=5>3>2>1$	$4=5>3>2>1$	$5>4>3>2>1$

Таблиця А.6 (продовження)

Слабке збереження порядку	+	+	+	+
Сильне збереження порядку	+	+	+	+

Таблиця А.7. Ваги на основі слабо неузгодженої ІМПП А₆

Ваги	Модель	GPM	LUAM нижня модель	LUAM верхня модель	ЕМ
w_1		0.0282	-	0.0426	0.0457
w_2		[0.1892, 0.3310]	-	[0.1277, 0.3830]	0.2661
w_3		0.0566	-	[0.0426, 0.0638]	0.0593
w_4		[0.2628, 0.3718]	-	[0.1277, 0.3830]	0.3259
w_5		[0.2124, 0.3787]	-	[0.1277, 0.3830]	0.3030
Показник неузгодженості		$J^* = 0.1523$	-	$J^* = 0.7872$	$CR = 0.0731$
Ранжування альтернатив		$4 > 5 > 2 > 3 > 1$	-	$4 = 5 = 2 > 3 > 1$	$4 > 5 > 2 > 3 > 1$
Слабке збереження порядку		-	-	+	-
Сильне збереження порядку		+	-	+	+

Таблиця А.8. Ваги на основі скоригованої слабко узгодженої ІМПП А₆ $(a_{2,5} := [1/3, 1])$

Ваги	Модель GPM	LUAM нижня модель	LUAM верхня модель	ЕМ
w_1	0.0378	-	0.0448	0.0469
w_2	[0.1471, 0.2591]	-	[0.1119, 0.3134]	0.2032
w_3	0.0586	-	[0.0373, 0.1045]	0.0603
w_4	[0.2685, 0.3756]	-	[0.1343, 0.3358]	0.3246
w_5	[0.2688, 0.4700]	-	[0.3134, 0.4030]	0.3650
Показник неузгодженості	$J^* = 0.0830$	-	$J^* = 0.5597$	$CR = 0.0373$
Ранжування альтернатив	$5 > 4 > 2 > 3 > 1$	-	$5 > 4 > 2 > 3 > 1$	$5 > 4 > 2 > 3 > 1$
Слабке збереження порядку	+	-	+	+
Сильне збереження порядку	+	-		+

Таблиця А.9. Ваги на основі слабо неузгодженої ІМПП А₇

Модел Ваги	GPM	LUAM нижня модель	LUAM верхня модель	ЕМ
w_1	[0.3882, 0.4548]	-	0.3429	0.4361
w_2	[0.1262, 0.2308]	-	[0.1000, 0.3429]	0.1746
w_3	[0.1010, 0.2056]	-	[0.0857, 0.1714]	0.1471
w_4	[0.1512, 0.1846]	-	[0.0571, 0.3000]	0.1953
w_5	[0.0162, 0.0287]	-	[0.0300, 0.0857]	0.0468
Показник неузгодженості	$J^* = 0.2371$	-	$J^* = 0.6271$	$CR = 0.1318$
Ранжування альтернатив	$1 > 2 >= 4 >= 3 > 5$	-	$1 > 2 > 4 > 3 > 5$	$1 > 4 > 2 > 3 > 5$
Слабке збереження порядку	- (елементи $a_{3,4}, a_{4,2}$)	-	- (елементи $a_{4,2}$ и $a_{3,4}$)	- (елемент $a_{3,4}$)
Сильне збереження порядку	+	-		+

Таблиця А.10. Ваги на основі скоригованої слабко узгодженої ІМПП А₇ $(a_{2,4} := [1,3])$

Модель Ваги	GPM	LUAM нижня модель	LUAM верхня модель	ЕМ
w_1	[0.3825, 0.4572]	-	[0.3273, 0.4364]	0.4282
w_2	[0.1511, 0.3005]	-	[0.1455, 0.3273]	0.2160
w_3	[0.1018, 0.1990]	-	[0.1091, 0.1636]	0.1436
w_4	[0.1210, 0.1626]	-	[0.0546, 0.1455]	0.1633
w_5	0.0302	-	[0.0146, 0.1091]	0.0488
Показник неузгодженості	$J^* = 0.1894$	-	$J^* = 0.5309$	$CR = 0.1083$
Ранжування альтернатив	$1 > 2 > 3 > 4 > 5$	-	$1 > 2 > 3 > 4 > 5$	$1 > 2 > 4 > 3 > 5$
Слабке збереження порядку	+	-	+	-
Сильне збереження порядку	+	-		+

Додаток Б. Початкові дані для задачі оцінювання критичних технологій в енергетиці України

Опис і паспорти критичних технологій

1. Когенераційні технології

Технологія створення енергогенеруючих потужностей на основі комбінованих когенераційних і теплонасосних установок

Організація-розробник технології – Інститут технічної теплофізики НАН України

Короткий опис. Технологія передбачає застосування комбінованих когенераційно-теплонасосних установок, що дозволить знизити витрати природного або альтернативного газу на 30-45 % у порівнянні з котельними установками еквівалентної потужності; а також одержати більш дешеву по собівартості електроенергію у порівнянні з мережевою (на 30-40 %).

Наукова новизна технології полягає у поєднанні двох сучасних енергетичних технологій, розробці методик розрахунків та оптимізації теплових схем їх, техніко-економічному обґрунтуванні комбінованих та когенераційних установок.

Річний економічний ефект комбінованої КГ-ТНУ потужністю 40 МВт досягає 75-100 млн.грн. в залежності від вартісного сценарію на газ, теплоту, електроенергію та виду потужності обладнання, що використовується.

Зниження витрати палива на вироблення теплової та електричної енергії у порівнянні з роздільною виробкою її на 20-30 %.

2. Енергозабезпечення будівель і споруд

Технологія опалення та гарячого водопостачання житлових та комунально-побутових приміщень на основі використання сонячної енергії

Організація-розробник технології – Харківська Національна академія міського господарства

Опис технології. Пропонована технологія опалення й гарячого водопостачання заснована на основі застосування геліоколектора, що працює в замкнутій двоконтурній схемі в сполученні із застосуванням акумулятора, резервного джерела й теплообмінника. При цьому, контури опалення й гарячого водопостачання працюють пов'язано в роздільному режимі.

Конкурентні переваги: - автономність системи; - відсутність потреби в традиційних енергоносіях (газ, вугілля, мазут і т.д.); - можливість використання існуючих систем опалення й

гарячого водопостачання; - можливість зручного й простого регулювання температури теплоносія в широких межах.

Наукова значимість складається у виявленні умов комплексної оптимізації режимів системи опалення й гарячого водопостачання.

Приклади практичного застосування:

- опалення й гаряче водопостачання корпусів навчальних закладів;
- опалення й гаряче водопостачання окремих житлових будинків;
- опалення й гаряче водопостачання офісних приміщень;
- опалення й гаряче водопостачання окремих підприємств.

Економічна ефективність: до 5 грн на 1 грн капітальних вкладень.

Стадії розробки:

- 1) Моделювання процесів і дослідження оптимальних властивостей системи опалення й гарячого водопостачання.
- 2) Розробка технічного завдання на розробку системи опалення й гарячого водопостачання.
- 3) Розробка технічної й робочої документації на систему опалення й гарячого водопостачання.
- 4) Виготовлення й випробування макетного зразка системи.
- 5) Виготовлення й випробування дослідного зразка системи.
- 6) Організація серійного виробництва й здійснення авторського нагляду.

Технологія енергоефективного екобудинку з використанням відновлюваних джерел енергії

Організації-розробники технологій: Національний технічний університет «Київська політехніка»

Короткий опис та основні технічні характеристики. Сучасний будинок котеджного типу – це складна технічна автономна система. Вона поєднує систему забезпечення мікроклімату, водозабезпечення, енерговикористання, енергозабезпечення та інтелектуальну систему контролю та управління, які між собою взаємодіють.

Для збільшення комфорту таких будинків висуваються нові вимоги до архітектури та будівництва. Йдеться про врахування зовнішніх кліматичних факторів, тобто середньорічних параметрів температури та вологості повітряних мас, кількості сонячних годин. Таким чином можна сформулювати вимоги до стін, перекриттів підвалу та верхніх поверхів, вікон і т.ін. та теплоенергетичного балансу приміщень будівлі, зовнішніх огорожувальних конструкцій.

Система водозабезпечення постачає до будинку якісну питну воду. Це можливо завдяки багаторазовій та обіговій системі очистки води та обеззаражування стічних вод, адже саме вони містять велику кількість органічних домішок антропогенного та природного походження. Побутову техніку підбирають так, щоб рівень споживання електроенергії знизився. Це стане можливим завдяки різноманітності економ-режимів. При цьому потужність пристрою може залишатися досить великою за рахунок функціонального оснащення. Система енергозабезпечення працюватиме з використанням відновлюваних джерел енергії.

Усі функціональні системи орієнтовано винятково на виконання поставлених цілей. Найважливіша їхня властивість полягає в тому, що вони здатні динамічно змінювати цілі та способи їхнього досягнення у разі зміни ситуації. За забезпечення високого рівня гнучкості, динамічності та адаптації такої системи відповідає інтелект – природний, штучний чи комбінований

Ключові конкурентні переваги. За кордоном певний досвід у таких розробках уже накопичено, але єдиної комплексної моделі прийняття рішень на сьогодні немає. Відсутня цілісна концепція побудови енергоефективного екожитла. Також проблематичною є нестача наукових методів та підходів при його проектуванні.

Наукова новизна. Інтелектуальна система контролю та управління екобудинком полягає у створенні єдиної інформаційної шини, що має можливість управління та контролю з будь-якої точки без обмежень для потреб управління інтелектуальним будинком та зв'язку із зовнішнім світом.

Економічний ефект від застосування технології. Технології енергоефективного будівництва дозволяють зекономити до 90% енергії, що витрачається на опалення. З врахуванням того, що новий будинок може простояти 100 років і більше, а існуючі будинки модернізуються тільки раз на 30 років, тобто всього 3-4 рази за період свого існування, витікає доцільність рішення про енергоефективне будівництво та термомодернізацію, що буде мати довгострокові економічний та екологічний ефекти в майбутньому.

3. Електроенергетика

Технологія удосконалення та структурної оптимізації енергетичних мереж згідно намірів гармонізації з енергетичною системою країн ЄС

Організація-розробник - Кафедра електропостачання ІЕЕ НУТУ КПІ

Короткий опис. Технологія дасть можливість не тільки підвищити загальну ефективність функціонування вже діючих електричних мереж, але, насамперед, дозволить створити необхідні умови для інтегрування в існуючі мережі нових енергетичних джерел,

забезпечити інтелектуалізовану форму управління створеними інтегрованими системами енергозабезпечення, що відповідає загальносвітовим тенденціям розвитку енергетичної галузі (Smart Grid), як основи сталого розвитку суспільства.

Ключові конкурентні переваги. Рішення, які пропонуються у проекті враховують реальний існуючий стан енергетики України, фінансові можливості країни, максимально орієнтовані на використання найкращих вітчизняних розробок у сфері енергетичного обладнання та інформаційних технологій, потребують менших витрат для своєї реалізації у порівнянні з іншими аналогами.

Наукова новизна. У проекті пропонується принципово новий підхід до побудови та управління функціонуванням систем енергозабезпечення. Базові рішення ґрунтуються на модернізації існуючого, та впровадженні нового енергозберігаючого обладнання, а також так званих, Smart Grid технологій.

Приклади практичного застосування(при наявності)

Нові технології, що пропонуються у проекті, частково реалізовані кафедрою електропостачання ІЕЕ НТУУ КПІ при розробці інформаційно-розрахункового комплексу (ІВК-СЕР) та систем АСКОВЕ, які впроваджені у ряді енергетичних компаній та на промислових підприємствах України та інших країн.

Стадія розробки технології. Проект носить комплексний характер. Тому окремі розділи проекту знаходяться як на стадії розробки або експериментального тестування, так і мають часткове промислове впровадження.

Економічний ефект від застосування технології: 1,29 млн. грн. на рік

Технологія зменшення втрат в елементах транзитних електричних мереж.

Технологія реалізується за допомогою автономних вітро-сонячних енергетичних систем малого і мегаватного класів з акумуляторами-енергонакопичувачами.

Організація - розробник технології - Інститут транспортних систем і технологій НАН України, Міжнародна науково-промислова корпорація "ВЕСТА"

Короткий опис. Потенціал сонячної енергії в Україні є достатньо високим для широкого впровадження як теплоенергетичного, так і фотоенергетичного обладнання практично в усіх регіонах України. Середньорічна кількість сонячного випромінювання, що потрапляє на 1м² поверхні, на території України коливається від 1070кВт*год./м² в північній частині України до 1400кВт*год./м² і вище – в АР Крим.

Паспорти критичних технологій

1. Паспорт новітньої технології

Технології створення енергогенеруючих потужностей на основі комбінованих когенераційних і теплонасосних установок

Пріоритетний напрям	Енергетика та енергоефективність
Сфера діяльності	Теплоенергетика, енергомашинобудування
1. Основне призначення технології	Високоєфективне комбіноване забезпечення промислових та комунально-побутових споживачів електроенергією та теплом.
2. Наукові дослідження, спрямовані на розроблення технології та організації-розробники	Розробка когенераційних технологій, які дозволять одночасно виробляти тепло і електричну енергію. Інститут технічної теплофізики НАН України Київ Науковий парк «Київська політехніка»
3. Світові організації (країни) лідери в проведенні відповідних наукових досліджень	США, Китай, Великобританія, Японія, Данія Голландія, Фінляндія, Австрія, Фінляндія
4. Термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки)	2
5. Запланований рік створення технології	2010
6. Загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис. грн.)	150+150
7. Мінімальний, середній, максимальний терміни впровадження технології (роки)	2, 3
8. Мінімальний, середній, максимальний обсяги витрат на впровадження технології (тис.грн.)	250+200
9. Підприємства/галузі впровадження технології	«Зоря машпроект» м. Миколаїв. Ін-т технічної теплофізики Ін-т прикладних досліджень в енергетиці

10. Початок виробництва нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Початок виробництва				
		протягом року	через 1 – 2 роки	через 3 – 5 років	через 6 – 10 років	більше 10 років
1	Когенераційні технології, які дозволять одночасно виробляти тепло і електричну енергію	6 тис. МВТе	8 тис. МВТе	10 тис. МВТе	16 тис. МВТе	

11. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у вартісних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Щорічний обсяг продажу				
		до 1 млн. дол.	1-10 млн. дол.	11-50 млн. дол.	51-100 млн. дол.	більше 100 млн. дол.
1	Когенераційні технології, які дозволяють одночасно виробляти тепло і електричну енергію.	X				

12. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у натуральних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Споживачі	Річні обсяги продажу (натуральні показники)	
			національний ринок	світовий ринок
1	Когенераційні технології, які дозволяють одночасно виробляти тепло і електричну енергію.	Промисловість, промислова теплоенергетика, газотранспортна система комунально-побутовий сектор.	20-50 установок	10-20 установок

13. Оцінка конкурентоспроможності нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Порівняно з іноземними аналогами		Порівняно з вітчизняними аналогами	
		Функціональна	Цінова	Функціональна	Цінова
1	Когенераційні технології, які дозволяють одночасно виробляти тепло і електричну енергію.	3	3	3	3

2. Паспорт новітньої технології

Технології ефективного використання теплоти ґрунту і ґрунтових вод в комбінованих теплонасосних системах

Пріоритетний напрям	Енергетика та енергоефективність
Сфера діяльності	теплоенергетика, відновлювальні джерела енергії
1. Основне призначення технології	Для зменшення частки органічного палива, постачання питною водою, захисту довкілля та боротьби з паводками
2. Наукові дослідження, спрямовані на розроблення технології та організації-розробники	Дослідження закономірностей технологічних процесів в комбінованих теплонасосних системах з використанням теплоти ґрунтових вод для цілей теплопостачання, забезпечення споживачів чистою питною водою та одночасного вирішення проблеми підтоплення будинків. Аналіз і оптимізація режимів роботи. Одеський національний політехнічний університет
3. Світові організації (країни) лідери в проведенні відповідних наукових досліджень	«ENERGY GLOB» Австрія Німеччина
4. Термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки)	1
5. Запланований рік створення технології	2009
6. Загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис.грн.)	300
7. Мінімальний, середній, максимальний терміни впровадження технології (роки)	1
8. Мінімальний, середній, максимальний обсяги витрат на впровадження технології (тис.грн.)	250
9. Підприємства/галузі впровадження технології	«Будіндустрія», м. Одеса

10. Початок виробництва нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Початок виробництва				
		протягом року	через 1 – 2 роки	через 3 – 5 років	через 6 – 10 років	більше 10 років
1	Комбінована теплонасосна система теплопостачання та забезпечення питною водою	x				

11. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у вартісних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Щорічний обсяг продажу				
		до 1 млн. дол.	1-10 млн. дол.	11-50 млн. дол.	51-100 млн. дол.	більше 100 млн. дол.
1	Комбінована теплонасосна система теплопостачання та забезпечення питною водою		x			

12. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у натуральних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Споживачі	Річні обсяги продажу (натуральні показники)	
			національний ринок	світовий ринок
1	Комбінована теплонасосна система теплопостачання та забезпечення питною водою	Житлово-комунальне господарство	150	100

13. Оцінка конкурентоспроможності нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Порівняно з іноземними аналогами		Порівняно з вітчизняними аналогами	
		Функціональна	Цінова	Функціональна	Цінова
1	Комбінована теплонасосна система теплопостачання та забезпечення питною водою	3	3	3	3

3. Паспорт новітньої технології

Технології удосконалення та структурної оптимізації енергетичних мереж згідно намірів гармонізації з енергетичною системою країн ЄС

Пріоритетний напрям	енергетика, енергозбереження
Сфера діяльності	Енергетика ЖКГ
1. Основне призначення технології	Електро-теплозабезпечення регіонів України
2. Наукові дослідження, спрямовані на розроблення технології та організації-розробники	Розроблення методології удосконалення, створення програмного забезпечення та структурної оптимізації енергетичних мереж відповідно до стратегії розвитку енергетики країн ЄС Науковий парк «Київська політехніка»
3. Світові організації (країни) лідери в проведенні відповідних наукових досліджень	Країни ЄС, США.
4. Термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки)	2,5
5. Запланований рік створення технології	2011
6. Загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис.грн.)	380
7. Мінімальний, середній, максимальний терміни впровадження технології (роки)	1
8. Мінімальний, середній, максимальний обсяги витрат на впровадження технології (тис.грн.)	200, 350, 500
9. Підприємства/галузі впровадження технології	Регіони України

10. Початок виробництва нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Початок виробництва				
		протягом року	через 1 – 2 роки	через 3 – 5 років	через 6 – 10 років	більше 10 років
1	Електро-теплозабезпечення міст на основі поєднання когенераційної технології, теплоакumuлюючого обладнання, теплових насосів, та відновлюваних джерел енергії		2			

11. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у вартісних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Щорічний обсяг продажу				
		до 1 млн. дол.	1-10 млн. дол.	11-50 млн. дол.	51-100 млн. дол.	більше 100 млн. дол.
1	Електро-теплозабезпечення міст на основі поєднання когенераційної технології, теплоакумуючого обладнання, теплових насосів, та відновлюваних джерел енергії					X

12. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у натуральних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Споживачі	Річні обсяги продажу (натуральні показники)	
			національний ринок	світовий ринок
1	Електро-теплозабезпечення міст на основі поєднання когенераційної технології, теплоакумуючого обладнання, теплових насосів, та відновлюваних джерел енергії	Регіони України	1000млн грн	

13. Оцінка конкурентоспроможності нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Порівняно з іноземними аналогами		Порівняно з вітчизняними аналогами	
		Функціональна	Цінова	Функціональна	Цінова
1	Електро-теплозабезпечення міст на основі поєднання когенераційної технології, теплоакумуючого обладнання, теплових насосів, та відновлюваних джерел енергії	3	3	4	4

5. Паспорт новітньої технології

Технологія отримання моторних палив чи метанолу на базі українських родовищ бурого вугілля, торфу, сланців, пісного кам'яного вугілля та іншої вуглецевмісної сировини

Пріоритетний напрям	Енергетика та енергоефективність
Сфера діяльності	Енергозбереження, енергоефективність альтернативні джерела енергії
1. Основне призначення технології	Технологія виробництва моторного палива шляхом парокислородної конверсії подрібненого бурого вугілля та отримання моторного палива
2. Наукові дослідження, спрямовані на розроблення технології та організації-розробники	Виробництво моторного, водородного палива або метанолу з бурого вугілля українських покладів УкрГНТЦ "Енергосталь" Дніпродзержинський центр хімтехнологій академії інженерних наук України УкрНІПроект (м.Київ) СКБ Сухіна м.Київ НПІ Хімтехнологія (м.Сєверодонецьк)
3.Світові організації (країни) лідери в проведенні відповідних наукових досліджень	Shell (США)
4. Термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки)	2
5. Запланований рік створення технології	2009-2010
6. Загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис.грн.)	250
7. Мінімальний, середній, максимальний терміни впровадження технології (роки)	3
8. Мінімальний, середній, максимальний обсяги витрат на впровадження технології (тис.грн.)	300000-600000
9.Підприємства/галузі впровадження технології	УкрГНТЦ "Енергосталь" ТОВ «Екологічні Енергетичні системи», СКБ Сухіна м.Київ

10. Початок виробництва нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Початок виробництва				
		протягом року	через 1 – 2 роки	через 3 – 5 років	через 6 – 10 років	більше 10 років
1	Моторне паливо – дизпаливо, бензин А-80, А- 92, А-95 за європейськими стандартам	X				

11. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у вартісних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Щорічний обсяг продажу				
		до 1 млн. дол.	1-10 млн. дол.	11-50 млн. дол.	51-100 млн. дол.	більше 100 млн. дол.
1	Моторне паливо – дизпаливо, бензин А-80, А- 92, А-95 за європейськими стандартам		X			

12. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у натуральних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Споживачі	Річні обсяги продажу (натуральні показники)	
			національний ринок	світовий ринок
1	Моторне паливо – дизпаливо, бензин А-80, А-92, А-95 за європейськими стандартам	Транспортні підприємства	10 млн л	40 млн л

13. Оцінка конкурентоспроможності нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Порівняно з іноземними аналогами		Порівняно з вітчизняними аналогами	
		Функціональна	Цінова	Функціональна	Цінова
1	Моторне паливо – дизпаливо, бензин А-80, А-92, А-95 за європейськими стандартам	3	3	3	3

6. Паспорт новітньої технології

Технології парокомпресійних теплових насосів

Пріоритетний напрям	Енергетика та енергоефективність
Сфера діяльності	Теплоенергетика.
1. Основне призначення технології	Системи централізованого та індивідуального тепlopостачання, системи централізованого та індивідуального гарячого водопостачання, енергозбереження в народному господарстві, утилізація низькопотенційного скидного тепла
2. Наукові дослідження, спрямовані на розроблення технології та організації-розробники	Комп'ютерна програма для підбору теплових насосів для різного географічного розміщення та конструкції будівель (ІГМ НАНУ, Національний технічний університет України "КПІ")
3. Світові організації (країни) лідери в проведенні відповідних наукових досліджень	Королівський технологічний інститут (Стокгольм) Швеція, США, Японія, Німеччина та ін.
4. Термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки)	2 роки
5. Запланований рік створення технології	2009 рік
6. Загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис.грн.)	Теплові насоси великої потужності на одну станцію-600 тис.грн. Теплові насоси малої потужності на одну одиницю-4,5 тис.грн.
7. Мінімальний, середній, максимальний терміни впровадження технології (роки)	Теплові насоси великої потужності на одну станцію мінімальний термін впровадження складає 1 рік, а максимальний 2 роки. Теплові насоси малої потужності на одну одиницю мінімальний термін впровадження складає 2 місяці, а максимальний 5 місяців.
8. Мінімальний, середній, максимальний обсяги витрат на впровадження технології (тис.грн.)	Мінімальні витрати на теплові насоси великої потужності на одну станцію складають 500 тис. грн., а максимальні витрати залежать від об'єкту. Мінімальні витрати на теплові насоси малої потужності на одну одиницю складають 30 тис. грн., а максимальні витрати залежать від об'єкту.
9. Підприємства/галузі впровадження технології	Виробник - Корпорація УКРІНТЕРМ. Застосування - станції аерації стічних вод, індивідуальне та централізоване тепlopостачання та гаряче водопостачання, енергетичні об'єкти (АЕС, ТЕС, ТЕЦ), промислові об'єкти, житлово-комунальне господарство та ін.

10. Початок виробництва нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Початок виробництва				
		протягом року	через 1 – 2 роки	через 3 – 5 років	через 6 – 10 років	більше 10 років
1	Парокомпресійні теплові насоси великої потужності (більше 100 кВт)		через 1-2 роки			
2	Парокомпресійні теплові насоси малої потужності	протягом року				

11. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у вартісних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Щорічний обсяг продажу				
		до 1 млн. дол.	1-10 млн. дол.	11-50 млн. дол.	51-100 млн. дол.	більше 100 млн. дол.
1	Парокомпресійні теплові насоси великої потужності (більше 100 кВт)			11-50 млн. дол.		
2	Парокомпресійні теплові насоси малої потужності		1-10 млн. дол.			

12. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у натуральних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Споживачі	Річні обсяги продажу (натуральні показники)	
			національний ринок	світовий ринок
1	Парокомпресійні теплові насоси великої потужності (більше 100 кВт)	Енергетичні об'єкти, промислові об'єкти, житлово-комунальне господарство, станції аерації стічних вод	20 МВт	Даний показник важко оцінити, адже лише в Швеції щорічно близько 200 МВт потужностей теплонасосних станцій великої потужності вводиться
2	Парокомпресійні теплові насоси малої потужності	Житлово-комунальне господарство, бюджетні установи, населення	4 МВт	Даний показник важко оцінити, адже лише в Швеції щорічна сумарна потужність введених теплонасос-них установок малої потужності складає близько 1000 МВт

13. Оцінка конкурентоспроможності нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Порівняно з іноземними аналогами		Порівняно з вітчизняними аналогами	
		Функціональна	Цінова	Функціональна	Цінова
1	Парокомпресійні теплові насоси великої потужності	Розробляється разом з закордонними партнерами	15-30 %	Аналогів не має	Аналогів не має
	Парокомпресійні теплові насоси малої потужності	Розробляється разом з закордонними партнерами	15-30 %	Аналогів не має	Аналогів не має

8. Паспорт новітньої технології

Технології виготовлення термо- та корозійностійких, теплоізолюючих матеріалів для теплових мереж

Пріоритетний напрям	енергетика, енергозбереження
Сфера діяльності	енергозбереження, енергоефективність
1. Основне призначення технології	Дешеві, високотемпературні (до 1400 ⁰ C), корозійностійкі теплоізолюючі матеріали, для високотемпературних ділянок тепломереж теплових та атомних електростанцій. Простота формування захисного покриття.
2. Наукові дослідження, спрямовані на розроблення технології та організації-розробники	Режими формування мінеральних мікросфер і волокон та створення композитних термоізолюючих гнучких матеріалів та високотемпературних паст з золошлакових відходів теплових електростанцій. Навчально-науковий центр «Фізико-хімічного матеріалознавства» Київського національного університету імені Тараса Шевченка
3. Світові організації (країни) лідери в проведенні відповідних наукових досліджень	США, Німеччина
4. Термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки)	2009-2011
5. Запланований рік створення технології	2011
6. Загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис.грн.)	800
7. Мінімальний, середній, максимальний терміни впровадження технології (роки)	1,2,3 роки
8. Мінімальний, середній, максимальний обсяги витрат на впровадження технології (тис.грн.)	Мінімальний -100, максимальний -250 тис. грн.
9. Підприємства/галузі впровадження технології	ДП «Техноком» ІПМ НАН України

10. Початок виробництва нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Початок виробництва				
		протягом року	через 1 – 2 роки	через 3 – 5 років	через 6 – 10 років	більше 10 років
1	Теплоізолюючий матеріал та теплоізолюючі пасти			*		

11. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у вартісних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Щорічний обсяг продажу				
		до 1 млн. дол.	1-10 млн. дол.	11-50 млн. дол.	51-100 млн. дол.	більше 100 млн. дол.
1	Теплоізолюючий матеріал та теплоізолюючі пасти	*				

12. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у натуральних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Споживачі	Річні обсяги продажу (натуральні показники)	
			національний ринок	світовий ринок
1	Теплоізолюючий матеріал та теплоізолюючі пасти	Теплові, атомні електростанції та теплоцентралі.	1000 тон	100 000 тон

13. Оцінка конкурентоспроможності нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Порівняно з іноземними аналогами		Порівняно з вітчизняними аналогами	
		Функціональна	Цінова	Функціональна	Цінова
1	Теплоізолюючий матеріал та теплоізолюючі пасти	4	4	4	4

10. Паспорт новітньої технології

Технології енергоефективного екобудинку з використанням відновлюваних джерел енергії

Пріоритетний напрям	енергетика, енергозбереження
Сфера діяльності	Енергетика ЖКГ
1. Основне призначення технології	Комплексне використання вискоефективних технологій розосередженої генерації
2. Наукові дослідження, спрямовані на розроблення технології та організації-розробники	Створення енергоефективного екобудинку з використанням відновлюваних джерел енергії для енергозабезпечення об'єктів споживання. Науковий парк «Київська політехніка»
3. Світові організації (країни) лідери в проведенні відповідних наукових досліджень	Німеччина, Японія
4. Термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки)	3
5. Запланований рік створення технології	2011
6. Загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис.грн.)	2500
7. Мінімальний, середній, максимальний терміни впровадження технології (роки)	0,5
8. Мінімальний, середній, максимальний обсяги витрат на впровадження технології (тис.грн.)	500, 1000, 1500
9. Підприємства/галузі впровадження технології	ЖКГ, нове будівництво

10. Початок виробництва нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Початок виробництва				
		протягом року	через 1 – 2 роки	через 3 – 5 років	через 6 – 10 років	більше 10 років
1	Створення енергоефективного екобудинку з використанням відновлюваних джерел енергії для енергозабезпечення об'єктів споживання			X		

11. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у вартісних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Щорічний обсяг продажу				
		до 1 млн. дол.	1-10 млн. дол.	11-50 млн. дол.	51-100 млн. дол.	більше 100 млн. дол.
1	Створення енергоефективного екобудинку з використанням відновлюваних джерел енергії для енергозабезпечення об'єктів споживання			X		

12. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у натуральних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Споживачі	Річні обсяги продажу (натуральні показники)	
			національний ринок	світовий ринок
1	Створення енергоефективного екобудинку з використанням відновлюваних джерел енергії для енергозабезпечення об'єктів споживання	ЖКГ, будівництво, сільськогосподарські підприємства	1000 грн	

13. Оцінка конкурентоспроможності нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Порівняно з іноземними аналогами		Порівняно з вітчизняними аналогами	
		Функціональна	Цінова	Функціональна	Цінова
1	Створення енергоефективного екобудинку з використанням відновлюваних джерел енергії для енергозабезпечення об'єктів споживання	3	3	4	4

12. Паспорт новітньої технології

Технології використання високотемпературної надпровідності в електричних машинах, апаратах та інших електротехнічних пристроях

Пріоритетний напрям	Енергетика та енергоефективність
Сфера діяльності	Електроенергетика
1. Основне призначення технології	Зменшення енергетичних витрат, маси і габаритів електротехнічних пристроїв
2. Наукові дослідження, спрямовані на розроблення технології та організації-розробники	Використання високотемпературної надпровідності в обмежувачах струму короткого замикання з високотемпературними надпровідними екранами і котушками. «Харківський політехнічний інститут»
3. Світові організації (країни) лідери в проведенні відповідних наукових досліджень	Інститут атомної енергії РАН (Москва), Московський авіаційний інститут, Науковий центр дослідження електричних машин РАН (Санкт-Петербург)
4. Термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки)	2
5. Запланований рік створення технології	2009
6. Загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис.грн.)	150
7. Мінімальний, середній, максимальний терміни впровадження технології (роки)	1,2,3
8. Мінімальний, середній, максимальний обсяги витрат на впровадження технології (тис.грн.)	30, 40,50
9. Підприємства/галузі впровадження технології	ДП Завод «Електроважмаш»

10. Початок виробництва нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Початок виробництва				
		протягом року	через 1 – 2 роки	через 3 – 5 років	через 6 – 10 років	більше 10 років
1	Обмежувачі струму короткого замикання з високотемпературними надпровідними екранами і котушками		X			

11. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у вартісних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Щорічний обсяг продажу				
		до 1 млн. дол.	1-10 млн. дол.	11-50 млн. дол.	51-100 млн. дол.	більше 100 млн. дол.
1	Обмежувачі струму короткого замикання з високотемпературними надпровідними екранами і котушками	X				

12. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у натуральних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Споживачі	Річні обсяги продажу (натуральні показники)	
			національний ринок	світовий ринок
1	Обмежувачі струму короткого замикання з високотемпературними надпровідними екранами і котушками	Електро і атомна енергетика	3-4	

13. Оцінка конкурентоспроможності нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Порівняно з іноземними аналогами		Порівняно з вітчизняними аналогами	
		Функціональна	Цінова	Функціональна	Цінова
1	Обмежувачі струму короткого замикання з високотемпературними надпровідними екранами і котушками	3	3	3	3

13. Паспорт новітньої технології

Технології використання модульних систем у „малій” вітроенергетиці

Пріоритетний напрям	Енергетика та енергоефективність
Сфера діяльності	альтернативні джерела енергії
1. Основне призначення технології	Використання енергії вітрових потоків в житлово-комунальному господарстві
2. Наукові дослідження, спрямовані на розроблення технології та організації-розробники	Розробка та виготовлення вітроенергетичного обладнання (модульних конструкцій до 100кВт) з підвищеним к.к.д. з використанням енергії вітрових потоків. Херсонський національний технічний університет
3. Світові організації (країни) лідери в проведенні відповідних наукових досліджень	Фірма «Енерком», Німеччина
4. Термін виконання наукового дослідження до впровадження технології (роки)	2
5. Запланований рік створення технології	2009-2010
6. Загальний обсяг фінансування наукових досліджень до впровадження технології (тис.грн.)	15 000
7. Мінімальний, середній, максимальний терміни впровадження технології (роки)	2
8. Мінімальний, середній, максимальний обсяги витрат на впровадження технології (тис.грн.)	5 000-25000
9. Підприємства/галузі впровадження технології	Херсонський національний технічний університет ГКБ «Південне» ООО «Анчар» м.Херсон

10. Початок виробництва нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Початок виробництва				
		протягом року	через 1 – 2 роки	через 3 – 5 років	через 6 – 10 років	більше 10 років
1	Вітроенергетичне обладнання з підвищеним к.к.д. використання енергії вітрових потоків (проект "Вітрила", системи „Вітрила")		X			

11. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у вартісних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Щорічний обсяг продажу				
		до 1 млн. дол.	1-10 млн. дол.	11-50 млн. дол.	51-100 млн. дол.	більше 100 млн. дол.
1	Вітроенергетичне обладнання з підвищеним к.к.д. використання енергії вітрових потоків (проект "Вітрила", системи „Вітрила”)	X				

12. Річні обсяги продажу нової наукоємної продукції (послуги) у натуральних показниках

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Споживачі	Річні обсяги продажу (натуральні показники)	
			національний ринок	світовий ринок
1	Вітроенергетичне обладнання з підвищеним к.к.д. використання енергії вітрових потоків (проект "Вітрила", системи „Вітрила”)	Всі галузі господарства	без обмежень	без обмежень

13. Оцінка конкурентоспроможності нової наукоємної продукції (послуги)

№ п/п	Нова наукоємна продукція (послуга)	Порівняно з іноземними аналогами		Порівняно з вітчизняними аналогами	
		Функціональна	Цінова	Функціональна	Цінова
1	Вітроенергетичне обладнання з підвищеним к.к.д. використання енергії вітрових потоків (проект "Вітрила", системи „Вітрила”)	3	3	3	3

Додаток В. Копії актів впровадження

Національна академія наук України
Державне космічне агентство України
ІНСТИТУТ КОСМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
03187 МСП Київ 187, Україна,
проспект Академіка Глушкова 40, корп. 4/1
Тел./факс: +38044 5264124
E-mail: ikd@ikd.kiev.ua, www.ikd.kiev.ua



National Academy of Sciences of Ukraine
State Space Agency of Ukraine
SPACE RESEARCH INSTITUTE
prospekt Akademika Glushkova 40, build. 4/1
03187 MSP Kyiv 187, Ukraine
Tel./fax: +38044 5264124
E-mail: ikd@ikd.kiev.ua, www.ikd.kiev.ua

15.02.2018 № 303/06-01/54

На № _____ від _____

Навчально-науковий комплекс «Інститут
прикладного системного аналізу» Національного
технічного університету України «Київський
політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи Недашківської Надії Іванівни на тему «Методологія та інструментарій підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей», поданої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень

В Інституті космічних досліджень Національної академії наук України та Державного космічного агентства України (ІКД) розглянуто систему підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей слабо структурованих предметних областей, розробником якої є здобувач.

Система призначена для оцінювання критеріїв рішень, цілей, альтернативних варіантів рішень, сценаріїв розвитку, які формують модель, в різних предметних галузях, може використовуватися при розв'язанні задач розподілу ресурсів. При практичному застосуванні системи будується ієрархічна або мережева модель предметної області та розраховуються пріоритети її елементів на основі оцінок, отриманих від експертів. Реалізовано перевірку якості експертної інформації шляхом аналізу та підвищення рівня її узгодженості. Застосування засобів аналізу чутливості розв'язку дозволяє дослідити стійкість отриманого розв'язку до збурень в оцінках експерта. СППР побудовано на основі запропонованих здобувачем методології та системного підходу до підтримки прийняття рішень, що дозволяють підвищити достовірність розв'язків задач в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережевих моделей.

ІКД повідомляє про впровадження результатів дисертаційної роботи Недашківської Н.І. «Методологія та інструментарій підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей» в практичній роботі та при оцінюванні напрямів доцільного використання космічної інформації дистанційного зондування Землі для геоінформаційних систем.

Підтверджуємо, що впровадження інструментарію у вигляді системи підтримки прийняття рішень для розв'язання складних слабо структурованих задач на основі ієрархічних та мережових моделей дозволило виявити галузі народного господарства, які мають найбільший попит у космічній інформації дистанційного зондування Землі в Україні, знайти найбільш важливі фактори, які впливають на використання космічної інформації дистанційного зондування Землі в різних галузях господарської діяльності.

Результати дисертаційної роботи Недашківської Н.І. на тему «Методологія та інструментарій підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережових моделей» можуть бути застосовані до передбачення поведінки складних соціально-економічних систем, оцінювання стратегій розвитку стану територій, міст і громад в контексті сталого розвитку і забезпечення якості та безпеки життя людей в межах проекту «Горизонт-2020 ERA-PLANET».

Директор Інституту,
д.ф.-м.н., чл.-кор. НАН України



О.П. Федоров

Інститут прикладного системного аналізу
 Національного технічного університету
 України «Київський політехнічний інститут
 ім. Ігоря Сікорського»

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Недашківської Надії Іванівни

на тему «Методологія та інструментарій підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережових моделей». Дисертація подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень

Інститут проблем реєстрації інформації Національної академії наук України (ІПРІ) розглянув системну методологію та інструментарій підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережових моделей, автором яких є дисертант Н.І.Недашківська.

Розроблена методологія дозволяє провести аналіз складної слабо структурованої задачі прийняття рішень та представити її у виді направленого графа з вершинами, що відповідають групам можливих альтернатив рішень, групам факторів, які впливають на пріоритет альтернатив рішень, та системою взаємних впливів факторів та альтернатив. Запропоноване математичне і методологічне забезпечення дозволяє провести збір даних по задачі, використовуючи процедуру парних порівнянь, оцінити та мінімізувати суперечливість вхідних даних, розрахувати пріоритети факторів та альтернатив рішень за кожним фактором, виконати агрегування пріоритетів альтернатив, провести аналіз чутливості отриманих розв'язків до шумів, присутніх у вхідних даних.

Особливість запропонованої Н.І. Недашківською методології полягає у розробці більш ефективних методів для використання на кожному з етапів розв'язання задачі. Зокрема, на етапі оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь елементів мережової моделі використовується більш ефективний в порівнянні з існуючими, метод, який враховує властивості слабкої узгодженості оцінок та забезпечує пошук найбільш неузгодженої оцінки експерта без участі експерта. На етапі розрахунку пріоритетів елементів мережової моделі запропоновано метод довірчих інтервалів для пріоритетів, який враховує оцінки невизначеності, яка вноситься шкалою Сааті та особистими якостями експерта, такими як

оптимізм, песимізм. Удосконалення зазнав гібридний метод розрахунку локальних та агрегованих ваг для елементів ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями, в якому використовується більш ефективний метод оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок. Удосконалено комплексний метод оцінювання чутливості розв'язку задачі підтримки прийняття рішень шляхом врахування оцінки чутливості локального ранжування елементів цієї моделі.

На основі розроблених методів створено інструментарій у вигляді системи підтримки прийняття рішень. Ця система використовується для розв'язання різних задач оцінювання в умовах неповноти інформації, зокрема оцінювання якості, ефективності, пріоритетності альтернатив рішень з урахуванням суджень експертів, задач розподілу ресурсів, аналізу варіантів розвитку, планування випуску нової продукції та інших.

ІПРІ повідомляє про впровадження результатів роботи Н.І.Недашківської в процес оцінювання якості та ефективності мікропризмових світловідбиваючих елементів, які виробляються в ІПРІ. Впровадження результатів дисертаційної роботи Н.І.Недашківської дозволило знайти найбільш ефективні з точки зору споживчого попиту конструкції світловідбиваючих елементів різного призначення.


Заст. директора Інституту,
Чл.-кор. НАН України
д.т.н., проф.



А.А. Крючин

ЗАТВЕРДЖУЮ

в.о. директора Інституту прикладного
системного аналізу Національного
технічного університету України
«Київський політехнічний інститут
ім. Ігоря Сікорського»,
д.ф.-м.н., доцент


П.О. Касьянов
«20» листопада 2018 року

АКТ**про впровадження результатів дисертаційної роботи**

Недашківської Надії Іванівни

на тему «Методологія та інструментарій підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережових моделей», поданої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень

Комісія у складі:

- д.т.н., професора, заступника директора Інституту прикладного системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського» (ІПСА) В.Д.Романенко,
- д.т.н., професора кафедри математичних методів системного аналізу ІПСА П.І. Бідюка

склали цей акт про використання в навчальному процесі ІПСА наступних результатів, отриманих Недашківською Н.І.:

- методологія підтримки прийняття рішень (ППР) для підвищення достовірності розв'язків задач ППР в складних слабо структурованих системах на основі ієрархічних та мережових моделей;
- системний підхід до ППР в межах запропонованої методології, який включає:
 - методи та алгоритми оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок, методи пошуку найбільш неузгоджених оцінок;
 - методи та алгоритми розрахунку локальних ваг елементів мережевої моделі на основі чітких та нечітких експертних оцінок, довірчих інтервалів для локальних ваг елементів ієрархічної моделі;
 - гібридний метод розрахунку локальних та агрегованих ваг для елементів ієрархічної моделі із взаємозалежними критеріями;

- методи та алгоритми оцінювання чутливості локального та глобального розв'язків задачі підтримки прийняття рішень на основі ієрархічної моделі;
- способи аналізу ефективності методів та систему моделювання експертного оцінювання;
- результати оцінювання реверсу рангів при використанні методів агрегування в ієрархічній моделі ППР та правил комбінування функцій довіри до елементів ієрархічної моделі;
- метод та алгоритм розрахунку агрегованих ваг альтернатив рішень на основі мережевих моделей доходів, витрат, можливостей та ризиків.



Результати наукових досліджень Недашківської Н.І. опубліковано в навчальному посібнику, який рекомендовано Міністерством освіти і науки України для студентів вищих навчальних закладів:

Панкратова Н.Д., Недашківська Н.І. Моделі і методи аналізу ієрархій: Теорія. Застосування: Навчальний посібник з грифом МОНУ. – К: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2010. – 371 с.

Комісія встановила, що отримані наукові результати здобувача Недашківської Н.І. використовуються в навчальному процесі ІПСА при викладанні навчальних дисциплін «Прийняття рішень в ієрархічних системах» та «Інтелектуальні системи прийняття рішень», при виконанні магістерських робіт студентів спеціальностей 8.04030301 «Системний аналіз і управління» та 8.04030302 «Системи і методи прийняття рішень».

Заст. директора ІПСА,
д.т.н., професор

д.т.н., професор

 В.Д. Романенко
 П.І. Бідюк